1. 세 변의 길이가 $x-2, x, x+2$ 인 삼각형이 직각삼각형이 되기 위한 x 의 값을 구하여라.

① 8 ② 7 ③ 6 ④ $2\sqrt{5}$ ⑤ $6\sqrt{3}$

해설

$x+2$ 가 빗변이 되므로
$(x+2)^2 = x^2 + (x-2)^2$
$x^2 - 8x = 0$
$x(x-8) = 0$
$x = 8 (\because x > 0)$

2. 세 변의 길이가 각각 다음과 같을 때, 삼각형의 종류가 바르게 연결되지 <u>않은</u> 것은?

① 2cm, 3cm, 4cm– 둔각삼각형

② 6cm, 8cm, 10cm– 직각삼각형

③ 6cm, 7cm, 9cm– 예각삼각형

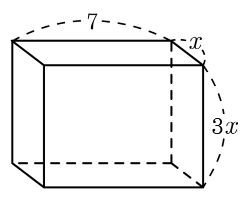
④ 5cm, 12cm, 13cm– 직각삼각형

⑤ 4cm, 5cm, 6cm– 둔각삼각형

해설

가장 긴 변의 길이를 a , 다른 두 변의 길이를 b, c 라 할 때
$a^2 < b^2 + c^2$ 이면 예각삼각형
$a^2 = b^2 + c^2$ 이면 직각삼각형
$a^2 > b^2 + c^2$ 이면 둔각삼각형
⑤ $6^2 < 4^2 + 5^2$ 이므로 예각삼각형

3. 다음 그림은 대각선의 길이가 9 인 직육면체이다. x 의 값을 구하면?



① $\frac{4\sqrt{5}}{5}$　② $4\sqrt{5}$　③ $\frac{2\sqrt{5}}{5}$　④ $2\sqrt{5}$　⑤ $\frac{\sqrt{5}}{5}$

해설

$\sqrt{(3x)^2 + x^2 + 7^2} = 9$

$\sqrt{10x^2 + 49} = 9$

$10x^2 + 49 = 81$, $10x^2 = 32$

$x^2 = \frac{16}{5}$

$\therefore\ x = \frac{4\sqrt{5}}{5} (x > 0)$

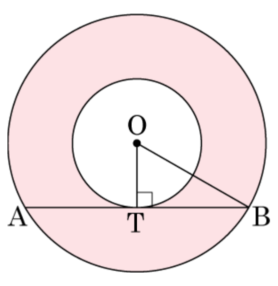
4. 다음 삼각비 중 가장 큰 것은?

① $\tan 45°$ ② $\sin 40°$ ③ $\sin 45°$
④ $\cos 30°$ ⑤ $\cos 40°$

해설

$\cos 30° = 0.8660$, $\sin 40° = 0.6428$
$\sin 45° = 0.7071$, $\cos 40° = 0.7660$
$\tan 45° = 1.000$

5. 다음 그림과 같이 두 원의 중심은 O 이고 색칠한 부분의 넓이가 $64\pi \mathrm{cm}^2$ 일 때, 작은 원에 접하는 현 AB 의 길이를 구하여라. (단, T 는 접점)



▶ 답: ______ cm

▷ 정답: 16 cm

해설

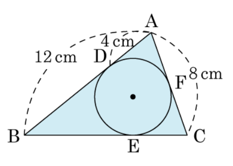
큰 원의 반지름 : R , 작은 원의 반지름 : r

$R^2\pi - r^2\pi = 64\pi$, $R^2 - r^2 = 64$

$\triangle$OTB 에서 $R^2 - r^2 = \overline{\mathrm{BT}^2} = 64$ 이므로 $\overline{\mathrm{BT}} = 8\,\mathrm{cm}$

$\overline{\mathrm{AB}} = 2\overline{\mathrm{BT}} = 16\,\mathrm{cm}$

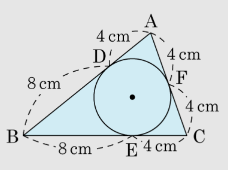
6. 다음 그림에서 점 D, E, F 는 $\triangle ABC$ 와 그 내접원과의 접점이다. $\overline{AB} = 12\mathrm{cm}$, $\overline{AC} = 8\mathrm{cm}$, $\overline{AD} = 4\mathrm{cm}$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

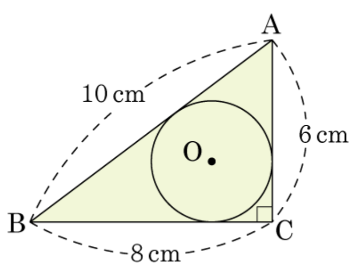
▷ 정답 : 12 cm

해설



$$\begin{aligned} \overline{BC} &= \overline{BE} + \overline{EC} \\ &= \overline{BD} + \overline{FC} \\ &= (12-4) + (8-4) \\ &= 12(\mathrm{cm}) \end{aligned}$$

7. 다음 그림의 원 O 는 $\overline{AB} = 10\text{cm}$, $\overline{BC} = 8\text{cm}$, $\overline{AC} = 6\text{cm}$ 이고 $\angle C = 90°$ 인 직각삼각형에 내접하고 있다. 내접원 O 의 반지름의 길이는?



① 1cm　② $\frac{3}{2}cm$　③ 2cm　④ $\frac{5}{2}cm$　⑤ 3cm

해설

원 O 와 직각삼각형 ABC 의 접점을 각각 D, E, F 라고 하고, 원의 반지름을 r라고 하자.

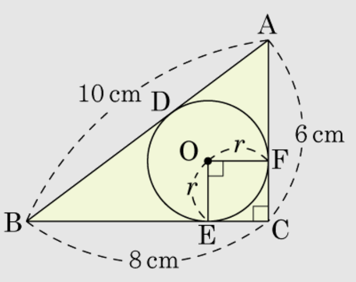
□CFOE 가 정사각형이므로

$\overline{CF} = \overline{CE} = r$ (cm)

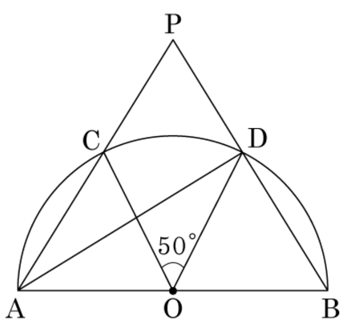
$\overline{BD} = \overline{BE} = \overline{BC} - \overline{CE} = 8 - r(\text{cm})$, $\overline{AD} = \overline{AF} = \overline{AC} - \overline{CF} = 6 - r(\text{cm})$, $\overline{AB} = \overline{BD} + \overline{AD}$

$10 = (8 - r) + (6 - r),\ 2r = 4,$

$\therefore r = 2(\text{cm})$



8. 다음 그림은 $\overline{AB}$ 를 지름으로 하는 반원이다. $\angle COD = 50°$ 일 때, $\angle P$ 의 크기는?



① $60°$ ② $65°$ ③ $70°$

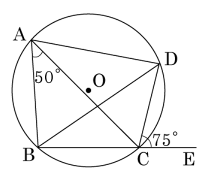
④ $75°$ ⑤ $80°$

해설

1) 점 A 와 D 를 연결하는 선분을 그리면,
5.0pt$\overset{\frown}{CD}$ 의 원주각 $\angle CAD = 25°$ 이다.

2) 반원에 대한 원주각은 $90°$ 이므로
$\angle ADP = 90°$ 이다.
$\therefore \ \angle P = 180° - (90° + 25°) = 65°$

9. 다음 그림에서 □ABCD 는 원 O 에 내접하고, $\angle BAC = 50°$, $\angle DCE = 75°$ 일 때, $\angle DBC$ 의 크기는?

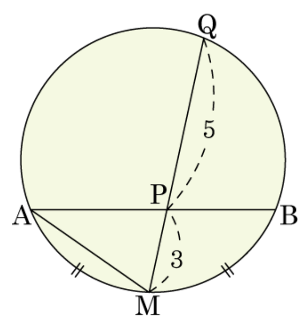


① 25°　② 30°　③ 35°　④ 40°　⑤ 45°

해설

$\angle DCE = \angle BAD = 75°$
$\angle DAC = \angle DBC$ 이므로 $\angle DBC = 75° - 50° = 25°$

10. 다음 그림과 같이 5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{AB}}$ 의 중점을 M 이라 하고 M 에서 그은 직선이 $\overline{\mathrm{AB}}$, 원과 만나는 점을 각각 P, Q라 할 때, $\overline{\mathrm{MP}} = 3$, $\overline{\mathrm{PQ}} = 5$이면 $\overline{\mathrm{AM}}$ 의 길이는?

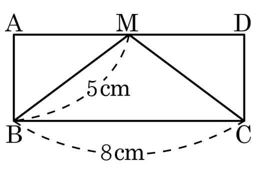


① $\sqrt{10}$ ② $\sqrt{15}$ ③ 5 ④ $2\sqrt{6}$ ⑤ $4\sqrt{3}$

해설

$\overline{\mathrm{AM}}^2 = 3(3+5)$ $\therefore$ $\overline{\mathrm{AM}} = 2\sqrt{6}$

11. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 점 M 은 선분 AD 의 중점이고, $\overline{\mathrm{BM}} = 5\mathrm{cm}$, $\overline{\mathrm{BC}} = 8\mathrm{cm}$ 일 때, □ABCD 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

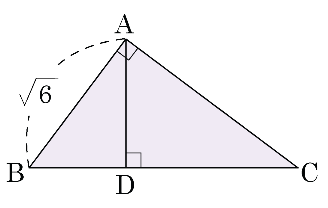
▷ 정답 : 24 cm^2

해설

$\overline{\mathrm{AM}} = 4(\mathrm{cm})$, $\triangle\mathrm{ABM}$ 에서 $5^2 = 4^2 + \overline{\mathrm{AB}}^2$ 이므로 $\overline{\mathrm{AB}} = 3(\mathrm{cm})$

$\therefore$ □ABCD $= 8 \times 3 = 24(\mathrm{cm}^2)$

12. 직각삼각형 ABC 의 점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 D 라 하자. $\dfrac{\overline{BD}}{\overline{DC}} = \dfrac{2}{3}$ 일 때, $10\overline{BD}^2$ 의 값을 구하여라.



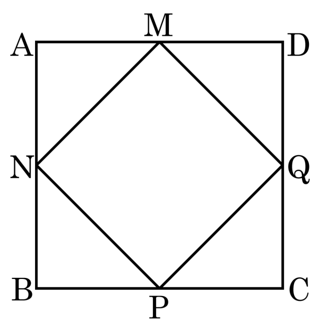
▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

$\dfrac{\overline{BD}}{\overline{DC}} = \dfrac{2}{3}$ 이므로 $\overline{BD} = 2k, \overline{DC} = 3k$ 라 하자.
$\triangle ABD$ 와 $\triangle ABC$ 는 $\angle B$ 를 공통각으로 가지고 있으며 한 개씩의 직각을 가지고 있으므로 닮은 꼴이다.
닮은 삼각형의 성질을 이용하면
$\overline{AB} : \overline{BD} = \overline{BC} : \overline{AB}$
$\overline{AB}^2 = \overline{BD} \times \overline{BC}$
$2k \times 5k = 6$ 이므로 $10\overline{BD}^2 = 40k^2 = 24$

13. 다음 그림과 같이 정사각형 ABCD 의 각 변의 중점들을 연결하여 정사각형 MNPQ 를 그렸다. 정사각형 ABCD 의 넓이가 36cm^2 일 때, $\overline{\text{MN}}$ 의 길이를 구하여라.



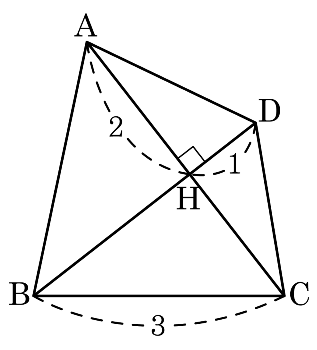
▶ 답 : cm

▷ 정답 : $3\sqrt{2}$ cm

해설

정사각형 ABCD 의 넓이가 36cm^2 이므로 한 변의 길이는 6cm 가 된다.
그러므로 $\overline{\text{AM}} = 3\text{cm}$, $\overline{\text{AN}} = 3\text{cm}$, $\overline{\text{MN}} = \sqrt{3^2 + 3^2} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}(\text{cm})$

14. 다음 그림의 □ABCD 에서 대각선 AC 와 BD 는 서로 직교하고 있다. 대각선의 교점을 H 라 하고 $\overline{AH}=2$, $\overline{DH}=1$, $\overline{BC}=3$ 일 때, $\overline{AB}^2+\overline{DC}^2$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$\overline{AB}^2+\overline{DC}^2=\overline{AD}^2+\overline{BC}^2$

$\overline{AD}=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}$

따라서,

$\overline{AD}^2+\overline{BC}^2=(\sqrt{5})^2+3^2=14$

$\therefore \overline{AB}^2+\overline{DC}^2=14$

15. 좌표평면 위의 두 점 P $(3,\ 2)$, Q $(3a,\ a)$ 사이의 거리가 $\sqrt{37}$ 일 때, a 의 값을 구하여라. (단, 점 Q는 제 1 사분면 위의 점이다.)

① 4　② $3\sqrt{3}$　③ $\frac{4}{5}$　④ $\frac{5}{4}$　⑤ 3

해설

$\overline{\mathrm{PQ}} = \sqrt{37}$ 이므로

$37 = (3-3a)^2 + (2-a)^2 = 10a^2 - 22a + 13$

$10a^2 - 22a + 13 = 37$ 이 되어

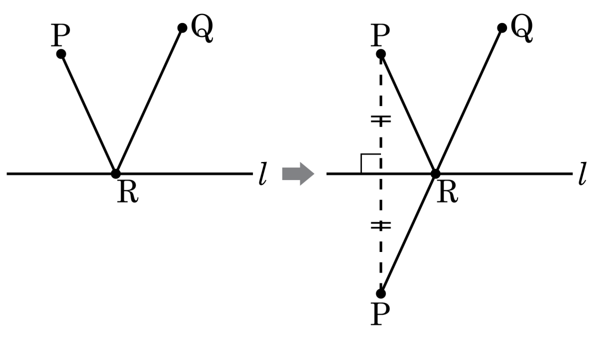
$10a^2 - 22a - 24 = 0$

$(10a+8)(a-3) = 0$

$\therefore\ a = 3$ (점 Q는 제 1 사분면위의 점이므로)

16. 다음 그림과 같이 점 P, Q가 있을 때, $\overline{PR}+\overline{RQ}$의 값이 최소가 되도록 직선 l 위에 점 R를 잡는 과정이다. 빈칸에 알맞은 것은?

직선 $\boxed{}$에 대한 점 P의 대칭점 P′ 을 잡고 선분 $\boxed{}$가 직선 l과 만나는 점을 $\boxed{}$로 잡는다.



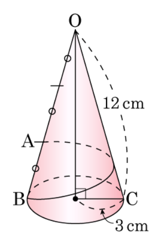
① l, PQ, Q ② l, PQ, R ③ l, P′Q, R

④ Q, PQ, Q ⑤ Q, P′Q, R

해설

l에 대한 점 P의 대칭점 P′을 잡고 선분 P′Q가 직선 l과 만나는 점을 R로 잡는다.

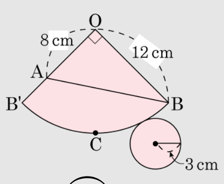
17. 다음 그림은 모선의 길이가 12 cm 이고, 반지름의 길이가 3 cm 인 원뿔이다. 점 B 에서부터 출발하여 모선 OC 를 거쳐 모선 OB 의 $\frac{1}{3}$ 지점인 A 까지 가는 최단거리를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : $4\sqrt{13}$ cm

해설



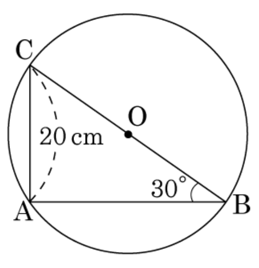
최단거리는 $\overline{AB}$ 의 길이와 같다.

$5.0\text{pt}\overset{\frown}{BB'} = 2\pi \times 3 = 6\pi(\text{cm})$

$\angle B'OB = \frac{6\pi}{24\pi} \times 360° = 90°$

$\therefore\ \overline{AB} = \sqrt{12^2 + 8^2} = \sqrt{208} = 4\sqrt{13}(\text{cm})$

18. 다음 그림에서 $\overline{AC} = 20\text{cm}$, $\angle B = 30°$ 일 때, 원 O 의 반지름의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 20 cm

해설

$\sin 30° = \dfrac{20}{\overline{BC}}, \overline{BC} = \dfrac{20}{\sin 30°}$

$\overline{BC} = 20 \div \dfrac{1}{2} = 20 \times 2 = 40(\text{cm})$

$\therefore$ (반지름) $= 20(\text{cm})$

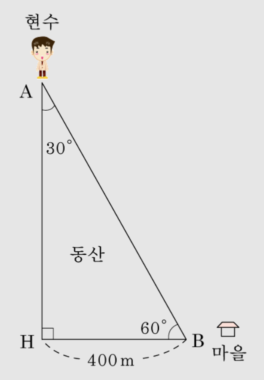
19. 현수는 동산 꼭대기에 올라서서 A 마을을 내려다보고 있다. 동산아래 지면에서 마을까지의 거리는 약 400m 이고, 동산꼭대기에서 마을을 내려다 본 각도가 $30°$ 이었다고 할 때, 현수가 올라간 동산의 높이와 동산 꼭대기에서 마을까지의 거리를 합한 값은 얼마일까?

① $(300\sqrt{3}+600)$ m ② $(300\sqrt{3}+800)$ m

③ $(400\sqrt{3}+600)$ m ④ $(400\sqrt{3}+800)$ m

⑤ $(400\sqrt{3}+900)$ m

해설



$\tan 60° = \dfrac{\overline{AH}}{400}$

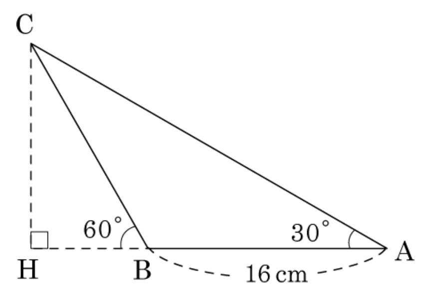
(동산의 높이) $= \overline{AH} = 400 \times \tan 60° = 400 \times \sqrt{3} = 400\sqrt{3}(\mathrm{m})$

$\cos 60° \times \overline{AB} = 400$ 이므로

$\therefore$ $\overline{AB}$ = (동산 꼭대기에서 마을까지의 거리) $= \dfrac{400}{\cos 60°} = 400 \div \dfrac{1}{2} = 800(\mathrm{m})$

$\therefore$ (동산의 높이 + 동산 꼭대기에서 마을까지의 거리) $= 400\sqrt{3} + 800(\mathrm{m})$

20. 다음 그림과 같은 삼각형 ABC 가 있다. $\overline{CH}$ 의 길이는?



① $6\sqrt{3}$cm

② $7\sqrt{2}$cm

③ $7\sqrt{3}$cm

④ $8\sqrt{2}$cm

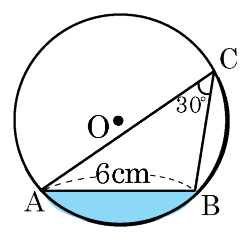
⑤ $8\sqrt{3}$cm

해설

$\overline{AB} = \overline{BC} = 16(\text{cm})$

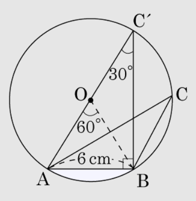
$\overline{CH} = 16\sin 60° = 16 \times \dfrac{\sqrt{3}}{2} = 8\sqrt{3}(\text{cm})$

21. 다음 그림과 같이 $\overline{AB}$ 에 대한 원주각의 크기가 30° 이고 $\overline{AB} = 6\text{cm}$ 인 원 O 에 대하여 색칠한 부분의 넓이는?



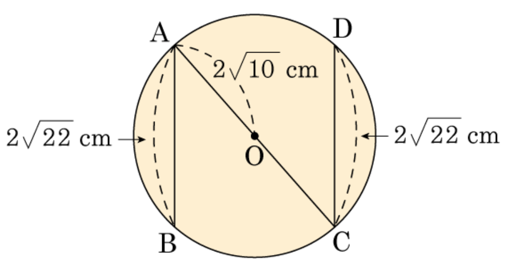
① $\left(6\pi - 6\sqrt{3}\right)\text{cm}^2$
② $\left(6\pi - 7\sqrt{3}\right)\text{cm}^2$
③ $\left(6\pi - 8\sqrt{3}\right)\text{cm}^2$
④ $\left(6\pi - 9\sqrt{3}\right)\text{cm}^2$
⑤ $\left(6\pi - 10\sqrt{3}\right)\text{cm}^2$

해설



한 호에 대한 원주각의 크기는 같으므로
$\angle AC'B = \angle ACB = 30^\circ$
$\therefore \angle AOB = 60^\circ$
$\therefore \triangle OAB$ 는 정삼각형이므로
(색칠한 부분의 넓이)
= (부채꼴OAB의 넓이) − ($\triangle$OAB의 넓이)
$= 36\pi \times \dfrac{60^\circ}{360^\circ} - \dfrac{\sqrt{3}}{4} \times 6^2$
$= 6\pi - 9\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

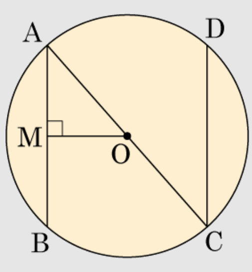
22. 반지름의 길이가 $2\sqrt{10}$cm 인 원 O 에서 평행인 두 현 AB 와 CD 의 길이가 모두 $2\sqrt{22}$cm 이다. 이 때, 두 현 사이의 거리는?



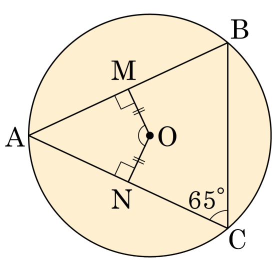
① $\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$cm　② $3\sqrt{2}$cm　③ $6\sqrt{2}$cm
④ 6cm　⑤ $2\sqrt{11}$cm

해설

$\overline{\mathrm{AM}} = \sqrt{22}$cm, $\overline{\mathrm{MO}} = x$ cm 이면 두 현 사이의 거리는 $2x$cm 이다. $\triangle$AMO 에서 $x = \sqrt{\left(2\sqrt{10}\right)^2 - \left(\sqrt{22}\right)^2} = \sqrt{40-22} = 3\sqrt{2}$ (cm)
$\therefore$ (두 현 사이의 거리) $= 2 \times 3\sqrt{2} = 6\sqrt{2}$ (cm)



23. 다음 그림에서 $\angle C = 65°$, $\overline{OM} = \overline{ON}$ 일 때, $\angle MON$ 의 크기를 구하여라.(단, $\angle MON$ 은 $\square AMON$ 의 내 각이다.)



▶ 답 : ______ °

▷ 정답 : $\angle MON = 130$°

해설

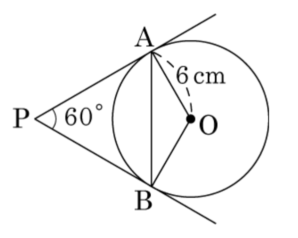
$\overline{OM} = \overline{ON} \Rightarrow \overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로

$\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이다.

$\angle A = 180° - 65° - 65° = 50°$

따라서 $\angle MON = 360° - 90° - 90° - 50° = 130°$ 이다.

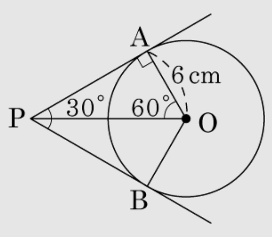
24. 다음 그림에서 $\overline{PA}$, $\overline{PB}$ 는 원 O 의 접선이다. $\angle P = 60°$, $\overline{OA} = 6cm$ 일 때, $\triangle ABP$ 의 넓이는?



① $24cm^2$ ② $27\sqrt{3}cm^2$ ③ $12\sqrt{6}cm^2$
④ $40\sqrt{3}cm^2$ ⑤ $54cm^2$

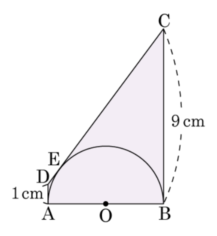
해설

$\overline{PA} = \overline{PB}$ 이므로 $\triangle ABP$ 는 모든 각의 크기가 같은 정삼각형이다.



$\overline{PO}$ 를 그으면 위와 같은 그림이 된다.
따라서 $\overline{PA} : \overline{AO} = 1 : \sqrt{3} = 6 : \overline{PA}$ 이다.
$\therefore \overline{PA} = 6\sqrt{3}\,cm$, $\frac{\sqrt{3}}{4} \times (6\sqrt{3})^2 = 27\sqrt{3}(cm^2)$

25. 다음 그림과 같이 $\overline{\mathrm{AB}}$ 를 지름으로 하는 반원 O 에서 세 접선 AD, BC, CD 가 있을 때, $\overline{\mathrm{AD}} = 1\,\mathrm{cm}$, $\overline{\mathrm{BC}} = 9\,\mathrm{cm}$ 이다. 원 O 의 지름의 길이는?

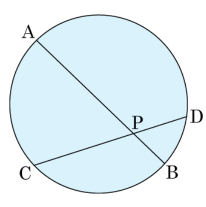


① $3cm$ ② $4cm$ ③ $5cm$ ④ $6cm$ ⑤ $7cm$

해설

점 D 에서 $\overline{\mathrm{AB}}$ 와 평행한 선을 그어 $\overline{\mathrm{BC}}$ 와 만난 점을 H 라 하면
$\overline{\mathrm{CH}} = 8(\mathrm{cm})$, $\overline{\mathrm{CD}} = \overline{\mathrm{CE}} + \overline{\mathrm{DE}} = \overline{\mathrm{CB}} + \overline{\mathrm{AD}} = 9 + 1 = 10(\mathrm{cm})$
$\therefore \overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{DH}} = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6(\mathrm{cm})$

26. 다음 그림에서 점 P 는 두 현 AB, CD 의 교점이다. $\overline{PA} = 4\overline{PB}$, $\overline{PC} = 3\overline{PB}$ 일 때, $\overline{PD}$ 는 $\overline{PB}$ 의 몇 배가 되는가?

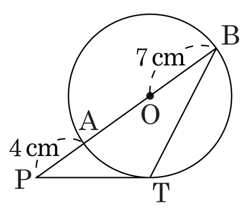


① $\frac{3}{2}$ 배 ② $\frac{3}{4}$ 배 ③ $\frac{2}{3}$ 배 ④ $\frac{4}{3}$ 배 ⑤ 1 배

해설

두 현의 비례 관계에 의하여
$\overline{PA} \cdot \overline{PB} = \overline{PC} \cdot \overline{PD}$ 이므로 $4\overline{PB} \cdot \overline{PB} = 3\overline{PB} \cdot \overline{PD}$
양변을 $3\overline{PB}$ 로 나누면 $\overline{PD} = \frac{4}{3}\overline{PB}$
따라서, $\overline{PD}$ 는 $\overline{PB}$ 의 $\frac{4}{3}$ 배이다.

27. 다음 그림에서 $\overline{PT}$ 는 원 O 의 접선일 때, $\overline{PT}$ 의 길이는?



① $2\sqrt{2}$ ② $3\sqrt{2}$ ③ $4\sqrt{2}$

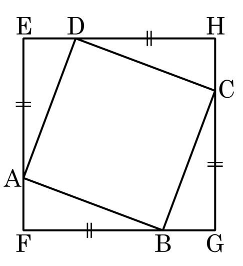
④ $5\sqrt{2}$ ⑤ $6\sqrt{2}$

해설

$\overline{PT}^2 = 4 \times 18 = 72$

$\therefore \overline{PT} = 6\sqrt{2} \ (\because \overline{PT} > 0)$

28. 다음 그림에서 사각형 ABCD 와 EFGH 는 모두 정사각형이고 □ABCD $=$ $73\,\text{cm}^2$, □EFGH $= 121\,\text{cm}^2$, $\overline{\text{BF}} > \overline{\text{BG}}$ 일 때, $\overline{\text{BG}}$ 의 길이는?

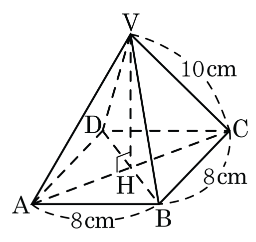


① $3\,\text{cm}$　② $\dfrac{7}{2}\,\text{cm}$　③ $4\,\text{cm}$
④ $8\,\text{cm}$　⑤ $\dfrac{15}{2}\,\text{cm}$

해설

□ABCD $= 73\,\text{cm}^2$, □EFGH $= 121\,\text{cm}^2$ 이므로 $\overline{\text{AB}} = \sqrt{73}\,\text{cm}$,
$\overline{\text{FG}}\,\text{cm} = 11\,\text{cm}$ 이다.
$\overline{\text{BG}} = x\,\text{cm}$, $\overline{\text{FB}} = y\,\text{cm}$ 라고 할 때,
$x + y = 11$, $x^2 + y^2 = 73$ 이 성립한다.
$y = 11 - x$ 를 대입하여 정리하면 $x^2 - 11x + 24 = 0$
인수분해를 이용하면 $(x - 3)(x - 8) = 0$ 이므로 $x = 3$ ($\because \overline{\text{BF}} > \overline{\text{BG}}$) 이다.

29. 다음 그림과 같이 밑면은 한 변의 길이가 8 cm 인 정사각형이고, 옆면의 모서리의 길이는 모두 10 cm 인 정사각뿔에서 △VHC 의 넓이는?

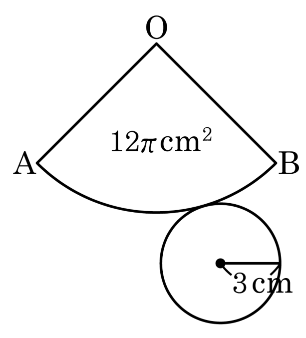


① $3\sqrt{34}\,\text{cm}^2$ ② $4\sqrt{17}\,\text{cm}^2$ ③ $4\sqrt{34}\,\text{cm}^2$
④ $20\,\text{cm}^2$ ⑤ $24\,\text{cm}^2$

해설

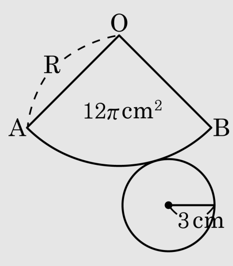
□ABCD 가 정사각형이므로
$\overline{\text{AC}} = \sqrt{8^2 + 8^2} = 8\sqrt{2}(\text{cm})$
$\overline{\text{HC}} = \dfrac{1}{2}\overline{\text{AC}} = 4\sqrt{2}(\text{cm})$
$\therefore\ \overline{\text{VH}} = \sqrt{10^2 - (4\sqrt{2})^2} = \sqrt{68} = 2\sqrt{17}(\text{cm})$
△VHC 의 넓이는 $S = \dfrac{1}{2} \times 4\sqrt{2} \times 2\sqrt{17} = 4\sqrt{34}(\text{cm}^2)$ 이다.

30. 다음 그림은 넓이가 $12\pi\text{cm}^2$ 인 부채꼴과 반지름이 3cm 인 원으로 만들어지는 원뿔의 전개도이다. 이 원뿔의 높이는?



① $\sqrt{3}$ cm　　② $\sqrt{6}$ cm　　③ $\sqrt{7}$ cm
④ $2\sqrt{3}$ cm　　⑤ $\sqrt{13}$ cm

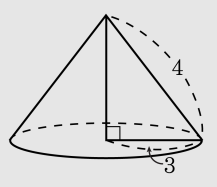
해설



밑면의 반지름의 길이 $r = 3(\text{cm})$ 이므로 부채꼴 호의 길이 $l = 2\pi r = 6\pi(\text{cm})$ 이다.

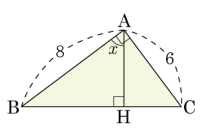
부채꼴 넓이이 $S = \frac{1}{2}\text{Rl} = \frac{1}{2} \times \text{R} \times 6\pi = 3\pi\text{R} = 12\pi$ 이므로 $\text{R} = 4(\text{cm})$ 이다.

위의 전개도로 다음과 같은 원뿔이 만들어진다.



원뿔의 높이 $h = \sqrt{4^2 - 3^2} = \sqrt{16 - 9} = \sqrt{7}(\text{cm})$ 이다.

31. 다음 그림에 대하여 $\sin x + \cos x$ 의 값을 구하여라.



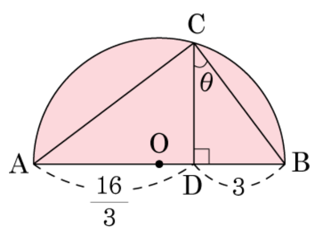
▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{7}{5}$

해설

$\overline{\mathrm{BC}} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$ 이다.
직각삼각형 ABC 와 직각삼각형 HBA 는 서로 AA 닮음이므로 $\angle \mathrm{BAH} = \angle \mathrm{ACH}$ 이다.
따라서 $\sin x = \frac{4}{5}, \cos x = \frac{3}{5}$ 이고, $\sin x + \cos x = \frac{3}{5} + \frac{4}{5} = \frac{7}{5}$ 이다.

32. 다음 그림과 같이 $\overline{AB}$ 를 지름으로 하는 반원 O 위의 점 C 에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 D 라고 하고, $\angle DCB = \theta$, $\overline{AD} = \frac{16}{3}$, $\overline{BD} = 3$ 일 때, $\cos\theta$ 의 값은?



① $\frac{4}{5}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ $\frac{5}{8}$
④ $\frac{3}{5}$ ⑤ $\frac{3}{8}$

해설

$\overline{AC} = x$ 라 하면, $\triangle ABC$ 와 $\triangle ACD$ 는 닮음이다.

$x : \frac{16}{3} = \frac{25}{3} : x$

$\therefore x = \frac{20}{3}$

$\angle DCB = \angle CAB$ 이므로 $\cos\theta = \frac{\frac{20}{3}}{\frac{25}{3}} = \frac{4}{5}$ 이다.

33. 다음 중 옳은 것은?

① $\sin 30° - \sin 60° = \dfrac{\sqrt{2} - \sqrt{3}}{2}$

② $\cos 30° \times \tan 30° + \sin 60° \times \tan 30° = 2$

③ $\dfrac{\cos 60°}{\sin 30°} = \sqrt{3}$

④ $\cos 45° + \sin 45° = \sqrt{2}$

⑤ $\tan 60° \times \tan 45° = \sqrt{6}$

해설

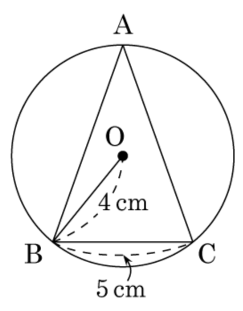
① $\sin 30° - \sin 60° = \dfrac{1 - \sqrt{3}}{2}$

② $\cos 30° \times \tan 30° + \sin 60° \times \tan 30° = 1$

③ $\dfrac{\cos 60°}{\sin 30°} = 1$

⑤ $\tan 60° \times \tan 45° = \sqrt{3}$

34. 다음 그림과 같이 $\overline{BC} = 5\,\text{cm}$ 인 예각삼각형 ABC 에 외접하는 원 O 의 반지름의 길이가 $4\,\text{cm}$ 일 때, $\sin A$ 의 값을 구하여라.

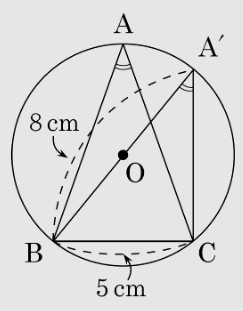


▶ 답 :

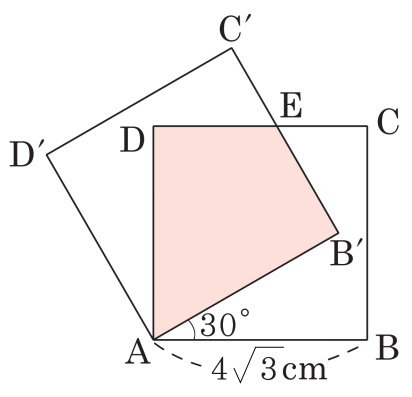
▷ 정답 : $\frac{5}{8}$

해설

다음 그림에서 $\overline{BO}$ 를 연장하여 원과 만나는 교점을 A′ 이라 하면 $\angle A = \angle A'$
$\triangle A'BC$ 는 $\angle BCA' = 90°$ 인 직각삼각형이므로 $\sin A = \sin A' = \frac{5}{8}$



35. 다음 그림과 같이 한변의 길이가 $4\sqrt{3}$cm 인 정사각형 ABCD 를 점 A 를 중심으로 30° 만큼 회전시켜 □AB′C′D′ 을 만들었다. 두 정사각형이 겹쳐지는 부분의 넓이를 구하여라.

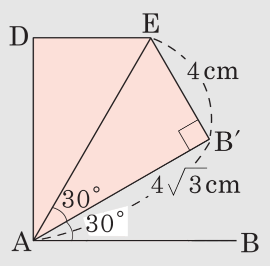


▶ 답 : ______ cm^2

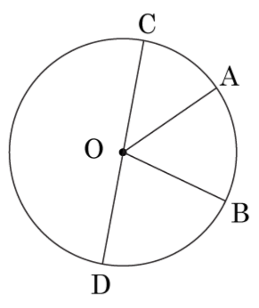
▷ 정답 : $16\sqrt{3}$ cm^2

해설

$\square DAB'E = 2\triangle AB'E = 2 \times 4\sqrt{3} \times 4 \times \frac{1}{2} = 16\sqrt{3}\,(cm^2)$



36. 다음 그림의 원 O 에서 $\angle COD = 3\angle AOB$ 일 때, 다음 중 항상 옳은 것은?



① $3\overline{AB} = \overline{CD}$

② $3\triangle OAB = \triangle CBD$

③ $5.0pt\overset{\frown}{AD} = 5.0pt\overset{\frown}{BC}$

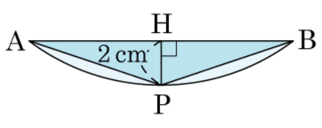
④ $35.0pt\overset{\frown}{AB} = 5.0pt\overset{\frown}{CD}$

⑤ $3\overline{AB} < \overline{CD}$

해설

한 원 또는 합동인 두 원에서 중심각의 크기에 정비례하는 것은 호의 길이와 부채꼴 넓이이다.

37. 다음 그림에서 5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{AB}}$ 는 반지름의 길이가 8cm 인 원의 일부분이다. $\overline{\mathrm{AH}} = \overline{\mathrm{BH}}$, $\overline{\mathrm{AB}} \perp \overline{\mathrm{HP}}$ 이고 $\overline{\mathrm{HP}} = 2\mathrm{cm}$ 일 때, $\triangle\mathrm{APB}$ 의 둘레는?



① $7\sqrt{2}\mathrm{cm}$
② $(16\sqrt{7}+3\sqrt{2})\mathrm{cm}$
③ $(3\sqrt{6}+2\sqrt{7})\mathrm{cm}$
④ $(4\sqrt{7}+8\sqrt{2})\mathrm{cm}$
⑤ $(2\sqrt{7}+4\sqrt{2})\mathrm{cm}$

해설

원의 중심 O를 그림에 나타내어 보면
직각삼각형 $\triangle\mathrm{OAH}$ 에서

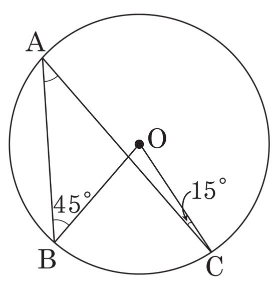
$$\begin{aligned}\overline{\mathrm{AH}} &= \sqrt{\overline{\mathrm{OA}^2} - \overline{\mathrm{OH}^2}} \\ &= \sqrt{(8)^2 - (6)^2} = 2\sqrt{7}(\mathrm{cm})\end{aligned}$$

이때, $\overline{\mathrm{AH}} = \overline{\mathrm{BH}} = 2\sqrt{7}\,\mathrm{cm}$ 이므로
$\overline{\mathrm{AB}} = 4\sqrt{7}\,\mathrm{cm}$ 이고,

$$\begin{aligned}\overline{\mathrm{AP}} &= \sqrt{(\overline{\mathrm{AH}^2}) + (\overline{\mathrm{HP}^2})} \\ &= \sqrt{(2\sqrt{7})^2 + (2)^2} = 4\sqrt{2}(\mathrm{cm})\end{aligned}$$

따라서, $\triangle\mathrm{APB}$ 의 둘레는 $(8\sqrt{2}+4\sqrt{7})(\mathrm{cm})$ 이다.

38. 다음 그림에서 $\angle ABO = 45°$, $\angle ACO = 15°$일 때, $\angle BAC$의 크기는?

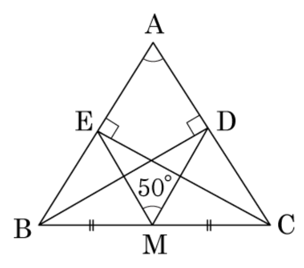


① $15°$　② $20°$　③ $28°$　④ $30°$　⑤ $35°$

해설

$\triangle AOC$ 가 이등변삼각형이므로 $\angle CAO = 15°$
작은 쪽의 $\angle AOC = 150°$, 큰 쪽의 $\angle AOD = 210°$
$\angle ABC = 210 \times \frac{1}{2} = 105°$　　$\therefore\ \angle OBC = 60°$
$\triangle OBC$는 이등변삼각형이므로
$\angle OCB = 60°$, $\angle ACB = 45°$
$\therefore\ \angle BAC = 180° - 45° - 60° - 45° = 30°$

39. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 점 M 은 $\overline{BC}$ 의 중점이고, $\overline{AB} \perp \overline{CE}$, $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 이다. $\angle EMD = 50°$ 일 때, $\angle A$ 의 크기를 구하면?

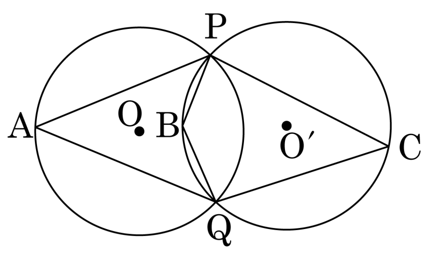


① $25°$　② $30°$　③ $45°$　④ $50°$　⑤ $65°$

해설

$\angle BEC = \angle BDC$ 이므로 네 점 B, C, D, E 는 한 원 위에 있고, $\overline{BM} = \overline{CM}$ 이므로 점 M 은 원의 중심이다. $\angle EMD = 2\angle EBD = 50°$ 이므로 $\angle EBD = 25°$ 이다.
따라서 $\triangle ABD$ 에서 $\angle BAD = 90° - 25° = 65°$ 이다.

40. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 같은 두 원 O, O′ 가 두 점 P, Q 에서 만날 때, $\angle PAQ : \angle PBQ = 1 : 3$ 이다. $\angle PAQ$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad}^{\circ}$

▷ 정답 : $45\,^{\circ}$

해설

$\angle PAQ = \angle PCQ$ 이고

$\angle PBQ + \angle PCQ = 180^{\circ}$ 이므로

$\angle PBQ + \angle PAQ = 180^{\circ}$

$\therefore\ \angle PAQ = 180 \times \frac{1}{4} = 45^{\circ}$

41. $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 변 AB, AC 위의 점 D, E 가 $\overline{DE} = 4$, $\overline{BE} = 5$, $\overline{BC} - \overline{CD} = 3(\sqrt{5} - 2)$ 를 만족할 때, $\overline{CD}$ 를 구하여라.

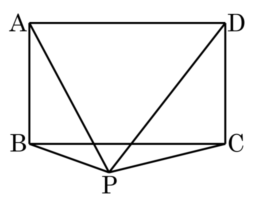
▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$\overline{BC} = x$ 라 하면
$\overline{CD} = x - 3(\sqrt{5} - 2) = x + 6 - 3\sqrt{5}$
$\overline{DE}^2 + \overline{BC}^2 = \overline{BE}^2 + \overline{CD}^2$ 이므로
$4^2 + x^2 = 5^2 + (x + 6 - 3\sqrt{5})^2$
$\therefore\ x = 3\sqrt{5}$
따라서 $\overline{CD} = 6$ 이다.

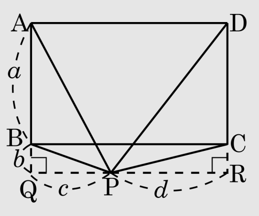
42. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 외부에 잡은 한 점 P 와 사각형의 각 꼭짓점을 연결하였다. $\overline{PA^2} = 20$, $\overline{PB^2} = 5$, $\overline{PD^2} = 25$ 일 때, $\overline{PC}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

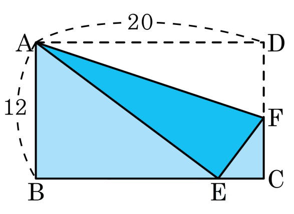
▷ 정답 : $\sqrt{10}$

해설



다음 그림과 같이
$\triangle AQP$, $\triangle BQP$, $\triangle DRP$, $\triangle CRP$ 이 직각삼각형이 되도록 점 Q 와 점 R 을 잡고,
$\overline{AB} = a, \overline{BQ} = b$, $\overline{PQ} = c, \overline{PR} = d$ 라 놓으면
$\triangle AQP$ 에서 $\overline{AP}^2 = (a+b)^2 + c^2 \cdots$ ㉠
$\triangle BQP$ 에서 $\overline{BP}^2 = b^2 + c^2 \cdots$ ㉡
$\triangle DRP$ 에서 $\overline{PD}^2 = (a+b)^2 + d^2 \cdots$ ㉢
$\triangle CRP$ 에서 $\overline{PC}^2 = b^2 + d^2 \cdots$ ㉣
㉠, ㉡, ㉢, ㉣에서
$\overline{PA}^2 + \overline{PC}^2 = \overline{PB}^2 + \overline{PD}^2$ 이 성립함을 알 수 있다.
따라서,$20 + \overline{PC}^2 = 5 + 25$, $\overline{PC}^2 = 10$
$\therefore \overline{PC} = \sqrt{10} \left(\because \overline{PC} > 0\right)$

43. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = 12$, $\overline{AD} = 20$ 인 직사각형 모양의 종이를 점 D 가 $\overline{BC}$ 위에 오도록 접었을 때, $\overline{EF}$ 의 길이를 구하여라.



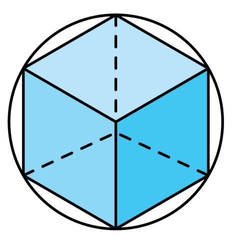
▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{20}{3}$

해설

$\triangle ADF \equiv \triangle AEF$ 이므로
$\overline{EF} = \overline{DF} = x(\mathrm{cm})$ 라 하면
$\overline{AE} = \overline{AD} = 20$, $\overline{AB} = 12$ 이므로
$\triangle ABE$ 에서 $\overline{BE} = \sqrt{20^2 - 12^2} = 16$,
$\therefore \overline{CE} = \overline{BC} - \overline{BE} = 20 - 16 = 4$
$\overline{CF} = \overline{CD} - \overline{DF} = 12 - x$
$\triangle ECF$ 에서 $x^2 = 4^2 + (12 - x)^2$, $24x = 160$,
$\therefore x = \frac{20}{3}$

44. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 $8\,\mathrm{cm}$ 인 정육면체에 외접하는 구의 반지름의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ________ cm

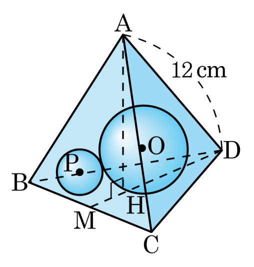
▷ 정답 : $4\sqrt{3}\,\mathrm{cm}$

해설

정육면체에 외접하는 구의 중심은 정육면체의 두 대각선의 교점이므로 구의 반지름은 대각선의 길이의 반이다.

$$
\begin{aligned}
(\text{반지름}) &= \frac{1}{2} \times (\text{대각선의 길이}) \\
&= \frac{1}{2} \times \sqrt{8^2 + 8^2 + 8^2} \\
&= \frac{1}{2} \times 8\sqrt{3} \\
&= 4\sqrt{3}
\end{aligned}
$$

45. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 12 cm 인 정사면체 안에 정사면체의 4 개의 면에 접하는 구를 O 라고 하고 사면체의 3 개의 면에 접하고 구 O 와 외접하는 구를 P 라고 할 때, 구 P 의 부피를 구하여라.

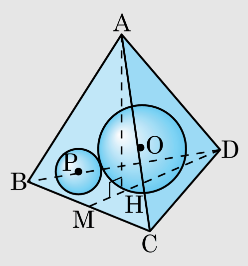


▶ 답: ________ cm^3

▷ 정답: $\sqrt{6}\pi$ cm^3

해설

구 O 의 반지름을 r, 구 P 의 반지름을 r' 이라고 하면 점 H 는 $\triangle BCD$ 의 무게중심이므로



$\overline{DH} = \frac{2}{3}\overline{DM} = \frac{2}{3} \times 6\sqrt{3}$
$= 4\sqrt{3}$ (cm)

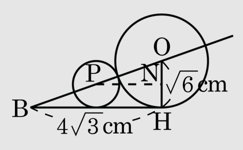
따라서, $\overline{AH} = \sqrt{12^2 - \left(4\sqrt{3}\right)^2} = 4\sqrt{6}$ (cm)

(정사면체 A – BCD 의 부피)

$= \frac{1}{3} \times 12 \times 6\sqrt{3} \times \frac{1}{2} \times 4\sqrt{6}$

$= 4 \times \frac{1}{3} \times 12 \times 6\sqrt{3} \times \frac{1}{2} \times r$

$\therefore\ r = \sqrt{6}$ (cm)



$\overline{OB} = \sqrt{(4\sqrt{3})^2 + (\sqrt{6})^2} = 3\sqrt{6}$ (cm)

$\triangle OPN \backsim \triangle OBH$ 이므로

$\overline{OP} : \overline{OB} = \overline{ON} : \overline{OH}$

$\left(r' + \sqrt{6}\right) : 3\sqrt{6} = \left(\sqrt{6} - r'\right) : \sqrt{6}$

$\sqrt{6}r' + 6 = 18 - 3\sqrt{6}r'$

$4\sqrt{6}r' = 12$

$\therefore\ r' = \frac{\sqrt{6}}{2}$ (cm)

$\therefore$ (구 P의 부피) $= \frac{4}{3}\pi \times \left(\frac{\sqrt{6}}{2}\right)^3 = \sqrt{6}\pi$ (cm^3)

46. $\overline{\mathrm{AC}} = \overline{\mathrm{BC}}$ 인 직각이등변삼각형 ABC 에서 변 BC 의 중점을 M 이라 하고, $\angle\mathrm{BAM} = x$ 일 때, $\tan x$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{3}$

해설

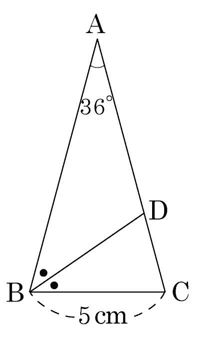
점 M 에서 빗변 AB 에 내린 수선의 발을 H , $\overline{\mathrm{BC}} = 2a$ 라 하면 $\overline{\mathrm{AM}} = \sqrt{5}a$

또, 삼각형 ABC 와 삼각형 BMH 는 닮은 도형이므로 삼각형 BMH 는 직각이등변삼각형이다.

따라서 $\overline{\mathrm{BH}} = \overline{\mathrm{MH}} = \frac{a}{\sqrt{2}}$ 이므로

삼각형 AMH 에서 $\tan x = \frac{\overline{\mathrm{MH}}}{\overline{\mathrm{AH}}} = \frac{\frac{a}{\sqrt{2}}}{2\sqrt{2}a - \frac{a}{\sqrt{2}}} = \frac{1}{3}$ 이다.

47. 다음 그림은 $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\angle A = 36°$, $\overline{BC} = 5\,\text{cm}$ 인 이등변삼각형 ABC 이다. $\angle B$ 의 이등분선이 $\overline{AC}$ 와 만나는 점을 D 라 할 때, $\cos 72°$ 의 값은?



① $\dfrac{\sqrt{5}-1}{5}$　② $\dfrac{\sqrt{5}-2}{5}$　③ $\dfrac{\sqrt{5}-1}{4}$

④ $\dfrac{\sqrt{5}-2}{4}$　⑤ $\dfrac{\sqrt{5}-3}{4}$

해설

$\angle ABC = \angle ACB = \angle BDC = \dfrac{180° - 36°}{2} = 72°,$

$\overline{BC} = \overline{BD} = \overline{AD} = 5\ (\text{cm})$

$\overline{CD} = x\ (\text{cm})$ 라 하면 $\overline{AC} = \overline{AB} = 5 + x\ (\text{cm})$

$\triangle ABC \backsim \triangle BCD$ ($\because$ AA 닮음)이므로

$\overline{BC} : \overline{AC} = \overline{CD} : \overline{BD} \Rightarrow 5 : 5 + x = x : 5$

$x^2 + 5x = 25$

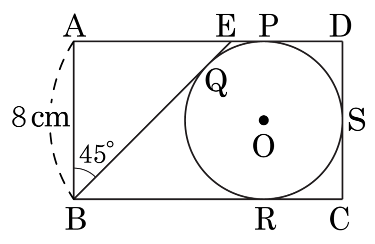
$x^2 + 5x - 25 = 0$

$\therefore\ x = \dfrac{-5 + \sqrt{125}}{2} = \dfrac{-5 + 5\sqrt{5}}{2}$ ($\because\ x > 0$)

$\overline{AC} = \overline{AB} = 5 + \left(\dfrac{-5 + 5\sqrt{5}}{2}\right) = \dfrac{5 + 5\sqrt{5}}{2}$

$\therefore\ \cos 78° = \dfrac{\frac{5}{2}}{\frac{5 + 5\sqrt{5}}{2}} = \dfrac{5}{5 + 5\sqrt{5}} = \dfrac{\sqrt{5}-1}{4}$

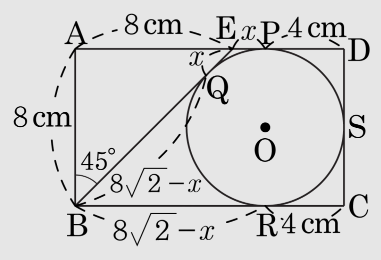
48. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = 8\text{cm}$ 인 직사각형 ABCD 의 세 변과 $\overline{BE}$ 에 접하는 원 O 에 대하여 $\angle ABE = 45°$ 일 때, 직사각형의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

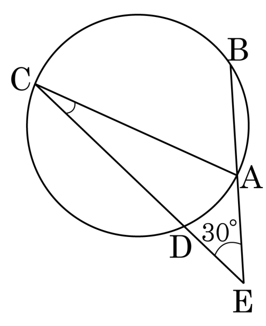
▷ 정답 : $32 + 8\sqrt{2}$ cm

해설



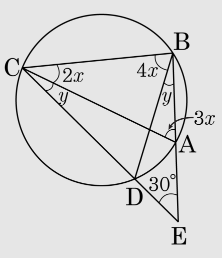
그림과 같이 $\overline{EP} = x$ 라고 하면 $\overline{EQ} = \overline{EP} = x$ 이고, 직각이등변삼각형 ABE 에서 $\angle ABE = 45°$ 이므로 $\overline{BE} = 8\sqrt{2}$,
$\overline{BQ} = \overline{BR} = 8\sqrt{2} - x$
$\overline{AD} = x + 12$,
$\overline{BC} = 8\sqrt{2} + 4 - x$ 이므로 $\overline{AD} = \overline{BC}$ 에서
$x + 12 = 8\sqrt{2} + 4 - x \qquad \therefore\ x = (4\sqrt{2} - 4)$
$\therefore\ \overline{AD} = 12 + 4\sqrt{2} - 4 = 8 + 4\sqrt{2}$
따라서 직사각형의 둘레의 길이는
$(8 + 8 + 4\sqrt{2}) \times 2 = (32 + 8\sqrt{2})\text{cm}$ 이다.

49. 다음 그림과 같이 원 위에 5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{AB}}$: 5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{BC}}$: 5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{CD}} = 2:3:4$ 인 점 A, B, C, D 를 잡아 현 AB 와 현 CD 의 연장선과의 교점을 E 라고 하자. $\angle \mathrm{E} = 30°$ 일 때, $\angle \mathrm{ACD}$ 의 크기는?



① 21° ② 21.5° ③ 22° ④ 22.5° ⑤ 23°

해설



5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{AB}}$: 5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{BC}}$: 5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{CD}} = \angle \mathrm{BCA} : \angle \mathrm{BAC} : \angle \mathrm{CBD}$

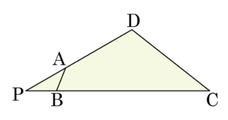
$\angle \mathrm{BCA} = 2x,\ \angle \mathrm{BAC} = 3x,\ \angle \mathrm{CBD} = 4x$

$\angle \mathrm{DBA} = \angle \mathrm{ACD} = y$ 라 하면 $\angle \mathrm{BAC} = \angle \mathrm{DCA} + 30°$ 이므로 $3x = y + 30°$ 이다.

$\triangle \mathrm{ABC}$ 에서 $9x + y = 180°,\ 3y + 90° + y = 180°,\ y = 22.5°$

$\therefore \angle \mathrm{ACD} = 22.5°$

50. 다음 그림에서 $\overline{\mathrm{AP}} = 6$, $\overline{\mathrm{DP}} = 16$, $\overline{\mathrm{BP}} = 4$ 이고, 사각형 ABCD 는 한 원 위에 있는 점일 때, 선분 BC 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

점 A, B, C, D 가 한 원 위에 있으므로 $\overline{\mathrm{PA}} \cdot \overline{\mathrm{PD}} = \overline{\mathrm{PB}} \cdot \overline{\mathrm{PC}}$

따라서 $\overline{\mathrm{PC}} = \dfrac{\overline{\mathrm{PA}} \cdot \overline{\mathrm{PD}}}{\overline{\mathrm{PB}}} = 24$ 이고,

$\overline{\mathrm{BC}} = 24 - 4 = 20$