

1. 두 다항식 A, B 에 대하여 $A + B = -x^3 - 2x^2 + 4x + 5$, $2A - B = 4x^3 - x^2 - x + 1$ 일 때, 두 다항식 A, B 를 구하면?

① $A = x^3 + x^2 + x + 2$, $B = -2x^3 - 3x^2 + 3x + 3$

② $A = x^3 - x^2 + x + 2$, $B = -2x^3 - x^2 + 3x + 3$

③ $A = x^3 - x^2 + x - 2$, $B = -2x^3 - x^2 + 3x + 7$

④ $A = x^3 - x^2 - x + 2$, $B = -2x^3 - x^2 + 5x + 3$

⑤ $A = 3x^3 - 3x^2 + 3x + 6$, $B = -4x^3 + x^2 + x - 1$

해설

$$A + B = -x^3 - 2x^2 + 4x + 5 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$2A - B = 4x^3 - x^2 - x + 1 \cdots \textcircled{㉡}$$

$$(\textcircled{㉠} + \textcircled{㉡}) \div 3 : A = x^3 - x^2 + x + 2$$

$$(2\textcircled{㉠} - \textcircled{㉡}) \div 3 : B = -2x^3 - x^2 + 3x + 3$$

2. 두 다항식 $A = a + 2b$, $B = 2a + 3b$ 일 때, $2A + B$ 를 구하는 과정에서 사용된 연산법칙 중 옳지 않은 것을 골라라.

$$\begin{aligned} 2A + B &= 2(a + 2b) + (2a + 3b) \\ &= (2a + 4b) + (2a + 3b) \quad \text{㉠ 분배법칙} \\ &= 2a + (4b + 2a) + 3b \quad \text{㉡ 결합법칙} \\ &= 2a + (2a + 4b) + 3b \quad \text{㉢ 교환법칙} \\ &= (2a + 2a) + (4b + 3b) \quad \text{㉣ 교환법칙} \\ &= (2 + 2)a + (4 + 3)b \quad \text{㉤ 분배법칙} \\ &= 4a + 7b \end{aligned}$$

▶ 답:

▶ 정답: ㉣

해설

$$\text{㉣ } 2a + (2a + 4b) + 3b = (2a + 2a) + (4b + 3b): \text{결합법칙}$$

3. 다음 안에 알맞은 수를 차례대로 써 넣어라.

$$(x^3 + 4x^2 + 3x - 2) \div (\text{}x^2 + \text{}x + \text{}) = x + 2$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

▷ 정답 : 2

▷ 정답 : -1

해설

x^2 + x + = A 라 하면

$$(x^3 + 4x^2 + 3x - 2) \div A = x + 2$$

$$\therefore A = (x^3 + 4x^2 + 3x - 2) \div (x + 2)$$

$$\therefore A = x^2 + 2x - 1 \text{ 이므로}$$

안에 알맞은 수는 차례대로 1, 2, -1 이다.

4. 다항식 $f(x) = 4x^3 + ax^2 + x + 1$ 을 $x + \frac{1}{2}$ 로 나누면 나머지가 1일 때, 다항식 $f(x)$ 를 $2x + 1$ 로 나눈 몫 $Q(x)$ 와 나머지 R 을 구하면?

① $Q(x) = 2x^2 - x, R = 1$

② $Q(x) = 2x^2 + x, R = 1$

③ $Q(x) = 2x^2 - 2x, R = 1$

④ $Q(x) = 4x^2 - 2x, R = \frac{1}{2}$

⑤ $Q(x) = 4x^2 + 2x, R = \frac{1}{2}$

해설

$$f\left(-\frac{1}{2}\right) = 1 = \frac{a}{4} \therefore a = 4$$

$$\begin{aligned}\text{따라서 } f(x) &= 4x^3 + 4x^2 + x + 1 \\ &= x(4x^2 + 4x + 1) + 1 \\ &= x(2x + 1)^2 + 1\end{aligned}$$

$$2x + 1 \text{로 나누면 } Q(x) = 2x^2 + x, R = 1$$

5. 다음 식 중에서 옳지 않은 것을 고르면?

① $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$

② $(a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca) = a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$

③ $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

④ $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

⑤ $(a^2 + a + 1)(a^2 - a + 1) = a^4 - a^2 + 1$

해설

$$\begin{aligned}\text{⑤ } (a^2 + a + 1)(a^2 - a + 1) &= (a^2 + 1)^2 - a^2 \\ &= a^4 + a^2 + 1\end{aligned}$$

6. 두 다항식 $(1 + 2x + 3x^2 + 4x^3)^3$, $(1 + 2x + 3x^2 + 4x^3 + 5x^4)^3$ 의 x^3 의 계수를 각각 a , b 라 할 때, $a - b$ 의 값을 구하면?

① -21

② -15

③ -5

④ -1

⑤ 0

해설

$(1 + 2x + 3x^2 + 4x^3 + 5x^4)^3$ 의 전개식에서 x^4 항의 계수는 x^3 의 계수와는 관계가 없다.

따라서 $(1 + 2x + 3x^2 + 4x^3)^3$ 의 전개식에서 x^3 의 계수와 $(1 + 2x + 3x^2 + 4x^3 + 5x^4)^3$ 의 전개식에서 x^3 의 계수는 같다.

$\therefore a = b \quad \therefore a - b = 0$

7. $a+b+c=0$, $a^2+b^2+c^2=1$ 일 때, $4(a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2)$ 의 값은?

① $\frac{1}{4}$

② $\frac{1}{2}$

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

$$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab+bc+ca)$$

$$\therefore ab+bc+ca = -\frac{1}{2}$$

$$\begin{aligned} & 4(a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2) \\ &= 4\{(ab+bc+ca)^2 - 2abc(a+b+c)\} \end{aligned}$$

$$= 4 \times \left(-\frac{1}{2}\right)^2 = 1$$

8. $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x + 5$ 에 대하여 $f(x-1) = x^3 + Ax^2 + Bx + C$ 일 때, 상수 $A \times B \times C$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 66

해설

$$\begin{aligned} f(x-1) &= (x-1)^3 - 3(x-1)^2 + 2(x-1) + 5 \\ &= x^3 + Ax^2 + Bx + C \cdots \textcircled{7} \end{aligned}$$

⑦은 x 에 대한 항등식이므로

양변에 $x = 0, 1, 2$ 를 차례로 대입하면,

$$x = 0 \text{ 일 때, } -1 = C$$

$$x = 1 \text{ 일 때, } 5 = 1 + A + B + C$$

$$x = 2 \text{ 일 때, } 5 = 8 + 4A + 2B + C$$

위의 세 식을 연립하여 풀면

$$A = -6, B = 11, C = -1$$

9. 다항식 $x^3 + ax^2 + bx + 3$ 을 $x^2 - x - 12$ 로 나눈 나머지가 $14x - 9$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

몫을 $Q(x)$ 라 하면

$$x^3 + ax^2 + bx + 3$$

$$= (x^2 - x - 12)Q(x) + 14x - 9$$

$$= (x - 4)(x + 3)Q(x) + 14x - 9$$

$x = 4$, $x = -3$ 을 각각 대입하면

$$16a + 4b + 67 = 47 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$9a - 3b - 24 = -51 \cdots \textcircled{㉡}$$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a = -2$, $b = 3$

$$\therefore a + b = 1$$

10. 등식 $2x^2 + x + 5 = a(x-1)^2 + b(x-1) + c$ 가 x 에 대한 항등식일 때 $a + b + c$ 의 값은?

① 12

② 15

③ 18

④ 21

⑤ 24

해설

좌변을 전개하여 계수를 비교해서 a, b, c 를 구할 수 있다.

여기에서는 계수의 합을 구하는 것이므로 양변에 $x = 2$ 를 대입해서 구한다.

$$15 = a + b + c$$

11. 두 다항식 $f(x) = x^2 + 3x + a$, $g(x) = x^3 + ax$ 를 $x+2$ 로 나눈 나머지가 같을 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -2$

해설

$f(x) = x^2 + 3x + a$, $g(x) = x^3 + ax$ 에서

$f(-2) = g(-2)$ 이므로

$$4 - 6 + a = -8 - 2a$$

$$\therefore a = -2$$

12. 다항식 $f(x)$ 를 $x-1$, $x+1$ 로 나누었을 때의 나머지를 각각 m , n 이라 하자. 이 때 $f(x)$ 를 $(x+1)(x-1)$ 로 나누었을 때의 나머지를 $R(x)$ 를 m 과 n 이 포함된 식으로 나타내면?

① $R(x) = (m-n)x + (m+n)$

② $R(x) = (m+n)x + (m-n)$

③ $R(x) = (m-n)x - (m+n)$

④ $R(x) = \frac{m-n}{2}x + \frac{m+n}{2}$

⑤ $R(x) = \frac{m+n}{2}x + \frac{m-n}{2}$

해설

주어진 조건으로 식을 세우면 각각 다음과 같다.

$$\begin{aligned} f(x) &= (x-1)Q_1(x) + m \\ &= (x+1)Q_2(x) + n \end{aligned}$$

$$f(x) = (x-1)(x+1)Q_3(x) + R(x)$$

$$\text{즉, } f(1) = R(1) = m \cdots \textcircled{1}$$

$$f(-1) = R(-1) = n \cdots \textcircled{2}$$

$R(x) = ax + b$ 라 하면 ①, ②에 의해
 $a + b = m$, $-a + b = n$ 이므로

$$a = \frac{m-n}{2}, \quad b = \frac{m+n}{2}$$

$$\therefore R(x) = \frac{m-n}{2}x + \frac{m+n}{2}$$

13. 다항식 $f(x)$ 를 $2x - 1$ 로 나누면 나머지는 -4 이고, 그 몫을 $x + 2$ 로 나누면 나머지는 2 이다. 이때, $f(x)$ 를 $x + 2$ 로 나눌 때의 나머지를 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : -14

해설

$$f(x) = (2x - 1)Q(x) - 4 \text{라 하면}$$

$$f(-2) = -5Q(-2) - 4$$

$$\text{그런데 } Q(-2) = 2 \text{ 이므로 } f(-2) = -14$$

14. 다항식 $f(x)$ 를 $x^2 - 4$ 로 나누었을 때의 나머지가 $-x + 4$ 이다. 다항식 $f(x+1)$ 을 $x^2 + 2x - 3$ 으로 나누었을 때의 나머지를 구하면?

① $2x + 1$

② $-x + 3$

③ $x - 1$

④ $2x$

⑤ $2x - 3$

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= (x^2 - 4)P(x) - x + 4 \\ &= (x + 2)(x - 2)P(x) - x + 4 \end{aligned}$$

$$\therefore f(-2) = 6, f(2) = 2$$

$$\begin{aligned} f(x+1) &= (x^2 + 2x - 3)Q(x) + ax + b \\ &= (x + 3)(x - 1)Q(x) + ax + b \end{aligned}$$

$$x = -3 \text{을 대입하면 } f(-2) = -3a + b = 6$$

$$x = 1 \text{을 대입하면 } f(2) = a + b = 2$$

$$\therefore a = -1, b = 3$$

따라서 나머지는 $-x + 3$

15. x 에 대한 다항식 $x^3 + ax^2 + bx + 1$ 를 $x + 1$ 로 나누었을 때 몫과 나머지를 다음과 같은 조립제법으로 구하려고 한다. 다음 중 옳지 않은 것은?

k	1	a	b	1
		c	d	1
	1	3	-1	2

- ① $a = 3$ ② $b = 2$ ③ $c = -1$
 ④ $d = -3$ ⑤ $k = -1$

해설

다항식 $x^3 + ax^2 + bx + 1$ 를 $x + 1$ 로 나누었을 때의 몫과 나머지를 조립제법을 이용하여 구하면 다음과 같다.

-1	1	a	b	1
		-1	$-a + 1$	$-b + a - 1$
	1	$a - 1$	$b - a + 1$	$-b + a$

이때 $k = -1$, $c = -1$, $d = -a + 1$, $b - a + 1 = -1$, $-b + a = 2$
 이므로

$k = -1$, $c = -1$, $a = 4$, $b = 2$, $d = -3$

따라서 옳지 않은 것은 ①이다.

16. 임의의 실수 x 에 대하여 $2x^3 - 5x + 2 = a(x+1)^3 + b(x+1)^2 + c(x+1) + d$ 가 성립할 때, $a^2 - b^2 + c^2 - d^2$ 의 값을 구하면?

① 56

② 28

③ -28

④ -46

⑤ -56

해설

a, b, c, d 는 $2x^2 - 5x + 2$ 를 $(x+1)$ 로 계속 나눠 줄때 나오는 나머지이다.

조립제법을 이용해 보면

-1	2	0	-5	2	
		-2	2	3	
-1	2	-2	-3	5	← d
		-2	4		
-1	2	-4	1		← c
		-2			
-1	2	-6			← b
	↑				
	a				

$$\therefore a^2 - b^2 + c^2 - d^2 = 2^2 - (-6)^2 + 1^2 - 5^2 = -56$$

17. $16a^4 - 250ab^3$ 의 인수가 아닌 것은?

① a

② $2a - 5b$

③ $2a(2a - 5b)$

④ $4a^2 + 10ab + 25b^2$

⑤ $2a(2a + 5b)$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= 2a(8a^3 - 125b^3) \\&= 2a\{(2a)^3 - (5b)^3\} \\&= 2a(2a - 5b)(4a^2 + 10ab + 25b^2)\end{aligned}$$

18. 다음 중 $2x^2 - xy - y^2 - 4x + y + 2$ 의 인수인 것은?

① $2x + y - 2$

② $2x - y + 2$

③ $x - y + 1$

④ $x + y - 1$

⑤ $x - 2y - 1$

해설

x 에 대한 내림차순으로 정리하면

$$2x^2 - (y + 4)x - y^2 + y + 2$$

$$= 2x^2 - (y + 4)x - (y + 1)(y - 2)$$

$$= \{2x + (y - 2)\}\{x - (y + 1)\}$$

$$= (2x + y - 2)(x - y - 1)$$

19. $\frac{2012^3 + 1}{2012 \times 2011 + 1}$ 의 값을 a 라 할 때, $\frac{a+1}{a-1}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1007}{1006}$

해설

$$a = \frac{(2012 + 1)(2012^2 - 2012 + 1)}{(2012^2 - 2012 + 1)}$$

= 2013 이므로

$$\therefore \frac{a+1}{a-1} = \frac{2013+1}{2013-1} = \frac{2014}{2012} = \frac{1007}{1006}$$

20. $x = 1001$ 일 때, $\frac{x^6 - x^4 + x^2 - 1}{x^5 + x^4 + x + 1}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1000

해설

$$\begin{aligned}\frac{x^6 - x^4 + x^2 - 1}{x^5 + x^4 + x + 1} &= \frac{(x^4 + 1)(x^2 - 1)}{(x^4 + 1)(x + 1)} \\ &= x - 1 \\ &= 1001 - 1 \\ &= 1000\end{aligned}$$

21. 두 다항식 A, B 에 대하여 $A \otimes B = \frac{B}{B-A}$ 라 할 때, $(x \otimes x^2) + (x^2 - x) \otimes (x - 1)$ 을 간단히 하면? (단, $x \neq 0, x \neq 1$ 인 실수)

① -1

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$$(x \otimes x^2) = \frac{x^2}{x^2 - x} = \frac{x^2}{x(x-1)} = \frac{x}{x-1}$$

$$(x^2 - x) \otimes (x - 1) = \frac{x-1}{(x-1) - (x^2 - x)}$$

$$= \frac{x-1}{x-1-x^2+x}$$

$$= \frac{(x-1)}{-(x^2-2x+1)}$$

$$= \frac{(x-1)}{-(x-1)^2}$$

$$= -\frac{1}{x-1}$$

$$\therefore (\text{주어진 식}) = \frac{x}{x-1} - \frac{1}{(x-1)} = \frac{x-1}{x-1} = 1$$

22. $\sqrt{-12} + \sqrt{-3}\sqrt{-6} - \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{-2}} = a + bi$ 일 때, $a^2 + b^2$ 의 값은? (단, a, b 는 실수, $i = \sqrt{-1}$)

① 15

② 25

③ 35

④ 45

⑤ 55

해설

$$\sqrt{-12} + \sqrt{-3}\sqrt{-6} - \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{-2}}$$

$$= 2\sqrt{3}i - 3\sqrt{2} + \sqrt{3}i$$

$$= -3\sqrt{2} + 3\sqrt{3}i$$

$$= a + bi$$

$$\text{따라서, } a = -3\sqrt{2}, b = 3\sqrt{3}$$

$$\therefore a^2 + b^2 = 18 + 27 = 45$$

23. 복소수 $(1+i)x^2 + 2(2+i)x + 3 - 3i$ 를 제공하면 음의 실수가 된다.
이 때, 실수 x 의 값은?
(단, $i^2 = -1$)

- ① -1 ② 1 ③ -3 ④ 3 ⑤ 7

해설

$(x^2 + 4x + 3) + (x^2 + 2x - 3)i$ 가 순허수이어야 하므로

$$x^2 + 4x + 3 = 0, \quad x^2 + 2x - 3 \neq 0$$

$$(x+3)(x+1) = 0, \quad x = -1, \quad x = -3$$

$$(x+3)(x-1) \neq 0, \quad x \neq 1, \quad x \neq -3$$

$$\therefore x = -1$$

24. n 이 홀수일 때, $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{2n+1} + \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{4n+1}$ 을 간단히 하면?

① $-2i$

② $-i$

③ $2i$

④ i

⑤ 0

해설

$$\frac{1+i}{1-i} = \frac{2i}{2} = i$$

$$\frac{1-i}{1+i} = \frac{-2i}{2} = -i$$

$$i^{2n+1} + (-i)^{4n+1} \quad (n = 2k-1 \text{ 대입})$$

$$i^{2(2k-1)+1} + (-i)^{4(2k-1)+1}$$

$$= i^{4k-1} - i$$

$$= -i - i = -2i$$

25. 복소수 z 와 그의 켤레복소수 $\bar{z}$ 에 대한 다음 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① $z + \bar{z}$ 는 실수이다. ② $z = \bar{z}$ 이면 z 는 실수이다.
③ $z\bar{z} = 1$ 이면 $z^2 = 1$ 이다. ④ $z\bar{z} = 0$ 이면 $z = 0$ 이다.
⑤ $z\bar{z}$ 는 실수이다.

해설

복소수 z 와 그의 켤레복소수를 각각

$z = a + bi$, $\bar{z} = a - bi$ (a, b 는 실수)라 하면

- ① $z + \bar{z} = (a + bi) + (a - bi) = 2a$ (참)
② $z = \bar{z} \Leftrightarrow a + bi = a - bi$
 $\Leftrightarrow 2bi = 0$
 $\Leftrightarrow b = 0$ (참)
③ $z\bar{z} = a^2 + b^2 = 1 \Rightarrow z^2 = a^2 - b^2 + 2abi \neq 1$ (거짓)
(반례) $a = 0$, $b = 1$ 일 때, $z^2 = -1$
④ $z\bar{z} = a^2 + b^2 = 0 \Leftrightarrow a = 0$, $b = 0$ (참)
⑤ $z\bar{z} = a^2 + b^2$ (참)

26. $\overline{z - zi} = 1 - i$ 를 성립시키는 복소수 z 은?(단, $\bar{z}$ 는 z 의 켤레복소수이다.)

① $-i$

② 0

③ i

④ $\frac{3}{2} + \frac{1}{2}i$

⑤ $\frac{3}{2} - \frac{1}{2}i$

해설

$$\overline{z - zi} = \overline{z(1 - i)}$$

$$= \bar{z} \cdot \overline{1 - i}$$

$$= \bar{z}(1 + i)$$

$$\bar{z}(1 + i) = (1 - i)$$

$$\therefore \bar{z} = \frac{1 - i}{1 + i} = \frac{(1 - i)^2}{(1 + i)(1 - i)} = -i$$

$$\therefore z = i$$

27. 복소수 z 와 그 켤레복소수 $\bar{z}$ 에 대하여 $2z + 3\bar{z} = 5 - 2i$ 를 만족하는 복소수 z 의 역수는?

① $-\frac{1}{3} - \frac{2}{3}i$

② $\frac{1}{3} + \frac{2}{3}i$

③ $-1 - 2i$

④ $-\frac{1}{5} + \frac{2}{5}i$

⑤ $\frac{1}{5} - \frac{2}{5}i$

해설

$z = a + bi$, $\bar{z} = a - bi$ (a, b 는 실수)라 두면

$$2z + 3\bar{z} = 5 - 2i$$

$$2(a + bi) + 3(a - bi) = 5 - 2i$$

$$5a - bi = 5 - 2i$$

복소수 상등에 의하여

$$a = 1, b = 2$$

$$\therefore z = 1 + 2i$$

$$(z \text{의 역수}) = \frac{1}{1 + 2i} = \frac{1 - 2i}{5} = \frac{1}{5} - \frac{2}{5}i$$

28. $x = \frac{3+i}{2}$ 일 때, $p = 2x^3 - 2x^2 - 5x + 3$ 의 값을 구하면?

① $2 + i$

② $2 - i$

③ $-2 + i$

④ $-4 + i$

⑤ $4 + i$

해설

$$x = \frac{3+i}{2} \text{ 에서 } 2x - 3 = i$$

$$(2x - 3)^2 = i^2 \text{ 에서 } 2x^2 - 6x + 5 = 0$$

나눗셈 실행하여 몫과 나머지를 구하면

$$2x^3 - 2x^2 - 5x + 3$$

$$= (2x^2 - 6x + 5)(x + 2) + 2x - 7$$

$$= 2x - 7$$

$$= 2 \left(\frac{3+i}{2} \right) - 7$$

$$= -4 + i$$