

1. 실수 x 에 대하여 $|x-2|^2 - |3-x|^2 - \sqrt{-9} + \sqrt{-16}$ 을 $a+bi$ 꼴로 나타낼 때 $a+b$ 의 값을 구하면?

① -5

② $2x-4$

③ $2x$

④ $2x-5$

⑤ 0

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (x-2)^2 - (3-x)^2 - 3i + 4i \\ &= 2x-5+i\end{aligned}$$

$$\therefore a=2x-5, b=1$$

$$\therefore a+b=2x-4$$

2. 실수 k 에 대하여 복소수 $z = 3(k + 2i) - k(1 - i)^2$ 의 값이 순허수가 되도록 k 의 값을 정하면?

① -2

② 0

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

$$\begin{aligned} z &= 3(k + 2i) - k(-2i) \\ &= 3k + (6 + 2k)i \Rightarrow \text{순허수} \\ \therefore 3k &= 0, k = 0 \end{aligned}$$

3. $x + y + (2x - y)i = 2 + 7i$ 를 만족하는 두 실수 x, y 에 대하여 xy 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $xy = -3$

해설

$$x + y = 2, \quad 2x - y = 7$$

$$\therefore x = 3, \quad y = -1$$

$$\therefore xy = -3$$

4. 이차방정식 $3x^2 - 2x - 1 = 0$ 의 근을 A, B (단, $A < B$)라 할 때, $3A + B$ 의 값은?

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$$\begin{aligned} 3x^2 - 2x - 1 &= 0 \\ (3x + 1)(x - 1) &= 0 \\ x &= -\frac{1}{3} \text{ 또는 } x = 1 \\ \therefore 3A + B &= 0 \end{aligned}$$

5. x 에 대한 이차방정식 $x^2 + (a-1)x + \frac{1}{4}a^2 + a - 2 = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 가질 실수 a 의 조건을 구하면?

① $a > 1$ ② $a < \frac{3}{2}$ ③ $a < \frac{3}{4}$ ④ $a > \frac{3}{4}$ ⑤ $a < 2$

해설

판별식을 D 라고 하면,

$$D = (a-1)^2 - 4\left(\frac{1}{4}a^2 + a - 2\right) = -6a + 9$$

서로 다른 두 실근을 가지려면 $D > 0$ 이어야 하므로

$$-6a + 9 > 0 \text{에서 } a < \frac{3}{2}$$

6. $\frac{5}{1+2i} = x+yi$ 를 만족하는 실수 x, y 의 합을 구하여라.(단, $i = \sqrt{-1}$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $x+y = -1$

해설

$$\frac{5}{1+2i} = \frac{5(1-2i)}{(1+2i)(1-2i)} = \frac{5(1-2i)}{5} = 1-2i$$

$$1-2i = x+yi$$

$$x = 1, y = -2, x+y = -1$$

7. $i + 2i^2 + 3i^3 + \cdots + 50i^{50}$ 의 값은?

- ① $-26 - 25i$ ② $-26 + 25i$ ③ 0
④ $-25 + 26i$ ⑤ $25 + 26i$

해설

$$\begin{aligned} & i + 2i^2 + 3i^3 + \cdots + 50i^{50} \\ &= \{i + 2 \cdot (-1) + 3 \cdot (-i) + 4 \cdot 1\} + \\ & \{5i + 6 \cdot (-1) + 7 \cdot (-i) + 8 \cdot 1\} \\ &+ \cdots + \{45i + 46 \cdot (-1) + 47 \cdot (-i) + 48 \cdot 1\} + 49i + 50 \cdot (-1) \\ &12(2 - 2i) + 49i - 50 = -26 + 25i \end{aligned}$$

8. $x = 3 + \sqrt{3}i$, $y = 3 - \sqrt{3}i$ 일 때, $x^3 + y^3$ 의 값을 구하면?

- ① 0 ② 10 ③ 20 ④ -10 ⑤ -20

해설

$$\begin{aligned}x + y &= 6, \quad xy = 12 \\x^3 + y^3 &= (x + y)^3 - 3xy(x + y) \\&= 6^3 - 3 \cdot 12 \cdot 6 \\&= 0\end{aligned}$$

9. 두 복소수 $z_1 = a + (3b - 1)i$, $z_2 = (b + 1) - 5i$ 에 대하여 $z_1 = \bar{z}_2$ 가 성립할 때, 실수 a, b 에 대하여 $a + b$ 의 값은?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

$a + (3b - 1)i = (b + 1) + 5i$ 에서

$$\begin{cases} a = b + 1 \\ 3b - 1 = 5 \end{cases} \quad \text{이므로 연립하면}$$

$$a = 3, b = 2$$

$$\therefore a + b = 5$$

10. 다음이 성립하도록 하는 실수 x 의 값의 범위는?

$$\sqrt{-x^2+5x-6} = -\sqrt{x-3}\sqrt{2-x}$$

- ① $x \geq 2$

② $x \leq 3$

③ $x \leq 2$
- ④ $x \geq 3$

⑤ $2 \leq x \leq 3$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{-x^2+5x-6} &= -\sqrt{(x-3)(2-x)} \\ &= -\sqrt{x-3}\sqrt{2-x}\text{이려면}\end{aligned}$$

$(x-3)(2-x)$ 에서

$$\textcircled{1} \ x-3 \leq 0, \ x \leq 3$$

$$\textcircled{2} \ 2-x \leq 0, \ x \geq 2$$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 을 동시에 만족시켜야 하므로

$$\therefore 2 \leq x \leq 3$$

11. 계수가 실수인 x 에 대한 이차방정식 $x^2 + 2(a-m-1)x + a^2 - b + m^2 = 0$ 의 근이 m 의 값에 관계없이 항상 중근을 갖도록 하는 a, b 값의 합은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$\frac{D}{4} = (a - m - 1)^2 - (a^2 - b + m^2) = 0$$

m 의 값에 관계없이

$$2(-a + 1)m + (-2a + b + 1) = 0$$

이어야 하므로

$$2(-a + 1) = 0, -2a + b + 1 = 0$$

$$\therefore a = 1, b = 1$$

$$\therefore a + b = 2$$

12. 이차식 $x^2 + 2x + 4$ 를 일차식의 곱으로 인수분해 하여라.

① $(x + 1 - \sqrt{3}i)(x + 1 + \sqrt{3}i)$

② $(x + 1 - \sqrt{3})(x + 1 + \sqrt{3})$

③ $(x + 1 - \sqrt{2}i)(x + 1 + \sqrt{2}i)$

④ $(x + 1 - \sqrt{2})(x + 1 + \sqrt{2})$

⑤ $(x - 1 - \sqrt{2}i)(x - 1 + \sqrt{2}i)$

해설

$x^2 + 2x + 4 = 0$ 의 해를 구하면

$$x = -1 \pm \sqrt{1-4} = -1 \pm \sqrt{3}i$$

$$\therefore x^2 + 2x + 4$$

$$= \{x - (-1 + 3\sqrt{3}i)\} \{x - (-1 - \sqrt{3}i)\}$$

$$= (x + 1 - \sqrt{3}i)(x + 1 + \sqrt{3}i)$$

13. 방정식 $(a^2 - 3)x - 1 = a(2x + 1)$ 의 해가 존재하지 않기 위한 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$(a^2 - 2a - 3)x = a + 1$$

$$(a - 3)(a + 1)x = a + 1$$

$\therefore a = 3$ 이면 해가 없다.

14. $|x+1|+|x-2|=x+3$ 을 만족하는 해의 합을 구하면?

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

i) $x < -1$ 일 때,
 $-x-1-x+2=x+3$
 $\therefore x = -\frac{2}{3}$ (모순)
ii) $-1 \leq x < 2$ 일 때,
 $x+1-x+2=x+3$
 $\therefore x = 0$
iii) $x \geq 2$ 일 때,
 $x+1+x-2=x+3$
 $\therefore x = 4$

15. 이차방정식 $(1-i)x^2 + (1+3i)x - 2(1+i) = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha^2 + \beta^2$ 의 값은? (단, $i = \sqrt{-1}$)

① -4 ② -3 ③ -2 ④ -1 ⑤ 0

해설

주어진 방정식의 양변에 $1+i$ 를 곱하면

$$(1+i)(1-i)x^2 + (1+i)(1+3i)x - 2(1+i)(1+i) = 0$$

$$2x^2 + (4i-2)x - 2(2i) = 0$$

$$x^2 + (2i-1)x - 2i = 0$$

$$(x+2i)(x-1) = 0$$

$$\therefore x = -2i \text{ 또는 } x = 1$$

$$\therefore \alpha^2 + \beta^2 = (-2i)^2 + 1^2 = -3$$

16. 방정식 $x^2 - 2|x| - 3 = 0$ 의 근의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

i) $x \geq 0$ 일 때
 $x^2 - 2x - 3 = 0, (x + 1)(x - 3) = 0$
 $x = -1$ 또는 $x = 3$
그런데 $x \geq 0$ 이므로 $x = 3$
ii) $x < 0$ 일 때
 $x^2 + 2x - 3 = 0, (x - 1)(x + 3) = 0$
 $x = 1$ 또는 $x = -3$
그런데 $x < 0$ 이므로 $x = -3$
(i), (ii) 에서 $x = 3$ 또는 $x = -3$
따라서 근의 합은 0이다.

17. x 에 대한 이차방정식 $x^2+ax+b=0$ 의 한 근이 $-1+\sqrt{2}$ 일 때, 유리수 a, b 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a=2$

▷ 정답 : $b=-1$

해설

$x^2+ax+b=0$ 에 $x=-1+\sqrt{2}$ 를 대입하여 정리하면
 $3-2\sqrt{2}+a(-1+\sqrt{2})+b=0$
 $-a+b+3+(a-2)\sqrt{2}=0$
 $-a+b+3=0$ 과 $a-2=0$ 에서 $a=2, b=-1$

18. x 에 대한 이차방정식 $x^2k - \left(x - \frac{1}{4}\right)k + \frac{1}{4} = 0$ 이 허근을 가질 때,
실수 k 의 값의 범위는?

- ① $k < 0$
- ② $k > 0$
- ③ $0 < k < \frac{1}{4}$
- ④ $k \leq 0$
- ⑤ $k \geq 0$

해설

$x^2k - \left(x - \frac{1}{4}\right)k + \frac{1}{4} = 0$ 이
허근을 가져야 하므로
 x 에 대한 내림차순으로 정리하면
 $kx^2 - kx + \frac{1}{4}(k + 1) = 0$
 $D = (-k)^2 - 4k \cdot \frac{1}{4}(k + 1) < 0$
 $= k^2 - k^2 - k = -k < 0 \quad \therefore k > 0$
 $\therefore k > 0$

19. 이차방정식 $x^2 - (k+1)x + k = 0$ 의 두 근의 비가 2 : 3일 때, 상수 k 의 값들의 곱을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

두 근을 2α , 3α 라 하면

$2\alpha + 3\alpha = k + 1$, $(2\alpha)(3\alpha) = k$ 이므로,

$5\alpha = k + 1$, $6\alpha^2 = k$

이 두 식에서 α 를 소거하면

$$6\left(\frac{k+1}{5}\right)^2 = k \text{에서 } 6k^2 - 13k + 6 = 0$$

$$(2k-3)(3k-2) = 0 \therefore k = \frac{3}{2}, \frac{2}{3}$$

20. $x^2 - 3x + 5 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha^2 + 1, \beta^2 + 1$ 을 두 근으로 하는 x^2 의 계수가 1인 이차방정식은?

① $x^2 + x + 25 = 0$

② $x^2 - 3x + 15 = 0$

③ $x^2 - x + 25 = 0$

④ $x^2 + 2x + 13 = 0$

⑤ $x^2 - 2x + 13 = 0$

해설

$$\alpha + \beta = 3, \alpha\beta = 5$$

$$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 9 - 10 = -1$$

$$(\alpha^2 + 1) + (\beta^2 + 1) = -1 + 2 = 1$$

$$(\alpha^2 + 1)(\beta^2 + 1) = (\alpha\beta)^2 + (\alpha^2 + \beta^2) + 1$$

$$= 25 - 1 + 1 = 25$$

$$\therefore x^2 - x + 25 = 0$$