

1. 다항식 $(a-b)(a^2+ab+b^2)$ 을 전개하면?

① $a^2 - b^2$

② $a^3 - b^3$

③ $a^3 + b^3$

④ $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

⑤ $a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

해설

공식 : $(a-b)(a^2+ab+b^2) = a^3 - b^3$

2. 모든 실수 x 에 대하여 등식 $3x^2 + 2x + 7 = a(x+1)^2 + b(x+1) + c$ 가 성립할 때, 상수 c 의 값은?

- ① -6 ② -7 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

항등식이므로 우변을 전개하여 동류항끼리 비교한다.

$$3x^2 + 2x + 7 = ax^2 + (2a + b)x + a + b + c$$

$$a = 3, 2a + b = 2, a + b + c = 7$$

$$\therefore \text{연립하면 } a = 3, b = -4, c = 8$$

해설

조립제법 사용

$$\begin{array}{r|rrr} -1 & 3 & 2 & 7 \\ & & -3 & 1 \\ \hline -1 & 3 & -1 & 8 \rightarrow c \\ & & -3 & \\ \hline & 3 & -4 & \rightarrow b \\ & \downarrow & & \\ & a & & \end{array}$$

3. 실수 x 에 대하여 $|x-2|^2 - |3-x|^2 - \sqrt{-9} + \sqrt{-16}$ 을 $a+bi$ 꼴로 나타낼 때 $a+b$ 의 값을 구하면?

① -5

② $2x-4$

③ $2x$

④ $2x-5$

⑤ 0

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (x-2)^2 - (3-x)^2 - 3i + 4i \\ &= 2x-5+i\end{aligned}$$

$$\therefore a = 2x-5, b = 1$$

$$\therefore a+b = 2x-4$$

4. 집합 $A = \{z \mid z = p(1-i) + q(1+i)\}$ 에 대하여 다음 중 집합 A 의 원소인 것은? (단, p, q 는 양의 실수)

- ① $-4-2i$ ② $-3+i$ ③ $-2+i$
④ $2+3i$ ⑤ $5-2i$

해설

$$z = p(1-i) + q(1+i) \text{ 에서 } z = p+q + (-p+q)i$$

① $p+q = -4, -p+q = -2$ 이므로

$$p = -1, q = -3$$

$$\therefore -4-2i \notin A$$

② $p+q = -3, -p+q = 1$ 이므로

$$p = -2, q = -1$$

$$\therefore -3+i \notin A$$

③ $p+q = -2, -p+q = 1$ 이므로

$$p = -\frac{3}{2}, q = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore -2+i \notin A$$

④ $p+q = 2, -p+q = 3$ 이므로

$$p = -\frac{1}{2}, q = \frac{3}{2}$$

$$\therefore 2+3i \notin A$$

⑤ $p+q = 5, -p+q = -2$ 이므로

$$p = \frac{7}{2}, q = \frac{3}{2}$$

$$\therefore 5-2i \in A$$

5. $\frac{1}{\sqrt{-8}}(3\sqrt{-2}-3\sqrt{-8}+\sqrt{-32})$ 을 계산하면?

- ① i ② $\frac{1}{2}$ ③ $-i$ ④ $-\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{i}{2}$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= \frac{1}{2\sqrt{2}i}(3\sqrt{2}i-6\sqrt{2}i+4\sqrt{2}i) \\ &= \frac{1}{2\sqrt{2}i} \times \sqrt{2}i \\ &= \frac{1}{2}\end{aligned}$$

6. $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = -\sqrt{\frac{a}{b}}$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

- ① $a \geq 0, b < 0$ ② $a > 0, b > 0$ ③ $a \geq 0, b > 0$
④ $a < 0, b < 0$ ⑤ $a \leq 0, b < 0$

해설

$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = -\sqrt{\frac{a}{b}}$ 가 성립할 조건은 $b < 0$ 이고 $a \geq 0$ 일 때이다.

7. $x^2 - 5x + 6 = 0$ 의 근을 근의 공식을 이용하여 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 2$

▷ 정답 : $x = 3$

해설

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 4 \times 1 \times 6}}{2} = \frac{5 \pm 1}{2}$$

$\therefore x = 2$ 또는 $x = 3$

8. 다항식 $x^3 - 3x - 3$ 을 다항식 $x^2 - 2x - 1$ 로 나누었을 때의 몫이 $ax + b$ 이고, 나머지가 $cx + d$ 이었다. 이 때, $a + b + c + d$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$x^3 - 3x - 3 = (x^2 - 2x - 1)(ax + b) + cx + d$$

에서 계수를 비교하면

$$a = 1, -b + d = -3, -a - 2b + c = -3, b - 2a = 0$$

$$\text{에서 } a = 1, b = 2, d = -1, c = 2$$

$$\therefore a + b + c + d = 1 + 2 + (-1) + 2 = 4$$

9. $x^2 - 2x - y^2 + 2y$ 를 인수분해하였더니, $(x+ay)(x-by+c)$ 가 되었다. 이 때, a, b, c 를 순서대로 쓴 것은?

- ① -1, 0, 1 ② -1, 1, 2 ③ -2, -1, 1
④ -1, -1, -2 ⑤ -1, 2

해설

$$\begin{aligned}x^2 - 2x - y^2 + 2y &= (x+y)(x-y) - 2(x-y) \\ &= (x-y)(x+y-2) \\ \therefore a &= -1, b = -1, c = -2\end{aligned}$$

10. 다음 중 다항식 $x^4 - 5x^2 + 4$ 를 인수분해 할 때, 나타나는 인수가 아닌 것은?

- ① $x-1$ ② $x-2$ ③ $x-3$ ④ $x+1$ ⑤ $x+2$

해설

$$\begin{aligned}x^4 - 5x^2 + 4 &= (x^2 - 1)(x^2 - 4) \\ &= (x + 1)(x - 1)(x + 2)(x - 2)\end{aligned}$$

11. x 에 대한 다항식 $x^3 - 2x^2 - x + 2$ 가 $(x+a)(x+b)(x+c)$ 로 인수분해될 때, $a^2 + b^2 + c^2$ 의 값은? (단, a, b, c 는 상수)

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$$x^3 - 2x^2 - x + 2 = (x+1)(x-1)(x-2)$$

$$a^2 + b^2 + c^2 = (-1)^2 + 1^2 + 2^2 = 6$$

12. 두 다항식 $2x^2 + 2x - 4$ 와 $4x^3 - 4$ 에 관한 설명이다. 옳지 않은 것을 고르면?

- ① 두 다항식은 $(x-1)$ 로 나누어 떨어지므로, $(x-1)$ 은 두 다항식의 공약수이다.
- ② 두 다항식은 공약수가 있으므로 서로소가 아니다.
- ③ $4(x-1)^3(x+2)^2(x^2+x+1)$ 은 두 다항식의 공배수이다.
- ④ 두 다항식의 최대공약수는 $2(x-1)$ 이다.
- ⑤ 두 다항식의 최소공배수는 $(x+2)(x-1)^2(x^2+x+1)$ 이다.

해설

$$2x^2 + 2x - 4 = 2(x-1)(x+2)$$

$$4x^3 - 4 = 4(x-1)(x^2 + x + 1)$$

$$\text{최대공약수} : 2(x-1)$$

$$\text{최소공배수} : 4(x-1)(x+2)(x^2 + x + 1)$$

13. x 에 대한 일차방정식 $(a^2 + 3)x + 1 = a(4x + 1)$ 의 해가 무수히 많을 때, a 의 값은?

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$$(a^2 + 3 - 4a)x = a - 1$$

모든 x 에 대해 성립하려면
 $a^2 - 4a + 3 = 0$, $a - 1 = 0$
공통근 : $a = 1$

14. x 에 대한 이차방정식 $kx^2 + (2k+1)x + 6 = 0$ 의 해가 2, α 일 때, $k + \alpha$ 의 값을 구하면?

① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

해설

해가 2, α 라면 방정식에 2를 대입하면 0이 된다.

$$k \cdot 2^2 + (2k+1)2 + 6 = 0$$

$$4k + 4k + 8 = 0 \text{에서 } k = -1$$

$k = -1$ 을 방정식에 대입하고 α 를 구한다.

$$-x^2 - x + 6 = 0, x^2 + x - 6 = 0$$

$$(x+3)(x-2) = 0, x = 2, -3$$

$$\therefore k = -1, \alpha = -3$$

$$\therefore k + \alpha = -4$$

15. $\frac{2x+3a}{4x+1}$ 가 x 에 관계없이 일정한 값을 가질 때, $12a$ 의 값을 구하시오.

▶ 답:

▷ 정답: $12a = 2$

해설

$\frac{2x+3a}{4x+1} = k$ (일정값 = k)라 놓으면 $2x+3a = k(4x+1)$ 에서

$$(2-4k)x + 3a - k = 0$$

이 식은 x 에 대한 항등식이므로,

$$2-4k = 0, 3a - k = 0$$

$$k = \frac{1}{2} \text{ 이므로 } 3a = k \text{ 에서 } a = \frac{1}{6}$$

$$\therefore 12a = 2$$

16. $\frac{2012^3 + 1}{2012 \times 2011 + 1}$ 의 값을 a 라 할 때, $\frac{a+1}{a-1}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{1007}{1006}$

해설

$$\begin{aligned} a &= \frac{(2012+1)(2012^2-2012+1)}{(2012^2-2012+1)} \\ &= 2013 \text{ 이므로} \\ \therefore \frac{a+1}{a-1} &= \frac{2013+1}{2013-1} = \frac{2014}{2012} = \frac{1007}{1006} \end{aligned}$$

17. 방정식 $a^2x+1=a(x+1)$ 의 해가 존재하지 않을 때, 상수 a 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$a^2x+1=a(x+1)$ 에서 $a(a-1)x=a-1$
i) $a=1$ 일 때, $0 \cdot x=0$ 이므로 해는 무수히 많다.
ii) $a=0$ 이면 $0 \cdot x=-1$ 이므로 해가 없다.
iii) $a \neq 0, a \neq 1$ 일 때, $x = \frac{a-1}{a(a-1)} = \frac{1}{a}$
따라서 해가 없을 때의 a 의 값은 0이다.

18. 이차방정식 $(2 - \sqrt{3})x^2 - 2(\sqrt{3} - 1)x - 6 = 0$ 의 두 근 중 큰 근에 가장 가까운 정수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

이차항의 계수를 유리수로 고치기 위해 방정식의 양변에 $2 + \sqrt{3}$ 을 곱하면

$$x^2 - 2(\sqrt{3} + 1)x - (12 + 6\sqrt{3}) = 0$$

근의 공식을 이용해 위 방정식을 풀면

$$x = (\sqrt{3} + 1) \pm \sqrt{(\sqrt{3} + 1)^2 + 12 + 6\sqrt{3}}$$

$$= (\sqrt{3} + 1) \pm 2\sqrt{4 + 2\sqrt{3}}$$

$$= (\sqrt{3} + 1) \pm 2(\sqrt{3} + 1)$$

$$\therefore x = 3\sqrt{3} + 3 \text{ 또는 } x = -\sqrt{3} - 1$$

큰 근은 $3\sqrt{3} + 3$

그런데 $\sqrt{3} \approx 1.7 \dots$ 이므로

가장 가까운 정수는 8이다.

19. $[x]$ 는 x 를 넘지 않는 최대의 정수를 나타낸다. $0 \leq x < 2$ 일 때, $4[x]x^2 - 4x - 1 = 0$ 의 해를 α 라 하면 2α 의 값은?

- ① $\sqrt{2} - 1$ ② $\sqrt{2} + 1$ ③ $\sqrt{3} + 2$
④ $\sqrt{3} - 1$ ⑤ $\sqrt{3} - 2$

해설

(i) $0 \leq x < 1$ 일 때, $[x] = 0$ 이므로

$$-4x - 1 = 0$$

$$\therefore x = -\frac{1}{4} \text{ (부적합)}$$

(ii) $1 \leq x < 2$ 일 때, $[x] = 1$ 이므로

$$4x^2 - 4x - 1 = 0$$

$$\therefore x = \frac{1 \pm \sqrt{2}}{2}$$

$$1 \leq x < 2 \text{ 이므로 } x = \frac{\sqrt{2} + 1}{2}$$

$$\therefore 2\alpha = \sqrt{2} + 1$$

20. $x + \frac{1}{x} = 1$ 일 때, $x^{101} + \frac{1}{x^{101}}$ 의 값은?

- ① 1 ② -1 ③ -2 ④ 2 ⑤ 101

해설

$$x + \frac{1}{x} = 1 \text{ 에서 } x^2 + 1 = x$$

$$\therefore x^2 - x + 1 = 0, x^3 = -1$$

$$(\text{준 식}) = (x^3)^{33} \cdot x^2 + \frac{1}{(x^3)^{33} \cdot x^2}$$

$$= -x^2 + \frac{-1}{x^2} = -\frac{x^4 + 1}{x^2} = -\frac{-x + 1}{x^2}$$

$$= \frac{x - 1}{x^2} = 1$$