1. 연립부등식 $\begin{cases} 2x+7 \geq 3x \\ x \geq a \end{cases}$ 을 만족하는 정수가 3 개일 때, a 의 값의 범위는?

▶ 답 :

▷ 정답 : $4 < a \leq 5$

해설

$2x+7 \geq 3x$ 를 풀면 $x \leq 7$ 이다.

$a \leq x \leq 7$을 만족하는 정수 3 개가 존재하려면 $4 < a \leq 5$ 이다.

2. $a-b<0$ 이고 $\sqrt{a}\sqrt{b}=-\sqrt{ab}$ 일 때, $\sqrt{(a-b)^2}-|a+b|$ 를 간단히 하면?

① b　　② $2b$　　③ $a-2b$

④ $2a+b$　　⑤ 0

해설

$a-b<0$, $\sqrt{a}\sqrt{b}=-\sqrt{ab}$ 이므로 $a<0,\ b<0$

따라서 $a-b<0,\ a+b<0$ 이므로

$$\begin{aligned}\sqrt{(a-b)^2}-|a-b| &= |a-b|-|a+b| \\ &= -(a-b)+(a+b) \\ &= -a+b+a+b=2b\end{aligned}$$

3. 이차함수 $y = -\frac{1}{2}x^2 + x - 5$ 의 최댓값 또는 최솟값을 구하면?

① 최솟값 : $-\frac{9}{2}$　② 최댓값 : $-\frac{7}{2}$　③ 최솟값 : $\frac{9}{2}$
④ 최댓값 : $-\frac{9}{2}$　⑤ 최솟값 : -1

해설

$$y = -\frac{1}{2}x^2 + x - 5$$
$$= -\frac{1}{2}(x-1)^2 - \frac{9}{2}$$

따라서 $x = 1$ 일 때, 최댓값 $-\frac{9}{2}$ 를 가진다.

4. 삼각형의 세 변의 길이 a, b, c 에 대하여 $a^2+b^2+c^2=ab+bc+ca$ 이 성립할 때, 이 삼각형은 어떤 삼각형인가?

① 직각삼각형 ② 이등변삼각형

③ 정삼각형 ④ 직각이등변삼각형

⑤ 둔각삼각형

해설

$a^2+b^2+c^2=ab+bc+ca$ 에서 $a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca=0$

$\frac{1}{2}(2a^2+2b^2+2c^2-2ab-2bc-2ca)=0$

$\frac{1}{2}(a^2-2ab+b^2+b^2-2bc+c^2+c^2-2ca+a^2)=0$

$\frac{1}{2}\{(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2\}=0$ 이고,

a, b, c 는 실수이므로, $a-b=0$, $b-c=0$, $c-a=0$

$\therefore\ a=b=c$

따라서, 주어진 삼각형은 정삼각형이다.

5. 좌표평면 위의 두 점 $\mathrm{A}(-2, 5)$, $\mathrm{B}(6, -3)$을 잇는 선분 AB를 $t : (1-t)$로 내분하는 점이 제 1사분면에 있을 때, t의 값의 범위는? (단, $0 < t < 1$
)

① $\frac{1}{8} < t < \frac{1}{4}$　② $\frac{1}{4} < t < \frac{5}{8}$　③ $\frac{3}{8} < t < \frac{3}{4}$
④ $\frac{1}{2} < t < \frac{7}{8}$　⑤ $\frac{5}{8} < t < 1$

해설

선분 AB를 $t : (1-t)$ 로 내분하는 점의 좌표는

$$\left(\frac{t \cdot 6 + (1-t) \cdot (-2)}{t + (1-t)}, \frac{t \cdot (-3) + (1-t) \cdot 5}{t + (1-t)}\right) = (8t - 2, 5 - 8t)$$

이 점이 제 1사분면에 있기 위해서는

$8t - 2 > 0,\ 5 - 8t > 0$

$\therefore\ \frac{1}{4} < t < \frac{5}{8}$