1. 연립방정식 $\begin{cases} x^2 - 3xy + 2y^2 = 0 \\ x^2 + 2y^2 = 12 \end{cases}$ 을 만족하는 $x,\ y$에 대하여 $x + y$ 값이 될 수 없는 것은?

① $3\sqrt{2}$ ② 4 ③ $-3\sqrt{2}$

④ -4 ⑤ $4\sqrt{2}$

해설

$x^2 - 3xy + 2y^2 = 0$ 에서

$(x - y)(x - 2y) = 0 \quad \therefore x = y$ 또는 $x = 2y$

ⅰ) $x = y$ 일 때

$x^2 + 2y^2 = 3x^2 = 12$

$x = \pm 2,\ y = \pm 2$

ⅱ) $x = 2y$ 일 때

$x^2 + 2y^2 = 6y^2 = 12$

$y = \pm\sqrt{2},\quad x = \pm 2\sqrt{2}$

$\therefore x + y = 4, -4, 3\sqrt{2}, -3\sqrt{2}$

2. $f(x) = 3x^3 + ax^2 + bx - 12$가 $x - 1$로는 나누어 떨어지고, $x + 1$로 나누었을 때는 나머지가 -14이다. 상수 a, b의 곱 ab의 값은?

① -12 ② 12 ③ -20 ④ 20 ⑤ -36

해설

나머지 정리에 의해 $f(1) = 0$, $f(-1) = -14$

$f(1) = 3 + a + b - 12 = 0 \cdots$ ①

$f(-1) = -3 + a - b - 12 = -14 \cdots$ ②

①, ②를 연립하면, $a = 5$, $b = 4$

$\therefore\ ab = 20$

3. 다음 연립부등식 $\begin{cases} 0.3x+1.2>0.5x \\ \frac{2}{3}x-\frac{1}{2}<\frac{3}{4}x \end{cases}$ 을 만족하는 모든 정수 x 의 합은?

① 6　② 3　③ 1　④ 0　⑤ −2

해설

i) $0.3x+1.2>0.5x$ 의 양변에 10 을 곱하면
$3x+12>5x$
$x<6$
ii) $\frac{2}{3}x-\frac{1}{2}<\frac{3}{4}x$ 의 양변에 12 를 곱하면
$8x-6<9x$
$x>-6$
$\therefore -6<x<6$
만족하는 정수는 $-5,\ -4,\ -3,\ -2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5$ 이고 이들의 합은 0 이다.

4. 두 이차방정식 $x^2+2ax+a+2=0, x^2+(a-1)x+a^2=0$중 적어도 하나가 실근을 갖기 위한 상수 a의 값의 범위는?

① $a<\frac{1}{2},\ 2<a$　② $a\le 1,\ 3\le a$　③ $a\le\frac{1}{2},\ 3<a$
④ $a\le\frac{1}{2},\ 2<a$　⑤ $a\le\frac{1}{3},\ a\ge 2$

해설

각각 실근을 가질 조건은 차례로
$\frac{D_1}{4}=a^2-(a+2)\ge 0$에서
$(a-2)(a+1)\ge 0,\ a\le -1,\ a\ge 2\cdots$ ①
또, $D_2=(a-1)^2-4a^2\ge 0$에서
$(3a-1)(a+1)\le 0,\ -1\le a\le\frac{1}{3}\cdots$ ②
따라서, 적어도 하나가 실근을 갖기 위한
a의 범위는 ① 또는 ②이므로
$a\le\frac{1}{3},\ a\ge 2$

5. 원 $x^2 + y^2 - 6x - 2y + 6 = 0$ 과 직선 $3x + 4y - a = 0$이 서로 접할 때, 모든 a 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 26

해설

원의 방정식을 표준형으로 바꾸면
$(x-3)^2 + (y-1)^2 = 2^2$
원의 중심 $(3, 1)$ 에서 직선까지의 거리 d가 2이면 접하므로
$$d = \frac{|3 \cdot 3 + 4 \cdot 1 - a|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 2$$
$\therefore \ |13 - a| = 10 \Leftrightarrow 13 - a = \pm 10$
따라서, $a = 3$ 또는 23 이므로
모든 a 값들의 합은 26