

1. $(-4)^2$ 의 양의 제곱근을 a , $\sqrt{81}$ 의 음의 제곱근을 b 라고 할 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $ab = -12$

해설

$$(-4)^2 = 16 = (\pm 4)^2$$

$$\therefore a = +4$$

$$\sqrt{81} = 9 = (\pm 3)^2$$

$$\therefore b = -3$$

$$\therefore ab = (+4) \times (-3) = -12$$

2. 다음 중 가장 큰 수는 무엇인가?

① $\sqrt{25}$

② $(-\sqrt{4^2})^2$

③ $\sqrt{(-8)^2}$

④ $(\sqrt{3})^2$

⑤ $-\sqrt{16}$

해설

① $\sqrt{25} = 5$

② $(-\sqrt{4^2})^2 = (-4)^2 = 16$

③ $\sqrt{(-8)^2} = 8$

④ $(\sqrt{3})^2 = 3$

⑤ $-\sqrt{16} = -4$

따라서 가장 큰 수는 16 이다.

3. 다음 수 중에서 $\sqrt{3}$ 과 $\sqrt{5}$ 사이에 있지 않은 것은?

- ① $\sqrt{3} + 0.1$ ② $\sqrt{3} + 0.01$ ③ $\sqrt{5} - 0.01$
④ $\frac{\sqrt{3} + \sqrt{5}}{2}$ ⑤ $\sqrt{5} - \sqrt{3}$

해설

$$\sqrt{(1.7)^2} = \sqrt{1.89} < \sqrt{3} < \sqrt{3.24} = \sqrt{(1.8)^2}$$

$$\therefore 1.7 < \sqrt{3} < 1.8 \dots \text{㉠}$$

$$\sqrt{(2.2)^2} = \sqrt{4.84} < \sqrt{5} < \sqrt{5.29} = \sqrt{(2.3)^2}$$

$$\therefore 2.2 < \sqrt{5} < 2.3 \dots \text{㉢}$$

$$\text{㉠, ㉢ 에서 } 0.4 < \sqrt{5} - \sqrt{3} < 0.6 \dots \text{㉡}$$

따라서 ①, ②, ③은 $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$ 사이에 있는 수이다.

$$\text{④ } \frac{\sqrt{3} + \sqrt{5}}{2} \text{ 는 } \sqrt{3} \text{ 과 } \sqrt{5} \text{ 의 중점이므로 두 수 사이에 있다.}$$

$$\text{⑤ } 0.2 < \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{2} < 0.3 \text{ (} \because \text{㉡)} \text{ 이므로 } \sqrt{3}, \sqrt{5} \text{ 사이에 있는 수가 아니다.}$$

4. 다음 보기의 수를 $a\sqrt{b}$ 로 나타냈을 때, a 가 다른 하나를 골라라.

보기

㉠ $3\sqrt{7}$

㉡ $\sqrt{18}$

㉢ $\sqrt{45}$

㉣ $\frac{\sqrt{21}}{\sqrt{7}}$

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉣

해설

㉡ $\sqrt{18} = 3\sqrt{2}$

㉢ $\sqrt{45} = 3\sqrt{5}$

㉣ $\frac{\sqrt{21}}{\sqrt{7}} = \sqrt{3}$

따라서 a 가 다른 하나는 ㉣이다.

5. $\sqrt{60} \div \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{3}} = 3\sqrt{a}$ 일 때, 자연수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 5$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{60} \div \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{3}} &= \sqrt{60} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{4}} \\ &= \sqrt{15} \times \frac{\sqrt{3}}{1} \\ &= \sqrt{45} \\ &= 3\sqrt{5}\end{aligned}$$

$$\therefore a = 5$$

6. 다음 중 $\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{7}$ 사이에 있는 무리수가 아닌 것은? (단, $\sqrt{2} = 1.414$, $\sqrt{7} = 2.646$)

① $\sqrt{2} + 1$

② $\sqrt{5}$

③ $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{7}}{2}$

④ $\sqrt{7} - \sqrt{2}$

⑤ $\pi - \sqrt{2}$

해설

④ $\sqrt{7} - \sqrt{2} = 2.646 - 1.414 = 1.232$

7. $x > 0$ 이고 x 의 음의 제곱근이 a 일 때, 다음 중 옳은 것은?

① $a^2 = x$

② $x = \sqrt{a}$

③ $x^2 = a$

④ $x = -\sqrt{a}$

⑤ $a = \sqrt{x}$

해설

a 는 x 의 제곱근 중 하나이므로 $a^2 = x$ 또는 $a = + - \sqrt{x}$ 이 때, x 의 음의 제곱근이 a 이므로 $a = -\sqrt{x}$ 이다.

8. 다음 수를 큰 수부터 순서대로 나열할 때, 세 번째에 오는 수를 구하여라.

$\sqrt{5}, -\sqrt{3}, 3, 1, -\sqrt{5}$

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

3, $\sqrt{5}$, 1, $-\sqrt{3}$, $-\sqrt{5}$ 의 순서이므로 세 번째에 오는 수는 1이다.

9. 다음 보기에서 유리수는 몇 개인지 구하여라.

보기

$$-\sqrt{3}, 2.3683\cdots, 0.\dot{1}, \frac{3}{5}, \sqrt{4}, \sqrt{\frac{1}{5}}$$

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 3 개

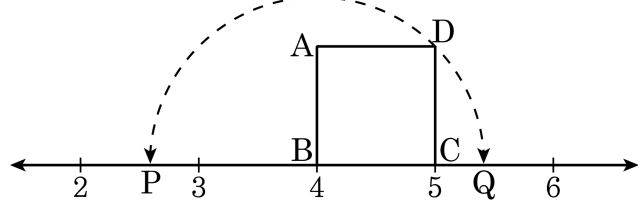
해설

$0.\dot{1} = \frac{1}{9}, \frac{3}{5}, \sqrt{4} = 2$ 는 유리수이다.

$-\sqrt{3}, 2.3683\cdots, \sqrt{\frac{1}{5}}$ 는 무리수이다.

따라서 유리수는 3 개이다.

10. 다음 그림과 같이 수직선 위의 점 A(4) 에서 점 D(5) 까지의 거리를 한 변으로 하는 정사각형 ABCD 가 있다. 점 B 를 중심으로 하고 대각선 BD 를 반지름으로 하는 반원을 그려 수직선과 만나는 점을 각각 P(a) , Q(b) 라 할 때, $b - a$ 의 값을 구하면?

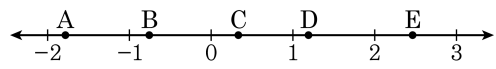


- ① 0 ② $\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{2} + 2$
 ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ $2\sqrt{2} - 2$

해설

□ABCD 넓이는 1 이므로 대각선의 길이는 $\sqrt{2}$
 $\therefore P(4 - \sqrt{2})$, $Q(4 + \sqrt{2})$
 따라서 $b - a = 4 + \sqrt{2} - (4 - \sqrt{2}) = 2\sqrt{2}$ 이다.

11. 다음 수직선에서 $3\sqrt{2}-5$ 에 대응하는 점은?



- ① A ② B ③ C ④ D ⑤ E

해설

$\sqrt{16} < 3\sqrt{2} < \sqrt{25}$ 에서
 $4 < 3\sqrt{2} < 5$ 이므로 $-1 < 3\sqrt{2}-5 < 0$ 이다.
 $\therefore 3\sqrt{2}-5$ 에 대응하는 점은 점 B 이다.

12. $\frac{2\sqrt{7}}{\sqrt{3}} \div \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{15}} \div \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{11}}$ 를 간단히 하였더니 $\sqrt{a}$ 이었다. 이 때, 자연수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 44$

해설

$$\begin{aligned}\frac{2\sqrt{7}}{\sqrt{3}} \div \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{15}} \div \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{11}} &= \frac{\sqrt{2^2 \times 7}}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{15}}{\sqrt{7}} \times \frac{\sqrt{11}}{\sqrt{5}} \\ &= \sqrt{2^2 \times 11} = \sqrt{44}\end{aligned}$$

$\therefore a = 44$ 이다.

13. $\sqrt{3}(3 - 5\sqrt{2}) - 5(2\sqrt{6} - \sqrt{3}) = a\sqrt{3} + b\sqrt{6}$ 일 때, $a + b$ 의 값은?
(단, a, b 는 유리수이다.)

① -7 ② 7 ③ 14 ④ 21 ⑤ 28

해설

$$3\sqrt{3} - 5\sqrt{6} - 10\sqrt{6} + 5\sqrt{3} = 8\sqrt{3} - 15\sqrt{6}$$

$$\therefore a + b = 8 - 15 = -7$$

14. $4\sqrt{3}$ 의 소수 부분을 a , $5-2\sqrt{3}$ 의 정수 부분을 b 라고 할 때, $a+4b$ 의 값은?

① $4\sqrt{3}+2$

② $4\sqrt{3}+1$

③ $4\sqrt{3}$

④ $4\sqrt{3}-1$

⑤ $4\sqrt{3}-2$

해설

$$4\sqrt{3} = \sqrt{48}, 6 < \sqrt{48} < 7 \text{ 이므로}$$

$4\sqrt{3}$ 의 정수 부분은 6,

$$\text{소수 부분은 } a = 4\sqrt{3} - 6$$

$$-4 < -\sqrt{12} < -3 \text{ 이고 } 1 < 5 - \sqrt{12} < 2 \text{ 이므로}$$

$$5 - 2\sqrt{3} \text{의 정수 부분은 } b = 1$$

$$\therefore a + 4b = 4\sqrt{3} - 6 + 4 = 4\sqrt{3} - 2$$

15. 두 실수 a, b 에 대하여 $a-b < 0$, $ab < 0$ 일 때, $\sqrt{a^2} + \sqrt{b^2} - \sqrt{(-a)^2} + \sqrt{(-b)^2}$ 을 간단히 한 것은?

- ① 0 ② $2a$ ③ $a-b$ ④ $2b$ ⑤ $a+b$

해설

$ab < 0$ 이면 a 와 b 의 부호가 다르다.
 $a-b < 0$ 이면 $a < b$ 이므로 $a < 0$, $b > 0$ 이다.
 $a < 0$ 이므로 $\sqrt{a^2} = -a$, $b > 0$ 이므로 $\sqrt{b^2} = b$
 $a < 0$ 이므로 $\sqrt{(-a)^2} = \sqrt{a^2} = -a$
 $b > 0$ 이므로 $\sqrt{(-b)^2} = \sqrt{b^2} = b$
따라서
 $\sqrt{a^2} + \sqrt{b^2} - \sqrt{(-a)^2} + \sqrt{(-b)^2}$
 $= -a + b - (-a) + b$
 $= 2b$

16. $\sqrt{19+x}$ 와 $\sqrt{120x}$ 가 모두 자연수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 x 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

$\sqrt{19+x}$ 가 자연수가 되려면 $19+x = 25, 36, 49, \dots \therefore x = 6, 17, 30, \dots \dots \textcircled{\text{㉠}}$

$\sqrt{120x} = \sqrt{2^3 \times 3 \times 5 \times x}$ 가 자연수가 되려면 $\therefore x = 2 \times 3 \times 5, 2^3 \times 3 \times 5, \dots \dots \textcircled{\text{㉡}}$

$\textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉡}}$ 에서 가장 작은 자연수 x 는 30 이다.

17. $f(x) = \sqrt{x+1} - \sqrt{x}$ 일 때, $f(1) + f(2) + f(3) + \cdots + f(39) + f(40)$ 의 값을 구하면?

① $\sqrt{40} - 1$

② $\sqrt{40} + 1$

③ $\sqrt{41} - 1$

④ $\sqrt{41} + 1$

⑤ $\sqrt{41} - \sqrt{40}$

해설

$$f(1) = \sqrt{2} - 1 = -1 + \sqrt{2}$$

$$f(2) = \sqrt{3} - \sqrt{2} = -\sqrt{2} + \sqrt{3}$$

$$f(3) = \sqrt{4} - \sqrt{3} = -\sqrt{3} + \sqrt{4} \cdots$$

$$f(39) = \sqrt{40} - \sqrt{39} = -\sqrt{39} + \sqrt{40}$$

$$f(40) = \sqrt{41} - \sqrt{40} = -\sqrt{40} + \sqrt{41}$$

$$\therefore f(1) + f(2) + f(3) + \cdots + f(39) + f(40)$$

$$= (-1 + \sqrt{2}) + (-\sqrt{2} + \sqrt{3}) + (-\sqrt{3} + \sqrt{4}) + \cdots + (-\sqrt{39} +$$

$$\sqrt{40}) + (-\sqrt{40} + \sqrt{41}) = -1 + \sqrt{41}$$

18. 다음 계산 중 옳은 것은?

- ① $\frac{6}{\sqrt{3}}(\sqrt{3}-\sqrt{2})+\frac{\sqrt{8}-2\sqrt{3}}{\sqrt{2}}=8+3\sqrt{2}$
- ② $\sqrt{32}-2\sqrt{24}-\sqrt{2}(1+2\sqrt{3})=3\sqrt{2}-2\sqrt{6}$
- ③ $(\sqrt{63}-\sqrt{35})\div\sqrt{7}=2-\sqrt{5}$
- ④ $\sqrt{3}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{3}}\right)+\sqrt{3}\left(\frac{2\sqrt{2}}{3}-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)=\frac{5\sqrt{6}}{6}$
- ⑤ $\frac{12+3\sqrt{6}}{\sqrt{3}}=4\sqrt{3}+3\sqrt{2}$

해설

- ① $\frac{6}{\sqrt{3}}(\sqrt{3}-\sqrt{2})+\frac{\sqrt{8}-2\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$
 $=\frac{6\sqrt{3}(\sqrt{3}-\sqrt{2})}{3}+\frac{4-2\sqrt{6}}{2}$
 $=2\sqrt{3}(\sqrt{3}-\sqrt{2})+(2-\sqrt{6})=8-3\sqrt{6}$
- ② $\sqrt{32}-2\sqrt{24}-\sqrt{2}(1+2\sqrt{3})$
 $=4\sqrt{2}-4\sqrt{6}-\sqrt{2}-2\sqrt{6}=3\sqrt{2}-6\sqrt{6}$
- ③ $(\sqrt{63}-\sqrt{35})\div\sqrt{7}=\frac{\sqrt{63}-\sqrt{35}}{\sqrt{7}}$
 $=\sqrt{9}-\sqrt{5}=3-\sqrt{5}$
- ④ $\sqrt{3}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{3}}\right)+\sqrt{3}\left(\frac{2\sqrt{2}}{3}-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$
 $=\left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}+\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}\right)+\left(\frac{\sqrt{3}\times 2\sqrt{2}}{3}-\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}\right)$
 $=\left(\frac{\sqrt{2}\times\sqrt{3}}{2}+1\right)+\left(\frac{2\sqrt{6}}{3}-1\right)$
 $=\left(\frac{\sqrt{6}}{2}+\frac{2\sqrt{6}}{3}\right)+(1-1)=\frac{7\sqrt{6}}{6}$
- ⑤ $\frac{12+3\sqrt{6}}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}(12+3\sqrt{6})}{3}$
 $=\frac{12\sqrt{3}+9\sqrt{2}}{3}=4\sqrt{3}+3\sqrt{2}$

19. 3의 음의 제곱근과 양의 제곱근을 각각 a, b 라 할 때, 다음 식을 계산하여라.

$$\sqrt{\sqrt{9(a^2b^2)^3} - \sqrt{5a^2 - 2b^2}}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$a = -\sqrt{3}, b = \sqrt{3} \text{ 이므로,}$$

$$\sqrt{\sqrt{9(a^2b^2)^3} - \sqrt{5a^2 - 2b^2}}$$

$$= \sqrt{\sqrt{9\{(-\sqrt{3})^2(\sqrt{3})^2\}^3} - \sqrt{5(-\sqrt{3})^2 - 2(\sqrt{3})^2}}$$

$$= \sqrt{\sqrt{9^4} - \sqrt{15 - 6}} = 9 - 3 = 6$$

20. a, b 가 $ab = 8, a - b = 2$ 를 만족하는 양수일 때, $\sqrt{\frac{a}{b}} - \sqrt{\frac{2b}{a}}$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{2} - 1$

해설

$a - b = 2, a = 2 + b$ 이므로 $ab = 8$ 에 대입하면

$(2 + b)b = 8$

$\therefore b^2 + 2b - 8 = 0$

$\therefore b = 2$

$\therefore a = 2 + b = 2 + 2 = 4$

$\sqrt{\frac{a}{b}} - \sqrt{\frac{2b}{a}} = \sqrt{\frac{4}{2}} - \sqrt{\frac{2 \times 2}{4}} = \sqrt{2} - 1$ 이다.