

1. 다음 전개식 중 옳은 것은?

① $(x + 3)^2 = x^2 + 3x + 9$

② $(4x - 3y)^2 = 16x^2 - 12xy + 9y^2$

③ $(x + 3y)(3y - x) = x^2 - 9y^2$

④ $(x - 5)(x + 4) = x^2 - x - 20$

⑤ $(x + 5y)(2x - 3y) = 2x^2 + 13x - 15y^2$

해설

① $(x + 3)^2 = x^2 + 6x + 9$

② $(4x - 3y)^2 = 16x^2 - 24xy + 9y^2$

③ $(x + 3y)(3y - x) = (x + 3y)(-x + 3y) = -x^2 + 9y^2$

④ $(x - 5)(x + 4) = x^2 - x - 20$

⑤ $(x + 5y)(2x - 3y) = 2x^2 + 7xy - 15y^2$

따라서 옳은 식은 ④번이다.

2. $(x + y - 5)(x - y - 5)$ 를 전개하는데 가장 적절한 식은?

① $\{(x + y) - 5\}\{(x - y) - 5\}$

② $\{x + (y - 5)\}\{x - (y + 5)\}$

③ $\{(x - 5) + y\}\{(x - 5) - y\}$

④ $\{x + (y - 5)\}\{(x - y) - 5\}$

⑤ $\{(x + y) + 5\}\{(x - y) + 5\}$

해설

식을 $\{(x - 5) + y\}\{(x - 5) - y\}$ 로 묶어서 $x - 5 = t$ 로 치환하여 전개하는 것이 가장 적절하다.

3. 상수 A, B, C 에 대하여 $(2x - A)^2 = 4x^2 + Bx + C$ 이고 $B = -2A - 6$ 일 때, $A + B + C$ 의 값은?

- ① -4 ② $-\frac{1}{2}$ ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

해설

$$(2x - A)^2 = 4x^2 - 4Ax + A^2 = 4x^2 + Bx + C$$

$$-4A = B \text{ 이므로}$$

$$-4A = -2A - 6$$

$$\therefore A = 3$$

$$B = -2 \times 3 - 6 = -12$$

$$C = A^2 = 9$$

$$\therefore A + B + C = 3 - 12 + 9 = 0$$

4. $\left(a - \frac{b}{3}\right)\left(a + \frac{b}{3}\right) - \left(\frac{5}{4}a + 2b\right)\left(\frac{5}{4}a - 2b\right) = pa^2 + qb^2$ 에서 상수 p, q 에 대하여 $16p + 9q$ 의 값은?

① 24

② 26

③ 28

④ 30

⑤ 32

해설

$$\begin{aligned} & a^2 - \left(\frac{b}{3}\right)^2 - \left\{ \left(\frac{5}{4}a\right)^2 - (2b)^2 \right\} \\ &= a^2 - \frac{b^2}{9} - \frac{25}{16}a^2 + 4b^2 \\ &= -\frac{9}{16}a^2 + \frac{35}{9}b^2 \\ \therefore 16p + 9q &= -9 + 35 = 26 \end{aligned}$$

5. $(2+1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1) = 2^a + b$ 에서 $a-b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 17

해설

$(2-1)$ 을 곱한다.

$2-1=1$ 이므로 식의 값에 변화없다.

$$(2-1)(2+1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)$$

$$= (2^2-1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)$$

$$= (2^4-1)(2^4+1)(2^8+1)$$

$$= (2^8-1)(2^8+1) = 2^{16} - 1$$

$$\therefore a = 16, b = -1$$

$$\therefore a - b = 16 - (-1) = 17$$

6. $2(3+1)(3^2+1)(3^4+1)(3^8+1) = 3^a + b$ 일 때, 상수 a, b 의 합 $a+b$ 의 값은?

- ① 15 ② 16 ③ -15 ④ -16 ⑤ 9

해설

$$2 = 3 - 1 \text{ 이므로}$$

$$(3-1)(3+1)(3^2+1)(3^4+1)(3^8+1)$$

$$= (3^2-1)(3^2+1)(3^4+1)(3^8+1)$$

$$= (3^4-1)(3^4+1)(3^8+1)$$

$$= (3^8-1)(3^8+1)$$

$$= 3^{16} - 1$$

$$a = 16, b = -1$$

$$\therefore a + b = 15$$

7. 상수 a, b, c 에 대하여 $(5x + a)(bx + 6) = 10x^2 + cx - 54$ 일 때,
 $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$(5x + a)(bx + 6) = 5bx^2 + (30 + ab)x + 6a$$

$$5bx^2 + (30 + ab)x + 6a = 10x^2 + cx - 54$$

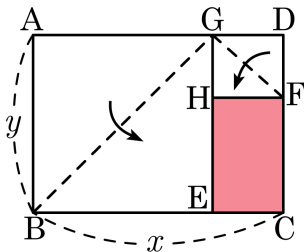
$$5b = 10 \quad \therefore b = 2$$

$$6a = -54 \quad \therefore a = -9$$

$$30 + ab = c, \quad (30 - 18) = 12 \quad \therefore c = 12$$

$$\therefore a + b + c = -9 + 2 + 12 = 5$$

8. 가로 길이가 $x\text{cm}$, 세로 길이가 $y\text{cm}$ ($x > y$)인 직사각형 ABCD를 다음 그림과 같이 $\overline{AB}$ 를 $\overline{EB}$ 에, $\overline{GD}$ 를 $\overline{GH}$ 에 겹치도록 접었을 때 생기는 사각형 HECF의 넓이를 나타내는 식을 구하면?



- ① $(-x^2 + 2y^2)\text{cm}^2$ ② $(-x^2 - 2y^2)\text{cm}^2$
 ③ $(-x^2 + 3xy - 2y^2)\text{cm}^2$ ④ $(-x^2 + 6xy - 2y^2)\text{cm}^2$
 ⑤ $(-x^2 + 9xy - 2y^2)\text{cm}^2$

해설

$\overline{AB}$ 를 $\overline{EB}$ 에, $\overline{GD}$ 를 $\overline{GH}$ 에 겹치도록 접었다는 것은 $\square ABEG$ 와 $\square GHFD$ 가 정사각형이라는 뜻이다.

$\overline{GD}$ 의 길이는 $x - y$ 이고, $\square GHFD$ 이 정사각형이므로 $\overline{GH}$ 길이도 $x - y$ 이다.

따라서 $\overline{HE}$ 의 길이는 $y - (x - y) = -x + 2y$ 이다.

사각형 HECF의 넓이는 $(x - y)(-x + 2y) = -x^2 + 3xy - 2y^2$ 이 된다.

9. $(3 + 2x + x^2 + 3x^3)^2$ 을 전개하였을 때, x^9 의 계수를 제외한 각 항의 계수들의 총합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 72

해설

$x = 1$ 을 대입하면

$(3 + 2 + 1 + 3)^2 = 9^2 = 81$ 이고

전개한 식의 x^9 의 계수는 $3^2 = 9$ 이다.

따라서 x^9 의 계수를 제외한 각 항의 계수들의 총합은 $81 - 9 = 72$ 이다.

10. $x^2 - 3x + 1 = 0$ 일 때, $x(x+1) + \frac{1}{x} \left(\frac{1}{x} + 1 \right)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : 10

해설

$x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 양변을 x 로 나누면 $x - 3 + \frac{1}{x} = 0$ 이다.

$$\therefore x + \frac{1}{x} = 3$$

주어진 식을 정리하면

$$x(x+1) + \frac{1}{x} \left(\frac{1}{x} + 1 \right) = x^2 + x + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x} = x^2 + \frac{1}{x^2} + \left(x + \frac{1}{x} \right)$$

이므로

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x} \right)^2 - 2 = 3^2 - 2 = 9,$$

$$\therefore x(x+1) + \frac{1}{x} \left(\frac{1}{x} + 1 \right) = \left(x^2 + \frac{1}{x^2} \right) + \left(x + \frac{1}{x} \right) = 9 + 3 = 10$$