1. $(-4)^2$ 의 양의 제곱근을 a, $\sqrt{81}$ 의 음의 제곱근을 b 라고 할 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $ab = -12$

해설

$(-4)^2 = 16 = (\pm 4)^2$

$\therefore \ a = +4$

$\sqrt{81} = 9 = (\pm 3)^2$

$\therefore \ b = -3$

$\therefore \ ab = (+4) \times (-3) = -12$

2. 다음 중 가장 큰 수는 무엇인가?

① $\sqrt{25}$ ② $(-\sqrt{4^2})^2$ ③ $\sqrt{(-8)^2}$

④ $(\sqrt{3})^2$ ⑤ $-\sqrt{16}$

해설

① $\sqrt{25}=5$

② $(-\sqrt{4^2})^2=(-4)^2=16$

③ $\sqrt{(-8)^2}=8$

④ $(\sqrt{3})^2=3$

⑤ $-\sqrt{16}=-4$

따라서 가장 큰 수는 16 이다.

3. 다음 수 중에서 $\sqrt{3}$ 과 $\sqrt{5}$ 사이에 있지 않은 것은?

① $\sqrt{3}+0.1$ ② $\sqrt{3}+0.01$ ③ $\sqrt{5}-0.01$

④ $\dfrac{\sqrt{3}+\sqrt{5}}{2}$ ⑤ $\sqrt{5}-\sqrt{3}$

해설

$\sqrt{(1.7)^2}=\sqrt{1.89}<\sqrt{3}<\sqrt{3.24}=\sqrt{(1.8)^2}$

$\therefore 1.7<\sqrt{3}<1.8\cdots$ⓐ

$\sqrt{(2.2)^2}=\sqrt{4.84}<\sqrt{5}<\sqrt{5.29}=\sqrt{(2.3)^2}$

$\therefore 2.2<\sqrt{5}<2.3\cdots$ⓑ

ⓐ,ⓑ 에서 $0.4<\sqrt{5}-\sqrt{3}<0.6\cdots$㉠

따라서 ①, ②, ③은 $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$ 사이에 있는 수이다.

④ $\dfrac{\sqrt{3}+\sqrt{5}}{2}$ 는 $\sqrt{3}$과 $\sqrt{5}$ 의 중점이므로 두 수 사이에 있다.

⑤ $0.2<\dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{2}<0.3$ ($\because$ ㉠) 이므로 $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$ 사이에 있는 수가 아니다.

4. 다음 보기의 수를 $a\sqrt{b}$ 로 나타냈을 때, a 가 다른 하나를 골라라.

보기

㉠ $3\sqrt{7}$　　㉡ $\sqrt{18}$

㉢ $\sqrt{45}$　　㉣ $\dfrac{\sqrt{21}}{\sqrt{7}}$

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉣

해설

㉡ $\sqrt{18} = 3\sqrt{2}$

㉢ $\sqrt{45} = 3\sqrt{5}$

㉣ $\dfrac{\sqrt{21}}{\sqrt{7}} = \sqrt{3}$

따라서 a 가 다른 하나는 ㉣이다.

5. $\sqrt{60} \div \dfrac{\sqrt{4}}{\sqrt{3}} = 3\sqrt{a}$ 일 때, 자연수 a 의 값을 구하여라.

▶ **답 :**

▷ **정답 :** $a = 5$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{60} \div \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{3}} &= \sqrt{60} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{4}} \\ &= \sqrt{15} \times \frac{\sqrt{3}}{1} \\ &= \sqrt{45} \\ &= 3\sqrt{5}\end{aligned}$$

$\therefore a = 5$

6. 다음 중 $\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{7}$ 사이에 있는 무리수가 아닌 것은? (단, $\sqrt{2} = 1.414$, $\sqrt{7} = 2.646$)

① $\sqrt{2} + 1$　　② $\sqrt{5}$　　③ $\dfrac{\sqrt{2} + \sqrt{7}}{2}$

④ $\sqrt{7} - \sqrt{2}$　　⑤ $\pi - \sqrt{2}$

해설

④ $\sqrt{7} - \sqrt{2} = 2.646 - 1.414 = 1.232$

7. $x > 0$ 이고 x 의 음의 제곱근이 a 일 때, 다음 중 옳은 것은?

① $a^2 = x$　② $x = \sqrt{a}$　③ $x^2 = a$

④ $x = -\sqrt{a}$　⑤ $a = \sqrt{x}$

해설

a 는 x 의 제곱근 중 하나이므로 $a^2 = x$ 또는 $a = +-\sqrt{x}$
이 때, x의 음의 제곱근이 a이므로 $a = -\sqrt{x}$이다.

8. 다음 수를 큰 수부터 순서대로 나열할 때, 세 번째에 오는 수를 구하여라.

$\sqrt{5},\quad -\sqrt{3},\quad 3,\quad 1,\quad -\sqrt{5}$

▶ **답 :**

▷ **정답 :** 1

해설

3, $\sqrt{5}$, 1, $-\sqrt{3}$, $-\sqrt{5}$ 의 순서이므로 세 번째에 오는 수는 1 이다.

9. 다음 보기에서 유리수는 몇 개인지 구하여라.

보기

$$-\sqrt{3},\ 2.3683\cdots,\ 0.\dot{1},\ \frac{3}{5},\ \sqrt{4},\ \sqrt{\frac{1}{5}}$$

▶ **답 :** ____ 개

▷ **정답 :** 3 개

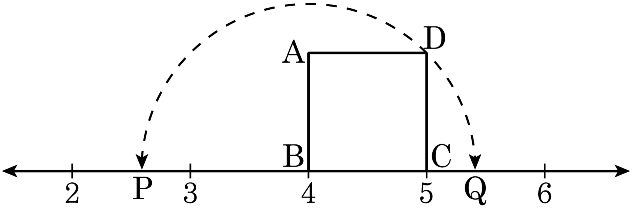
해설

$0.\dot{1}=\frac{1}{9},\ \frac{3}{5},\ \sqrt{4}=2$ 는 유리수이다.

$-\sqrt{3},\ 2.3683\cdots,\ \sqrt{\frac{1}{5}}$ 는 무리수이다.

따라서 유리수는 3 개이다.

10. 다음 그림과 같이 수직선 위의 점 A(4) 에서 점 D(5) 까지의 거리를 한 변으로 하는 정사각형 ABCD 가 있다. 점 B 를 중심으로 하고 대각선 BD 를 반지름으로 하는 반원을 그려 수직선과 만나는 점을 각각 P(a), Q(b) 라 할 때, $b-a$ 의 값을 구하면?



① 0　　② $\sqrt{2}$　　③ $\sqrt{2}+2$

④ $2\sqrt{2}$　　⑤ $2\sqrt{2}-2$

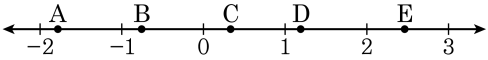
해설

□ABCD 넓이는 1이므로 대각선의 길이는 $\sqrt{2}$

$\therefore$ P$(4-\sqrt{2})$, Q$(4+\sqrt{2})$

따라서 $b-a=4+\sqrt{2}-(4-\sqrt{2})=2\sqrt{2}$ 이다.

11. 다음 수직선에서 $3\sqrt{2}-5$ 에 대응하는 점은?



① A　② B　③ C　④ D　⑤ E

해설

$\sqrt{16} < 3\sqrt{2} < \sqrt{25}$ 에서

$4 < 3\sqrt{2} < 5$ 이므로 $-1 < 3\sqrt{2}-5 < 0$ 이다.

$\therefore 3\sqrt{2}-5$ 에 대응하는 점은 점 B 이다.

12. $\dfrac{2\sqrt{7}}{\sqrt{3}} \div \dfrac{\sqrt{7}}{\sqrt{15}} \div \dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{11}}$를 간단히 하였더니 $\sqrt{a}$ 이었다. 이 때, 자연수 a의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 44$

해설

$$\frac{2\sqrt{7}}{\sqrt{3}} \div \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{15}} \div \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{11}} = \frac{\sqrt{2^2 \times 7}}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{15}}{\sqrt{7}} \times \frac{\sqrt{11}}{\sqrt{5}}$$

$$= \sqrt{2^2 \times 11} = \sqrt{44}$$

$\therefore a = 44$ 이다.

13. $\sqrt{3}(3-5\sqrt{2})-5(2\sqrt{6}-\sqrt{3})=a\sqrt{3}+b\sqrt{6}$ 일 때, $a+b$ 의 값은? (단, a, b 는 유리수이다.)

① -7　② 7　③ 14　④ 21　⑤ 28

해설

$3\sqrt{3}-5\sqrt{6}-10\sqrt{6}+5\sqrt{3}=8\sqrt{3}-15\sqrt{6}$

$\therefore a+b=8-15=-7$

14. $4\sqrt{3}$ 의 소수 부분을 a , $5-2\sqrt{3}$ 의 정수 부분을 b 라고 할 때, $a+4b$ 의 값은?

① $4\sqrt{3}+2$ ② $4\sqrt{3}+1$ ③ $4\sqrt{3}$

④ $4\sqrt{3}-1$ ⑤ $4\sqrt{3}-2$

해설

$4\sqrt{3}=\sqrt{48}$, $6<\sqrt{48}<7$ 이므로
$4\sqrt{3}$ 의 정수 부분은 6,
소수 부분은 $a=4\sqrt{3}-6$
$-4<-\sqrt{12}<-3$ 이고 $1<5-\sqrt{12}<2$ 이므로
$5-2\sqrt{3}$ 의 정수 부분은 $b=1$
$\therefore a+4b=4\sqrt{3}-6+4=4\sqrt{3}-2$

15. 두 실수 a, b 에 대하여 $a-b<0$, $ab<0$ 일 때, $\sqrt{a^2}+\sqrt{b^2}-\sqrt{(-a)^2}+\sqrt{(-b)^2}$ 을 간단히 한 것은?

① 0　　② $2a$　　③ $a-b$　　④ $2b$　　⑤ $a+b$

해설

$ab<0$ 이면 a와 b의 부호가 다르다.

$a-b<0$ 이면 $a<b$ 이므로 $a<0$, $b>0$ 이다.

$a<0$ 이므로 $\sqrt{a^2}=-a$, $b>0$ 이므로 $\sqrt{b^2}=b$

$a<0$ 이므로 $\sqrt{(-a)^2}=\sqrt{a^2}=-a$

$b>0$ 이므로 $\sqrt{(-b)^2}=\sqrt{b^2}=b$

따라서

$\sqrt{a^2}+\sqrt{b^2}-\sqrt{(-a)^2}+\sqrt{(-b)^2}$

$=-a+b-(-a)+b$

$=2b$

16. $\sqrt{19+x}$ 와 $\sqrt{120x}$ 가 모두 자연수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 x를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

$\sqrt{19+x}$ 가 자연수가 되려면 $19+x=25, 36, 49, \cdots$ $\therefore$ $x=6, 17, 30\cdots$ $\cdots$ ㉠
$\sqrt{120x}=\sqrt{2^3\times3\times5\times x}$ 가 자연수가 되려면 $\therefore$ $x=2\times3\times5, 2^3\times3\times5, \cdots$ $\cdots$ ㉡
㉠, ㉡에서 가장 작은 자연수 x는 30 이다.

17. $f(x) = \sqrt{x+1} - \sqrt{x}$ 일 때, $f(1) + f(2) + f(3) + \cdots + f(39) + f(40)$ 의 값을 구하면?

① $\sqrt{40} - 1$　　② $\sqrt{40} + 1$　　③ $\sqrt{41} - 1$

④ $\sqrt{41} + 1$　　⑤ $\sqrt{41} - \sqrt{40}$

해설

$f(1) = \sqrt{2} - 1 = -1 + \sqrt{2}$
$f(2) = \sqrt{3} - \sqrt{2} = -\sqrt{2} + \sqrt{3}$
$f(3) = \sqrt{4} - \sqrt{3} = -\sqrt{3} + \sqrt{4} \cdots$
$f(39) = \sqrt{40} - \sqrt{39} = -\sqrt{39} + \sqrt{40}$
$f(40) = \sqrt{41} - \sqrt{40} = -\sqrt{40} + \sqrt{41}$
$\therefore f(1) + f(2) + f(3) + \cdots + f(39) + f(40)$
$= (-1 + \sqrt{2}) + (-\sqrt{2} + \sqrt{3}) + (-\sqrt{3} + \sqrt{4}) + \cdots + (-\sqrt{39} + \sqrt{40}) + (-\sqrt{40} + \sqrt{41}) = -1 + \sqrt{41}$

18. 다음 계산 중 옳은 것은?

① $\frac{6}{\sqrt{3}}(\sqrt{3}-\sqrt{2})+\frac{\sqrt{8}-2\sqrt{3}}{\sqrt{2}}=8+3\sqrt{2}$

② $\sqrt{32}-2\sqrt{24}-\sqrt{2}(1+2\sqrt{3})=3\sqrt{2}-2\sqrt{6}$

③ $(\sqrt{63}-\sqrt{35})\div\sqrt{7}=2-\sqrt{5}$

④ $\sqrt{3}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{3}}\right)+\sqrt{3}\left(\frac{2\sqrt{2}}{3}-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)=\frac{5\sqrt{6}}{6}$

⑤ $\frac{12+3\sqrt{6}}{\sqrt{3}}=4\sqrt{3}+3\sqrt{2}$

해설

① $\frac{6}{\sqrt{3}}(\sqrt{3}-\sqrt{2})+\frac{\sqrt{8}-2\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$

$=\frac{6\sqrt{3}(\sqrt{3}-\sqrt{2})}{3}+\frac{4-2\sqrt{6}}{2}$

$=2\sqrt{3}(\sqrt{3}-\sqrt{2})+(2-\sqrt{6})=8-3\sqrt{6}$

② $\sqrt{32}-2\sqrt{24}-\sqrt{2}(1+2\sqrt{3})$

$=4\sqrt{2}-4\sqrt{6}-\sqrt{2}-2\sqrt{6}=3\sqrt{2}-6\sqrt{6}$

③ $(\sqrt{63}-\sqrt{35})\div\sqrt{7}=\frac{\sqrt{63}-\sqrt{35}}{\sqrt{7}}$

$=\sqrt{9}-\sqrt{5}=3-\sqrt{5}$

④ $\sqrt{3}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{3}}\right)+\sqrt{3}\left(\frac{2\sqrt{2}}{3}-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$

$=\left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}+\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}\right)+\left(\frac{\sqrt{3}\times2\sqrt{2}}{3}-\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}\right)$

$=\left(\frac{\sqrt{2}\times\sqrt{3}}{2}+1\right)+\left(\frac{2\sqrt{6}}{3}-1\right)$

$=\left(\frac{\sqrt{6}}{2}+\frac{2\sqrt{6}}{3}\right)+(1-1)=\frac{7\sqrt{6}}{6}$

⑤ $\frac{12+3\sqrt{6}}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}(12+3\sqrt{6})}{3}$

$=\frac{12\sqrt{3}+9\sqrt{2}}{3}=4\sqrt{3}+3\sqrt{2}$

19. 3 의 음의 제곱근과 양의 제곱근을 각각 a, b 라 할 때, 다음 식을 계산하여라.

$$\sqrt{\sqrt{9(a^2b^2)^3}} - \sqrt{5a^2 - 2b^2}$$

▶ **답 :**

▷ **정답 :** 6

해설

$a = -\sqrt{3}, b = \sqrt{3}$ 이므로,

$\sqrt{\sqrt{9(a^2b^2)^3}} - \sqrt{5a^2 - 2b^2}$

$= \sqrt{\sqrt{9\left\{(-\sqrt{3})^2(\sqrt{3})^2\right\}^3}} - \sqrt{5(-\sqrt{3})^2 - 2(\sqrt{3})^2}$

$= \sqrt{\sqrt{9^4}} - \sqrt{15 - 6} = 9 - 3 = 6$

20. a, b 가 $ab = 8$, $a - b = 2$ 를 만족하는 양수일 때, $\sqrt{\frac{a}{b}} - \sqrt{\frac{2b}{a}}$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{2} - 1$

해설

$a - b = 2$, $a = 2 + b$이므로 $ab = 8$에 대입하면

$(2 + b)b = 8$

$\therefore\ b^2 + 2b - 8 = 0$

$\therefore\ b = 2$

$\therefore\ a = 2 + b = 2 + 2 = 4$

$\sqrt{\frac{a}{b}} - \sqrt{\frac{2b}{a}} = \sqrt{\frac{4}{2}} - \sqrt{\frac{2 \times 2}{4}} = \sqrt{2} - 1$ 이다.