1. $\frac{4}{\sqrt{2}} - \sqrt{32} + \sqrt{\frac{1}{2}} = a\sqrt{2}$ 일 때, a 의 값을 구하면?

① $\frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ $-\frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{\sqrt{3}}{2}$

해설

$$\frac{4}{\sqrt{2}} - \sqrt{32} + \sqrt{\frac{1}{2}}$$

$$= \frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} - \sqrt{16 \times 2} + \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}}$$

$$= 2\sqrt{2} - 4\sqrt{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$= -\frac{3\sqrt{2}}{2}$$

$$\therefore\ a = -\frac{3}{2}$$

2. $x(x+2)(x-3)(x-5) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx$ 에서 상수 $a,\ b,\ c$ 의 합 $a+b+c$ 의 값을 구하여라.

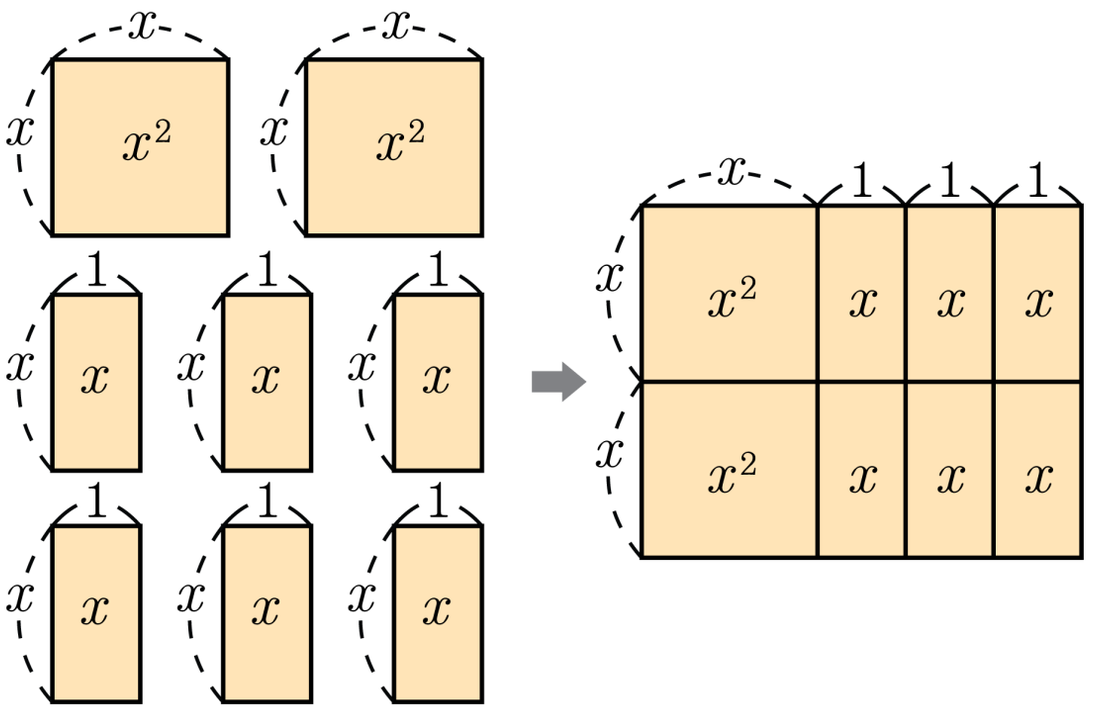
▶ 답 :

▷ 정답 : 23

해설

$x(x+2)(x-3)(x-5)$
$= \{x(x-3)\}\{(x+2)(x-5)\}$
$= (x^2-3x)(x^2-3x-10)$
$x^2-3x = t$ 로 치환하면 $t(t-10) = t^2-10t$
$t = x^2-3x$ 를 대입하여 정리하면 $x^4-6x^3-x^2+30x$
따라서 $a+b+c = -6-1+30 = 23$ 이다.

3. 다음 그림의 직사각형의 넓이의 합과 넓이가 같은 직사각형을 만들 때, 그 직사각형의 가로, 세로의 길이가 될 수 있는 것은?



① $x+3$, $2x$ ② $x+6$, $2x$ ③ $x+1$, $3x+1$

④ $x+3$, $2x+1$ ⑤ $x+6$, $2x+3$

해설

$2x^2+6x=2x(x+3)$

4. 다음 보기 중 옳은 것은 모두 몇 개인지 구하여라.

보기

㉠ a가 자연수 일 때, $\sqrt{a}$ 가 유리수인 경우가 있다.

㉡ $\frac{(\text{정수})}{(0\text{이 아닌 정수})}$ 꼴로 나타낼 수 없는 수는 무리수이다.

㉢ 무리수에는 음수와 양수가 모두 존재 한다.

㉣ 근호 안의 수가 제곱수인 수는 무리수이다.

㉤ $\sqrt{n}$ 이 무리수가 되는 것은 n이 소수일 때이다.

▶ 답 : _____ 개

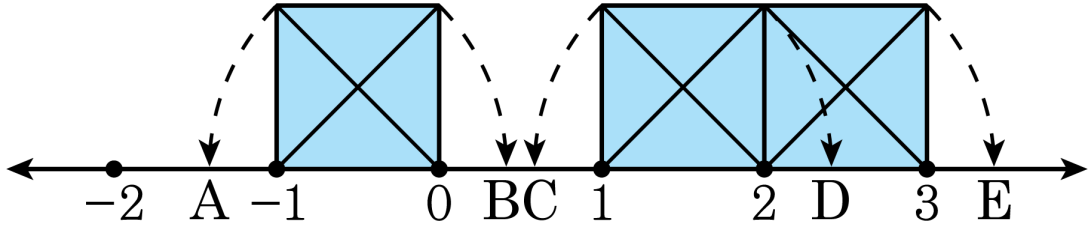
▷ 정답 : 3 개

해설

㉣ 근호 안의 수가 제곱수인 수는 유리수이다.

㉤ $\sqrt{6}$ 은 무리수이지만, 6 은 소수가 아니다.

5. 다음 수직선 위의 네 점 중에서 $2-\sqrt{2}$ 를 나타내는 대응점으로 알맞은 것을 고르면?



① A ② B ③ C ④ D ⑤ E

해설

각 사각형의 대각선의 길이는 $\sqrt{2}$ 이다. 즉 C 의 위치는 $2-\sqrt{2}$ 를 나타내고 있다.

6. $a,\ b$가 유리수일 때, $\sqrt{(2-\sqrt{3})^2}-\sqrt{(1-\sqrt{3})^2}=a+b\sqrt{3}$에서 $a-b$의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a-b=5$

해설

$2-\sqrt{3}>0,\ 1-\sqrt{3}<0$ 이므로

$$\sqrt{(2-\sqrt{3})^2}-\sqrt{(1-\sqrt{3})^2}=|2-\sqrt{3}|-|1-\sqrt{3}|$$
$$=2-\sqrt{3}+1-\sqrt{3}$$
$$=3-2\sqrt{3}$$

$3-2\sqrt{3}=a+b\sqrt{3}$ 이므로

$a=3,\ b=-2$

$\therefore a-b=3-(-2)=5$

7. 높이가 $4\sqrt{6}\,\mathrm{cm}$, 부피가 $32\sqrt{6}\pi\,\mathrm{cm}^3$ 인 원기둥이 있다. 원기둥의 밑면의 반지름을 구하여라.

▶ 답 : _____ cm

▷ 정답 : $2\sqrt{2}$ cm

해설

부피가 $32\sqrt{6}\pi\,\mathrm{cm}^3$ 이므로 밑넓이는 $\dfrac{32\sqrt{6}\pi}{4\sqrt{6}} = 8\pi\,\mathrm{cm}^2$ 이다.

따라서 밑면의 반지름의 길이를 r 이라고 하면 $r^2\pi = 8\pi$ 이므로 $r = 2\sqrt{2}(\mathrm{cm})$ 이다.

8. $\left(5x-\frac{1}{2}y\right)^2$ 을 전개하면 $ax^2-5xy+by^2$ 이다. 이때, 상수 a , b 에 대하여 $\frac{a}{b}$ 의 값은?

① 5 ② 10 ③ 25 ④ 100 ⑤ 125

해설

$$(5x)^2-2\times 5x\times \frac{1}{2}y+\left(\frac{1}{2}y\right)^2=25x^2-5xy+\frac{1}{4}y^2$$

$$\therefore\ \frac{a}{b}=25\times 4=100$$

9. 다음 중 나머지 넷과 같은 공통인 인수를 갖지 <u>않는</u> 것을 골라라.

㉠ x^2+6x+9	㉡ x^2-9
㉢ x^2-x-12	㉣ $2x^2+7x+3$
㉤ x^2-x-2	

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉤

해설

㉠ $(x+3)^2$
㉡ $(x+3)(x-3)$
㉢ $(x+3)(x-4)$
㉣ $(2x+1)(x+3)$
㉤ $(x-2)(x+1)$
따라서 나머지는 모두 $(x+3)$ 의 인수를 갖지만 ㉤은 갖지 않는다.

10. $x^2 - 3x = 7$ 일 때, $x(x-1)(x-2)(x-3) + 4$ 의 값은?

① 28 ② 35 ③ 63 ④ 67 ⑤ 140

해설

$(x^2 - 3x)(x^2 - 3x + 2) + 4$ 에서 $7(7 + 2) + 4 = 67$ 이다.

11. $\sqrt{33 \times 34 \times 35 \times 36 + 1}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1189

해설

$33 = t$ 라 하면

$\sqrt{t(t+1)(t+2)(t+3)+1} = \sqrt{(t^2+3t)(t^2+3t+2)+1}$

$t^2 + 3t = A$ 라 하면

$$\begin{aligned} \therefore \sqrt{A(A+2)+1} &= \sqrt{(A+1)^2} \\ &= A + 1 \\ &= (33^2 + 3 \times 33) + 1 \\ &= 1189 \end{aligned}$$

12. $x = 4$, $y = 2\sqrt{3} - 4$ 일 때, $x^2 - y^2 + 12$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $16\sqrt{3}$

해설

$x + y = 2\sqrt{3}$, $x - y = 8 - 2\sqrt{3}$ 이므로

$$\begin{aligned} x^2 - y^2 + 12 &= (x + y)(x - y) + 12 \\ &= 2\sqrt{3} \times \left(8 - 2\sqrt{3}\right) + 12 \\ &= -12 + 16\sqrt{3} + 12 \\ &= 16\sqrt{3} \end{aligned}$$

13. 다음 설명 중 옳지 <u>않은</u> 것은? (단, $a > 0$)

① 0 의 제곱근은 1 개이다.

② a 의 제곱근은 $\sqrt{a}$ 이다.

③ 제곱근 a는 $\sqrt{a}$ 이다.

④ $x^2 = a$ 이면 x 는 $\pm\sqrt{a}$ 이다.

⑤ 제곱근 a^2 은 a 이다.

해설

② a 의 제곱근은 $\pm\sqrt{a}$ 이다.

14. 다음 보기의 수를 각각 제곱근으로 나타낼 때, 근호를 사용하지 않아도 되는 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $\sqrt{36}$	㉡ 25	㉢ $\sqrt{(-3)^2}$
㉣ 1.6	㉤ $\frac{49}{9}$	㉥ $\frac{81}{6}$

① ㉠, ㉡ ② ㉡, ㉣ ③ ㉡, ㉤

④ ㉠, ㉢, ㉤ ⑤ ㉡, ㉣, ㉥

해설

㉠ $\sqrt{36}=6$ 이므로 6 의 제곱근은 $\pm\sqrt{6}$ 이다.

㉢ $\sqrt{(-3)^2}=3$ 이므로 3 의 제곱근은 $\pm\sqrt{3}$ 이다.

㉣ (1.6 의 제곱근) $=\pm\sqrt{1.6}$ (1.6 은 제곱수가 아니다.)

㉥ $\left(\frac{81}{6}\text{의 제곱근}\right)=\pm\frac{9}{\sqrt{6}}$

15. $\{x|300 \le x \le 600,\ x$는 정수$\}$ 에 대하여 $\sqrt{3} \times \sqrt{x}$ 가 양의 정수가 되도록 하는 정수 x 의 개수를 구하면?

① 5 개 ② 52 개 ③ 100 개

④ 101 개 ⑤ 301 개

해설

$\sqrt{3} \times \sqrt{x} = \sqrt{3x}$ 가 양의 정수일 때, $3x$ 는 제곱수가 되어야 하고 이 때, $x = 3k^2 (k$ 는 자연수$)$ 이다.

$300 \le 3k^2 \le 600 \Leftrightarrow 100 \le k^2 \le 200$

$k^2 = 10^2,\ 11^2,\ 12^2,\ 13^2,\ 14^2$

$\therefore x$ 의 개수는 5 개

16. 자연수 x 에 대하여
$f(x) = (\sqrt{x}$이하의 자연수 중 가장 큰 수$)$ 라고 할 때, $f(90) - f(40)$ 의 값은? (단, x 는 자연수이다.)

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$81 < 90 < 100$ 이므로 $9 < \sqrt{90} < 10$

$\therefore f(90) = 9$

$36 < 40 < 49$ 이므로 $6 < \sqrt{40} < 49$

$\therefore f(40) = 6$

$\therefore \ f(90) - f(40) = 9 - 6 = 3$

17. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것을 모두 고르면?

① 순환하는 무한소수는 반드시 유리수이다.

② 서로 다른 두 무리수 사이에는 적어도 하나 이상의 자연수가 존재한다.

③ 반지름의 길이가 0 이 아닌 실수인 원의 넓이는 반드시 무리수이다.

④ 완전제곱수의 제곱근은 항상 유리수이다.

⑤ 서로 다른 두 무리수의 곱은 항상 무리수이다.

해설

② $\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{3}$ 사이에는 자연수가 존재하지 않는다.
⑤ $\sqrt{2}$ 와 $-\sqrt{2}$ 의 곱은 유리수이다.
따라서 옳지 않은 것은 ②, ⑤이다.

18. 다음 식이 성립하도록 양수 A, B, C 에 알맞은 수를 순서대로 바르게 나열한 것은?

(1) $a^2 + 8a + A = (a+4)^2$
(2) $x^2 + Bx + 9 = (x+C)^2$

① 16, 6, 3 ② 8, 6, 3 ③ 16, 3, 6
④ 8, 3, 6 ⑤ 6, 8, 3

해설

$a^2 + 8a + A = (a+4)^2 = a^2 + 8a + 16,\ A = 16$
$x^2 + Bx + 9 = (x+C)^2 = x^2 + 2Cx + C^2,$
$C^2 = 9,\ C = \pm 3\ ,\ B = 2C,\ B = \pm 6$
$\therefore A = 16,\ B = 6,\ C = 3\ (\because B,\ C$는 양수)

19. 자연수 A 의 양의 제곱근을 a , 자연수 B 의 음의 제곱근을 b 라고 할 때, 다음 보기에서 옳은 것을 모두 고르면? (단, $A < B$)

보기

㉠ $a+b=0$ ㉡ $ab<0$

㉢ $a^2<b^2$ ㉣ $a-b>0$

① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉢ ③ ㉡, ㉣

④ ㉠, ㉡, ㉢ ⑤ ㉡, ㉢, ㉣

해설

$|a|<|b|$ $\cdots(1)$

$a>0$, $b<0$ $\cdots(2)$

(1), (2)에 의해 ㉠ $a+b<0$

20. 다음을 간단히 하여라.

$$\sqrt{2}-\cfrac{1}{\sqrt{2}-\cfrac{1}{\sqrt{2}-\cfrac{1}{\sqrt{2}-1}}}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$\dfrac{1}{\sqrt{2}-1}=\sqrt{2}+1$ 이므로

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= \sqrt{2}-\cfrac{1}{\sqrt{2}-\cfrac{1}{\sqrt{2}-(\sqrt{2}+1)}} \\ &= \sqrt{2}-\cfrac{1}{\sqrt{2}+1} \\ &= \sqrt{2}-(\sqrt{2}-1) \\ &= 1\end{aligned}$$