

1. 다항식 $f(x) = 3x^3 - 7x^2 + 5x + 2$ 를 $3x - 1$ 로 나눌 때의 몫과 나머지를 구하면?

① 몫 : $x^2 - 2x + 1$, 나머지 : 3

② 몫 : $x^2 - 2x + 1$, 나머지 : 2

③ 몫 : $x^2 + 2x + 1$, 나머지 : 3

④ 몫 : $x^2 + 2x + 1$, 나머지 : 2

⑤ 몫 : $x^2 + 2x + 1$, 나머지 : 1

해설

직접나누는 방법과 조립제법을 이용하여 구하는 방법이 있다.

$$f(x) = (3x - 1)(x^2 - 2x + 1) + 3$$

$\therefore$ 몫 : $x^2 - 2x + 1$, 나머지 : 3

2. 등식 $a(x+1)^2 + b(x+1) + cx^2 = 3x - 1$ 가 모든 x 의 값에 대하여 항상 성립할 때 상수 a, b, c 에 대하여 $\frac{a}{c} + b$ 의 값을 구하면?

① -6 ② -5 ③ -4 ④ -2 ⑤ -1

해설

좌변을 전개해서 계수비교하면
 $(a+c)x^2 + (2a+b)x + a+b = 3x - 1$
 $\therefore a+c=0, 2a+b=3, a+b=-1$
 $\therefore a=4, b=-5, c=-4$
 $\therefore \frac{a}{c} + b = -6$

3. 다음 등식 $a(x-1)(x-2) + bx(x-2) + cx(x-1) = 2x^2 - 3x - 2$ 가 x 의 값에 관계없이 항상 성립할 때, abc 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

양변에 $x = 0$ 을 대입하면, $2a = -2$

$\therefore a = -1$

양변에 $x = 1$ 을 대입하면, $-b = -3$

$\therefore b = 3$

양변에 $x = 2$ 을 대입하면, $2c = 0$

$\therefore c = 0$

$\therefore abc = 0$

4. $(x+1)^5 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4 + a_5x^5$ 이 x 에 대한 항등식일 때, $a_0 + a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5$ 의 값을 구하면?

① 8 ② 16 ③ 32 ④ 64 ⑤ 128

해설

양변에 $x = 1$ 을 대입하면,
 $(1+1)^5 = a_0 + a_1 + \cdots + a_5$ 이므로
 $\therefore 2^5 = 32$

5. $2012 = k$ 라 할 때, 2013×2011 을 k 로 나타내면?

① $k^2 + k$

② $k^2 - 1$

③ $k^2 + k + 1$

④ $k^2 - k + 1$

⑤ $k^2 - k$

해설

$$\begin{aligned} 2013 \times 2011 &= (k+1)(k-1) \\ &= k^2 - 1 \end{aligned}$$

6. 다음 식을 간단히 하여라.

$$\frac{1-2i}{2+3i} + \frac{1+2i}{2-3i}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{8}{13}$

해설

$$\begin{aligned} & \text{(준식)} \\ &= \frac{(1-2i)(2-3i) + (1+2i)(2+3i)}{(2+3i)(2-3i)} \\ &= \frac{(2-6) + (-4-3i) + (2-6) + (4+3)i}{2^2+3^2} \\ &= \frac{(-4-7i) + (-4+7i)}{13} \\ &= -\frac{8}{13} \end{aligned}$$

7. 다음 이차방정식 중 서로 다른 두 실근을 갖은 것의 개수는?

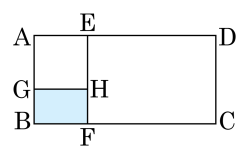
㉠ $3x^2 - x - 1 = 0$	㉡ $x^2 + x + \frac{1}{4} = 0$
㉢ $2x^2 - \sqrt{3}x + 2 = 0$	㉣ $x^2 - x + 2 = 0$

- ① 0개 ② 1개 ③ 2개 ④ 3개 ⑤ 4개

해설

- ㉠ $D = (-1)^2 - 4 \cdot 3(-1) = 13 > 0$ 이므로 서로 다른 두 실근을 갖는다.
- ㉡ $D = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot \frac{1}{4} = 0$ 이므로 중근을 갖는다.
- ㉢ $D = (\sqrt{3})^2 - 4 \cdot 2 \cdot 2 = -13 < 0$ 이므로 서로 다른 두 허근을 갖는다.
- ㉣ $D = (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2 = -7 < 0$ 이므로 서로 다른 두 허근을 갖는다.

8. 다음 그림의 사각형 AGHE, 사각형 EFCD는 정사각형이고, $\overline{AD} = a$, $\overline{AB} = b$ 일때, 사각형 GBFH의 넓이는?



- ① $a^2 - 2ab - b^2$ ② $a^2 + 3b^2 - 2ab$
 ③ $-a^2 + 3ab - 2b^2$ ④ $-a^2 + 3ab - b^2$
 ⑤ $-a^2 + 2ab - b^2$

해설

$$\begin{aligned} \square GBFH &= \square ABCD - \square AGHE - \square EFCD \\ &= ab - (a - b)^2 - b^2 = ab - (a^2 - 2ab + b^2) - b^2 \\ &= -a^2 + 3ab - 2b^2 \end{aligned}$$

9. x 에 관한 삼차식 $x^3 + mx^2 + nx + 1$ 을 $x + 1$ 로 나누면 나머지가 5이고, $x - 2$ 로 나누면 나머지가 3이다. 이 때, 상수 $m - n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

나머지 정리를 이용한다.

주어진 식에 $x = -1$, $x = 2$ 를 각각 대입하면,

$$(-1)^3 + m(-1)^2 + n(-1) + 1 = 5 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$(2)^3 + m(2)^2 + n \cdot 2 + 1 = 3 \cdots \textcircled{㉡}$$

㉠, ㉡을 연립하면,

$$m = \frac{2}{3}, n = -\frac{13}{3}$$

$$\therefore m - n = 5$$

10. 다항식 $ax^3 + bx^2 - 4$ 가 $x^2 + x - 2$ 로 나누어 떨어지도록 a, b 를 정할 때, a 와 b 의 곱을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$ax^3 + bx^2 - 4 = (x^2 + x - 2)Q(x)$
 $ = (x - 1)(x + 2)Q(x)$
양변에 $x = 1, x = -2$ 를 각각 대입하면
 $a + b - 4 = 0, -8a + 4b - 4 = 0$
두 식을 연립하여 풀면 $a = 1, b = 3$
 $\therefore ab = 3$

해설

$ax^3 + bx^2 - 4 = (x^2 + x - 2)(ax + 2)$
우변을 전개하여 계수를 비교하면
 $a = 1, b = 3 \therefore ab = 3$

11. $x = 2009$, $y = 7440$ 일 때, $\frac{x+yi}{y-xi} + \frac{y-xi}{x+yi}$ 의 값은?

- ① 0 ② 1 ③ -1 ④ i ⑤ $-i$

해설

주어진 식을 정리하면

$$\frac{x+yi}{y-xi} + \frac{y-xi}{x+yi}$$

$$= \frac{(x+yi)^2 + (y-xi)^2}{(y-xi)(x+yi)}$$

$$= \frac{x^2 + 2xyi - y^2 + y^2 - 2xyi - x^2}{xy + y^2i - x^2i + xy} = 0$$

따라서 구하는 값은 0

12. 다음 <보기>에서 계산 중 잘못된 것을 모두 고르면? (단, $i = \sqrt{-1}$)

보기

- I. $\sqrt{-3}\sqrt{-3} = \sqrt{(-3) \cdot (-3)} = \sqrt{9} = 3$
II. $\sqrt{5}\sqrt{-2} = \sqrt{5 \times (-2)} = \sqrt{-10} = \sqrt{10}i$
III. $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{-6}} = \sqrt{\frac{2}{-6}} = \sqrt{-\frac{1}{3}} = \sqrt{\frac{1}{3}}i$
IV. $\frac{\sqrt{-10}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{-10}{2}} = \sqrt{-5} = \sqrt{5}i$

- ① I, II ② I, III ③ II, III, IV
④ II, IV ⑤ III, IV

해설

- I. $\sqrt{-3}\sqrt{-3} = \sqrt{3}i\sqrt{3}i = \sqrt{9}i^2 = -3$
 $\therefore$ 옳지 않다.
II. $\sqrt{5}\sqrt{-2} = \sqrt{5}\sqrt{2}i = \sqrt{10}i$
 $\therefore$ 옳다.
III. $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{-6}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{6}i} = \sqrt{\frac{2}{6}} \cdot \frac{i}{i^2} = -\sqrt{\frac{1}{3}}i$
 $\therefore$ 옳지 않다.
IV. $\frac{\sqrt{-10}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{10}i}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{10}{2}}i = \sqrt{5}i$
 $\therefore$ 옳다.

13. $2|x-1|+x-4=0$ 의 해를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

▷ 정답 : -2

해설

i) $x < 1$ 일 때,
 $-2(x-1) + (x-4) = 0$
 $\therefore x = -2$
ii) $x \geq 1$ 일 때,
 $2(x-1) + x-4 = 0$
 $\therefore x = 2$
따라서 구하는 해는 $x = -2$ 또는 $x = 2$ 이다.

14. 이차방정식 $x^2 + (a+2)x + 1 = 0$ 이 중근을 갖도록 하는 모든 실수 a 의 값의 합을 구하면?

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

주어진 이차방정식이 중근을 가지려면

$D = (a+2)^2 - 4 = 0$ 이므로

$a^2 + 4a + 4 - 4 = a^2 + 4a = 0$

따라서 $a = 0$ 또는 $a = -4$

따라서 상수 a 의 값의 합은 -4

15. $x + y + z = 1$, $xy + yz + zx = 2$, $xyz = 3$ 일 때, $(x + y)(y + z)(z + x)$ 의 값을 구하면?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$\begin{aligned}x + y + z &= 1 \text{ 에서} \\x + y &= 1 - z \\y + z &= 1 - x \\z + x &= 1 - y \\(x + y)(y + z)(z + x) &= (1 - z)(1 - x)(1 - y) \\&= 1 - (x + y + z) + (xy + yz + zx) - xyz \\&= 1 - 1 + 2 - 3 = -1\end{aligned}$$

16. x 에 대한 다항식 x^3+ax^2+bx+c 를 $x-1$ 로 나누었을 때 몫과 나머지를 다음과 같은 조립제법으로 구하려고 한다. $i = 1$ 일 때, $a+b+c$ 의 값을 옳게 구한 것은?

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & a & b & c \\ & & d & e & f \\ \hline & 1 & g & h & \boxed{i} \end{array}$$

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

다항식 x^3+ax^2+bx+c 를 $x-1$ 로 나누었을 때의 몫과 나머지를 조립제법을 이용하여 구하면 다음과 같다.

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & a & b & c \\ & & 1 & a+1 & a+b+1 \\ \hline & 1 & a+1 & a+b+1 & \boxed{a+b+c+1} \end{array}$$

이때 $a+b+c+1 = 1$ 이므로
 $a+b+c = 0$
 따라서 ③이다.

17. $(x-3)(x-1)(x+2)(x+4)+24$ 를 인수분해하면 $(x+a)(x+b)(x^2+cx+d)$ 이다. $a+b+c-d$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$$\begin{aligned}x^2+x=A \text{로 치환하면} \\(x-3)(x-1)(x+2)(x+4)+24 \\&= \{(x-1)(x+2)\}\{(x-3)(x+4)\}+24 \\&= (x^2+x-2)(x^2+x-12)+24 \\&= (A-2)(A-12)+24 \\&= A^2-14A+48=(A-6)(A-8) \\&= (x^2+x-6)(x^2+x-8) \\&= (x-2)(x+3)(x^2+x-8) \\ \therefore a+b+c-d &= -2+3+1-(-8)=10\end{aligned}$$

18. 다음 보기 중 항상 옳다고 할 수 없는 등식은?

- ㉠ $x^2 + y^2 + z^2 = (x + y + z)^2 - 2(xy + yz + zx)$

㉡ $x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy$

㉢ $(x^2 + x + 1)(x^2 - x - 1) = x^4 + x + 1$

㉣ $x^2 - x - 2 = (x - 2)(x + 1)$

㉤ $(x - y)^3 = x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3$

① ㉠ ② ㉡ ③ ㉢ ④ ㉣ ⑤ ㉤

해설

㉢ $x + 1 = A$ 로 치환하여 전개하면
 $(x^2 + A)(x^2 - A) = x^4 - A^2 = x^4 - x^2 - 2x - 1$

19. 이차방정식 $3x^2 - 6x + 4 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① $\alpha^2 + \beta^2 = \frac{4}{3}$

③ $\frac{\beta}{\alpha} + \frac{\alpha}{\beta} = 1$

⑤ $(\alpha - \beta)^2 = -\frac{4}{3}$
- ② $\alpha^3 + \beta^3 = -1$

④ $\frac{1}{1 + \alpha} + \frac{1}{1 + \beta} = \frac{12}{13}$

해설

근과 계수와의 관계에서
 $\alpha + \beta = -\frac{-6}{3} = 2$, $\alpha\beta = \frac{4}{3}$

① $\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 4 - \frac{8}{3} = \frac{4}{3}$ (참)

② $\alpha^3 + \beta^3 = (\alpha + \beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha + \beta)$
 $= 2^3 - 3 \cdot \frac{4}{3} \cdot 2 = 0 \neq -1$ (거짓)

③ $\frac{\beta}{\alpha} + \frac{\alpha}{\beta} = \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha\beta} = \frac{4}{3} \div \frac{4}{3} = 1$ (참)

④ $\frac{1}{1 + \alpha} + \frac{1}{1 + \beta} = \frac{2 + \alpha + \beta}{1 + \alpha + \beta + \alpha\beta} = \frac{2 + 2}{1 + 2 + \frac{4}{3}} = \frac{12}{13}$ (참)

⑤ $(\alpha - \beta)^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta = 4 - \frac{16}{3} = -\frac{4}{3}$ (참)

20. 실수 a, b, c 에 대하여 $[a, b, c] = a^2 + bc$ 라 하고 $x + y + z = 10$, $x^2 + y^2 + z^2 = 12$ 일 때, $[x, 2y, z] + [y, 2z, x] + [z, 2x, y]$ 의 값은?

① 10 ② 22 ③ 88 ④ 100 ⑤ 144

해설

$$\begin{aligned} & [x, 2y, z] + [y, 2z, x] + [z, 2x, y] \\ &= x^2 + 2yz + y^2 + 2zx + z^2 + 2xy \\ &= x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2yz + 2zx \\ &= (x + y + z)^2 = 100 \end{aligned}$$