

1. 다음 설명 중 옳지 않은 것은?

①  $\sqrt{-8} = 2\sqrt{2}i$

② 3의 허수부분은 0이다.

③  $\sqrt{-2}$  는 순허수이다.

④  $b = 1$  이면  $a + (b - 1)i$  는 실수이다.

⑤ 제곱하여  $-3$  이 되는 수는  $\pm\sqrt{3}i$  이다.

해설

④ [반례]  $a = i, b = 1$  이면  $a + (b - 1)i = i$  이므로 순허수이다.(거짓)

2. 다음 등식을 만족하는 실수  $x + y$  의 값을 구하시오.

$$3x + 3 + (2y - 9)i = 9 + 5i$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

복소수가 서로 같을 조건에서

$$3x + 3 = 9, 2y - 9 = 5$$

이것을 연립하여 풀면  $x = 2, y = 7$

3.  $\frac{2+3i}{3-i}$  를 계산하면?

①  $\frac{3}{8} + \frac{13}{8}i$

④  $\frac{3}{8} - \frac{13}{8}i$

②  $\frac{3}{10} + \frac{11}{10}i$

⑤  $\frac{4}{9} + \frac{11}{9}i$

③  $\frac{3}{10} - \frac{11}{10}i$

해설

$$\frac{2+3i}{3-i} = \frac{(2+3i)(3+i)}{(3-i)(3+i)} = \frac{3}{10} + \frac{11}{10}i$$

4.  $i + i^2 + i^3 + i^4 + i^5$  을 간단히 하면?(단,  $i = \sqrt{-1}$  )

①  $i$

②  $-i$

③  $1 + i$

④  $0$

⑤  $1$

해설

$$i^2 = -1, i^3 = i^2 \times i = -i, i^4 = (i^2)^2 = (-1)^2 = 1,$$

$$i^5 = i^4 \times i = i$$

$$i + i^2 + i^3 + i^4 + i^5$$

$$= i + (-1) + (-i) + 1 + i = i$$

5.  $x = 2 - \sqrt{3}i$ ,  $y = 2 + \sqrt{3}i$  일 때,  $x^2 + y^2$  의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$\begin{aligned}x^2 + y^2 &= (2 - \sqrt{3}i)^2 + (2 + \sqrt{3}i)^2 \\&= 4 - 4\sqrt{3}i - 3 + 4 + 4\sqrt{3}i - 3 \\&= 2\end{aligned}$$

해설

$$\begin{aligned}x^2 + y^2 &= (x + y)^2 - 2xy \\&= 4^2 - 2 \cdot 7 \\&= 16 - 14 \\&= 2\end{aligned}$$

6.  $\alpha = 1 + i$ ,  $\beta = 2 - i$ 의 켈레복소수를 각각  $\bar{\alpha}$ ,  $\bar{\beta}$ 라 할 때,  $\alpha\bar{\alpha} + \alpha\bar{\beta} + \bar{\alpha}\beta + \bar{\alpha}\bar{\beta}$ 의 값은?

① 0

② 3

③  $7 - 2i$

④  $7 - i$

⑤  $7 + i$

해설

$\alpha = 1 + i$ ,  $\beta = 2 - i$ 에서  $\bar{\alpha} = 1 - i$ ,  $\bar{\beta} = 2 + i$ 이므로

$$\alpha\bar{\alpha} + \alpha\bar{\beta} + \bar{\alpha}\beta + \bar{\alpha}\bar{\beta}$$

$$= (1 + i)(1 - i) + (1 + i)(2 + i) + (1 - i)(2 - i) + (1 - i)(2 + i)$$

$$= (1 + 1) + (2 - 1 + 3i) + (2 - 1 - 3i) + (2 + 1 - i)$$

$$= 7 - i$$

7.  $x = 3 + 2i$  일 때,  $x^2 - 6x - 10$  의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $-23$

해설

$x = 3 + 2i$  에서  $x - 3 = 2i$  의 양변을 제곱하면

$$(x - 3)^2 = (2i)^2 \quad \therefore x^2 - 6x = -4$$

$$x^2 - 6x - 10 = -4 - 10 = -14$$

$$\therefore -14$$

8.  $\sqrt{-3} \cdot \sqrt{-5}$ 를 계산하면?

①  $\sqrt{15}$

②  $-\sqrt{15}$

③  $\sqrt{15}i$

④  $-\sqrt{15}i$

⑤  $-15$

해설

$$\sqrt{-3} \cdot \sqrt{-5} = \sqrt{3}i \cdot \sqrt{5}i = -\sqrt{15}$$

9. 복소수  $z = (2 + i)a^2 + (1 + 4i)a + 2(2i - 3)$  이 순허수일 때, 실수  $a$ 의 값은?

①  $-2$

②  $1$

③  $\frac{3}{2}$

④  $\frac{5}{2}$

⑤  $3$

해설

$$z = (2a^2 + a - 6) + (a^2 + 4a + 4)i$$

순허수이므로  $2a^2 + a - 6 = 0$

$$\Rightarrow (a + 2)(2a - 3) = 0$$

$$\Leftrightarrow a = -2 \text{ 또는 } a = \frac{3}{2}$$

그런데  $a = 2$ 이면,

$a^2 + 4a + 4 = 0$ 이 되어 순허수가 성립되지 않는다.

$$\therefore a = \frac{3}{2}$$

10.  $(1+i)x^2 + (1-i)x - 6 - 2i$  가 순허수가 되는 실수  $x$  의 값을 구하면?

① -3

② -2

③ -1

④ 2

⑤ 3

해설

주어진 식을 정리하면  $(x^2 + x - 6) + (x^2 - x - 2)i$  이고  
순허수가 되기 위해선  $x^2 + x - 6 = (x + 3)(x - 2) = 0$  이어야  
하므로  $x = -3$  또는  $x = 2$  이다.

그런데  $x^2 - x - 2 \neq 0$  이어야 하므로  $x \neq 2$

따라서  $x = -3$

11.  $\frac{a}{1-i} + \frac{b}{1+i} = 5$ 를 만족하는 두 실수  $a, b$ 에 대하여 곱  $ab$ 의 값을 구하면?

① 5

② 10

③ 15

④ 20

⑤ 25

해설

$$\frac{a(1+i)}{2} + \frac{b(1-i)}{2} = 5$$

$$a(1+i) + b(1-i) = 10,$$

$$(a+b) + (a-b)i = 10$$

$$a+b = 10, a-b = 0$$

$$2a = 10, a = 5, b = 5, ab = 25$$

12.  $(1 - 3i)x + (3 + 2i)y = 1 + 8i$ 를 만족하는 실수  $x, y$ 에 대하여  $x + y$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$(1 - 3i)x + (3 + 2i)y = 1 + 8i,$$

$$(x + 3y) + (-3x + 2y)i = 1 + 8i \text{ 에서}$$

복소수의 상등에 의하여

$$x + 3y = 1, \quad -3x + 2y = 8 \text{ 이고}$$

$$\text{연립하여 풀면 } y = 1, \quad x = -2$$

$$\therefore x + y = -1$$

13. 등식  $\left(\frac{2+i}{1+\sqrt{2}i}\right)\left(\frac{1-4i}{1-\sqrt{2}i}\right) = a+bi$  를 만족하는 실수  $a, b$  에 대하여  $a-3b$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $a-3b = 9$

해설

$$\begin{aligned}(\text{좌변}) &= \frac{(2+i)(1-4i)}{(1+\sqrt{2}i)(1-\sqrt{2}i)} \\&= \frac{2-8i+i-4i^2}{1-2i^2} \\&= \frac{6-7i}{3} = 2 - \frac{7}{3}i \text{ 이므로}\end{aligned}$$

$$2 - \frac{7}{3}i = a + bi$$

복소수가 서로 같을 조건에 의하여

$$a = 2, b = -\frac{7}{3}$$

$$\therefore a - 3b = 2 - 3 \times \left(-\frac{7}{3}\right) = 2 + 7 = 9$$

14.  $\frac{5}{1+2i} = x+yi$  를 만족하는 실수  $x, y$  의 합을 구하여라. (단,  $i = \sqrt{-1}$ )

▶ 답 :

▷ 정답 :  $x + y = -1$

해설

$$\frac{5}{1+2i} = \frac{5(1-2i)}{(1+2i)(1-2i)} = \frac{5(1-2i)}{5} = 1-2i$$

$$1-2i = x+yi$$

$$x=1, y=-2, x+y=-1$$

15. 복소수  $z$  와 그의 켤레복소수  $\bar{z}$  에 대하여 등식  $(1 - 2i)z - i\bar{z} = 3 - 5i$  를 만족하는  $z$  는?

①  $1 + i$

②  $2 + i$

③  $2 + 2i$

④  $1 - i$

⑤  $2 - i$

해설

$z = a + bi$  라 하면  $\bar{z} = a - bi$  이므로

$$\begin{aligned}(1 - 2i)(a + bi) - i(a - bi) &= a + bi - 2ai + 2b - ai - b \\ &= (a + b) + (-3a + b)i = 3 - 5i\end{aligned}$$

따라서  $a + b = 3$  ,  $-3a + b = -5$  이므로 연립하여 풀면

$$a = 2, b = 1$$

따라서  $z = 2 + i$  이다.

16.  $x = \frac{1 - \sqrt{3}i}{2}$  일 때,  $x^2 - x + 1$  의 값은?

①  $-1$

②  $0$

③  $1$

④  $\frac{1 - \sqrt{3}i}{2}$

⑤  $\frac{1 + \sqrt{3}i}{2}$

해설

$$x = \frac{1 - \sqrt{3}i}{2} \text{ 의 양변에 } 2 \text{ 를 곱하면 } 2x = 1 - \sqrt{3}i$$

$$\text{그러므로 } 2x - 1 = -\sqrt{3}i$$

$$\text{이 식의 양변을 제곱하면 } 4x^2 - 4x + 1 = -3$$

$$\text{즉, } 4x^2 - 4x + 4 = 0$$

$$\text{따라서, } x^2 - x + 1 = 0$$

17. 다음 <보기>에서 계산 중 잘못된 것을 모두 고르면? (단,  $i = \sqrt{-1}$ )

보기

$$\text{I. } \sqrt{-3}\sqrt{-3} = \sqrt{(-3) \cdot (-3)} = \sqrt{9} = 3$$

$$\text{II. } \sqrt{5}\sqrt{-2} = \sqrt{5 \times (-2)} = \sqrt{-10} = \sqrt{10}i$$

$$\text{III. } \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{-6}} = \sqrt{\frac{2}{-6}} = \sqrt{-\frac{1}{3}} = \sqrt{\frac{1}{3}}i$$

$$\text{IV. } \frac{\sqrt{-10}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{-10}{2}} = \sqrt{-5} = \sqrt{5}i$$

① I, II

② I, III

③ II, III, IV

④ II, IV

⑤ III, IV

해설

$$\text{I. } \sqrt{-3}\sqrt{-3} = \sqrt{3}i\sqrt{3}i = \sqrt{9}i^2 = -3$$

∴ 옳지 않다.

$$\text{II. } \sqrt{5}\sqrt{-2} = \sqrt{5}\sqrt{2}i = \sqrt{10}i$$

∴ 옳다.

$$\text{III. } \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{-6}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{6}i} = \sqrt{\frac{2}{6}} \cdot \frac{i}{i^2} = -\sqrt{\frac{1}{3}}i$$

∴ 옳지 않다.

$$\text{IV. } \frac{\sqrt{-10}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{10}i}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{10}{2}}i = \sqrt{5}i$$

∴ 옳다.

18.  $x = 2007$ ,  $y = 4331$  일 때,  $\frac{x+yi}{y-xi} + \frac{y-xi}{x+yi}$  의 값은?

① 0

② 1

③ -1

④  $i$

⑤  $-i$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{x+yi}{y-xi} + \frac{y-xi}{x+yi} \\ &= \frac{(x+yi)^2 + (y-xi)^2}{(y-xi)(x+yi)} \\ &= \frac{x^2 + 2xyi - y^2 + y^2 - 2xyi - x^2}{(y-xi)(x+yi)} \\ &= 0 \end{aligned}$$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{x+yi}{y-xi} + \frac{y-xi}{x+yi} \\ &= \frac{i(y-xi)}{y-xi} + \frac{-i(x+yi)}{x+yi} \\ &= i + (-i) \\ &= 0 \end{aligned}$$

19.  $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{2004} + \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{2005}$  를 간단히 하면?

①  $-2i$

②  $2i$

③  $1+i$

④  $1-i$

⑤  $i$

해설

$$\left(\frac{1+i}{1-i}\right) = i, \left(\frac{1-i}{1+i}\right) = -i \text{ 이고 } i^4 = 1$$

$$\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{2004} + \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{2005}$$

$$= i^{2004} + (-i)^{2005}$$

$$= i^{4 \times 501} + (-i)^{4 \times 501} \times (-i)$$

$$= 1 + (-i)$$

$$= 1 - i$$

20.  $x = \frac{3+i}{2}$  일 때,  $p = 2x^3 - 2x^2 - 5x + 3$  의 값을 구하면?

①  $2 + i$

②  $2 - i$

③  $-2 + i$

④  $-4 + i$

⑤  $4 + i$

해설

$$x = \frac{3+i}{2} \text{ 에서 } 2x - 3 = i$$

$$(2x - 3)^2 = i^2 \text{ 에서 } 2x^2 - 6x + 5 = 0$$

나눗셈 실행하여 몫과 나머지를 구하면

$$2x^3 - 2x^2 - 5x + 3$$

$$= (2x^2 - 6x + 5)(x + 2) + 2x - 7$$

$$= 2x - 7$$

$$= 2 \left( \frac{3+i}{2} \right) - 7$$

$$= -4 + i$$

21.  $x = 2 + \sqrt{3}i$  일 때,  $x^3 \cdot \bar{x} - x \cdot \bar{x}^3$  의 값은? (단,  $\bar{x}$  는  $x$  의 켤레복소수이다.)

①  $13i$

②  $28\sqrt{3}i$

③  $28i$

④  $56\sqrt{3}i$

⑤  $72i$

해설

$x = 2 + \sqrt{3}i$  에서  $\bar{x} = 2 - \sqrt{3}i$  이므로

$$\begin{aligned}x^3 \cdot \bar{x} - x \cdot \bar{x}^3 &= x\bar{x}(x^2 - \bar{x}^2) = x\bar{x}(x + \bar{x})(x - \bar{x}) \\&= 7 \cdot 4 \cdot 2\sqrt{3}i = 56\sqrt{3}i\end{aligned}$$

22. 다음 보기 중 옳은 것은 모두 몇 개인가?

$$\textcircled{㉠} \sqrt{-2} \sqrt{-5} = \sqrt{10}$$

$$\textcircled{㉡} \sqrt{-3} \sqrt{12} = -6$$

$$\textcircled{㉢} (-\sqrt{-2})^2 = -2$$

$$\textcircled{㉣} (\sqrt{-3})^3 = -3\sqrt{3}i$$

$$\textcircled{㉤} \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{-2}} = -2i$$

$$\textcircled{㉥} \frac{\sqrt{-8}}{\sqrt{2}} = -2$$

① 2 개

② 3 개

③ 4 개

④ 5 개

⑤ 6 개

해설

㉢, ㉣, ㉤이 옳다.

$$\textcircled{㉠} \sqrt{-2} \sqrt{-5} = -\sqrt{10}$$

$$\textcircled{㉡} \sqrt{-3} \sqrt{12} = 6i$$

$$\textcircled{㉥} \frac{\sqrt{-8}}{\sqrt{2}} = 2i$$

23. 복소수  $z = a + bi$  (단,  $a, b$ 는 실수,  $i = \sqrt{-1}$ 를 좌표평면 위의 점  $P(a, b)$ 에 대응시킬 때,  $(2 - 3i)z$ 가 실수가 되게 하는 점  $P$ 가 그리는 도형은?

① 원

② 아래로 볼록한 포물선

③ 위로 볼록한 포물선

④ 기울기가 음인 직선

⑤ 기울기가 양인 직선

해설

$$\begin{aligned}(2 - 3i)z &= (2 - 3i)(a + bi) \\ &= (2a + 3b) + (2b - 3a)i\end{aligned}$$

$$\therefore 2b - 3a = 0 \quad \therefore b = \frac{3}{2}a \Rightarrow \text{기울기가 양인 직선}$$

24. 복소수  $z$  에 대하여 다음 보기 중 항상 실수인 것을 모두 고르면?(단,  $\bar{z}$  는  $z$  의 켤레복소수이고  $z \neq 0$  이다)

㉠  $z + \bar{z}$

㉡  $z\bar{z}$

㉢  $(z - \bar{z})^2$

㉤  $\frac{1}{z} - \frac{1}{\bar{z}}$

㉦  $\frac{\bar{z}}{z}$

① ㉠

② ㉠, ㉡

③ ㉠, ㉡, ㉢

④ ㉠, ㉡, ㉢, ㉤

⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉤, ㉥, ㉦

해설

$$z = a + bi \text{ 라 하자 } \Rightarrow \bar{z} = a - bi$$

$$\text{㉠ } z + \bar{z} = 2a$$

$$\text{㉡ } z\bar{z} = (a + bi)(a - bi) = a^2 + b^2$$

$$\text{㉢ } (z - \bar{z})^2 = (2bi)^2 = -4b^2$$

$$\text{㉤ } \frac{1}{z} - \frac{1}{\bar{z}} = \frac{a - bi}{a^2 + b^2} - \frac{a + bi}{a^2 + b^2} = \frac{-2bi}{a^2 + b^2}$$

$$\text{㉦ } \frac{\bar{z}}{z} = \frac{(a - bi)^2}{a^2 + b^2}$$

25.  $a, b$ 는 양수라 할 때, 다음 중  $z = a(1+i) + b(1-i), i = \sqrt{-1}$ 의 꼴로 나타낼 수 있는 것은?

①  $1 - 3i$

②  $2 + 3i$

③  $4 - 2i$

④  $-3 + 2i$

⑤  $2 - 5i$

### 해설

$z = (a+b) + (a-b)i$  ( $a, b$ 는 양수)

①  $1 - 3i$  에서  $a+b=1, a-b=-3$

$a=-1, b=2 \Rightarrow a, b$ 는 양수라는 조건에 어긋남

②  $2 + 3i$  에서  $a+b=2, a-b=3$

$a=\frac{5}{2}, b=-\frac{1}{2} \Rightarrow a, b$ 는 양수라는 조건에 어긋남

③  $4 - 2i$  에서  $a+b=4, a-b=-2$

$a=1, b=3 \Rightarrow a, b$ 는 양수라는 조건을 만족시킴

④  $-3 + 2i$  에서  $a+b=-3, a-b=2$

$a=-\frac{1}{2}, b=-\frac{5}{2} \Rightarrow a, b$ 는 양수라는 조건에 어긋남

⑤  $2 - 5i$  에서  $a+b=2, a-b=-5$

$a=-\frac{3}{2}, b=\frac{7}{2} \Rightarrow a, b$ 는 양수라는 조건에 어긋남