

1. $(-5x^2y)^3$ 을 간단히 하면?

① $125x^6y^3$

② $-125x^6y^3$

③ $-125x^3y^6$

④ $125x^3y^6$

⑤ $-125x^3y^3$

해설

$$(-5x^2y)^3 = (-5)^3x^6y^3 = -125x^6y^3$$

2. $\left(-\frac{x^5z^a}{y^bz^3}\right)^2 = \frac{x^c}{y^4z^2}$ 일 때, $a + b + c$ 의 값은?

① 11

② 12

③ 13

④ 14

⑤ 15

해설

$$\frac{x^{10}z^{2a}}{y^{2b}z^6} = \frac{x^c}{y^4z^2}$$

$$6 - 2a = 2 \quad \therefore a = 2$$

$$2b = 4 \quad \therefore b = 2$$

$$c = 10$$

$$\therefore a + b + c = 14$$

3. $a^3x^2y^3 \times (-xy)^b = -8x^cy^6$ 일 때, 자연수 a, b, c 에 대하여 $ab - 2c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$$\begin{aligned}a^3x^2y^3 \times (-xy)^b &= a^3 \times (-1)^b \times x^{2+b} \times y^{3+b} \\ &= -8x^cy^6\end{aligned}$$

$$a^3 \times (-1)^b = -8, 2+b=c, 3+b=6 \text{ 이므로}$$

$$\therefore a=2, b=3, c=5$$

$$\therefore ab - 2c = 2 \times 3 - 2 \times 5 = -4$$

4. 다음 식을 계산한 결과가 3 이 되는 것은?

① $10a^2b \div \left(-\frac{1}{3}ab\right)$

② $\left(\frac{1}{3}a^2\right)^2 \div 9a^3$

③ $\frac{1}{4}a^2 \div \left(-\frac{3}{5}a\right)^2$

④ $6a^2b \div \left(\frac{1}{2}ab^2\right)$

⑤ $\left(-\frac{12}{7}a^2\right) \div \left(-\frac{4}{7}a^2\right)$

해설

$$\textcircled{5} \left(-\frac{12}{7}a^2\right) \div \left(-\frac{4}{7}a^2\right) = \left(-\frac{12}{7}a^2\right) \times \left(-\frac{7}{4a^2}\right) = 3$$

5. $(3x^2y^{\square})^2 \div (\square x^{\square}y^2) = x^2y^4$ 이 성립할 때, $\square$ 안에 들어갈 수를 차례로 나열하면?

① 3, 5, 2

② 4, 8, 2

③ 3, 9, 2

④ 5, 8, 2

⑤ 5, 9, 2

해설

$$(3x^2y^{\square})^2 \div (\square x^{\square}y^2) = \left(\frac{3^2 x^4 y^{2\square}}{\square x^{\square}y^2} \right) = x^2y^4$$

이므로 $\square$ 안에는 3, 9, 2 가 들어간다.

6. 다음 식을 계산하면?

$$\frac{3}{7}x^4 \times \frac{7}{12}x^3y \div \left(-\frac{1}{4}xy^2\right)$$

① $-\frac{x^6}{y}$

② $-\frac{x^4}{y^2}$

③ $\frac{x^4}{y^2}$

④ $\frac{x^6}{y}$

⑤ $\frac{x^6}{y^2}$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{3}{7}x^4 \times \frac{7}{12}x^3y \div \left(-\frac{1}{4}xy^2\right) \\ &= \frac{3}{7}x^4 \times \frac{7}{12}x^3y \times \left(-\frac{4}{xy^2}\right) \\ &= -\frac{x^6}{y} \end{aligned}$$

7. 다음 중 계산 결과가 b 가 아닌 것은?

① $ab \times a^2b^2 \div a^3b^2$

② $a^2 \div a^2b \times b^2$

③ $a^2b^3 \div (-a) \div (-ab^2)$

④ $ab^3 \times ab \div b^2$

⑤ $b^2 \div a^3b^4 \times a^3b^3$

해설

④ $ab^3 \times ab \div b^2 = a^2b^2$

8. 어떤 식을 $(-xy^2z^4)^5$ 으로 나누었더니 몫이 $(4x^4y^5z^3)^2$ 이 되었다. 처음 식을 구하면?

① $-16x^{13}y^{20}z^{26}$

② $-8x^7y^{15}z^{21}$

③ $-\frac{z^{14}}{16x^3}$

④ $-\frac{x^3y^{14}}{16}$

⑤ $8x^{16}y^{10}z^8$

해설

어떤 식 $\square$ 를 a 로 나누었더니 몫이 b 가 되었을 때, $\square = ab$ 이다.

$$\begin{aligned} \therefore & (-xy^2z^4)^5 \times (4x^4y^5z^3)^2 \\ &= -x^5y^{10}z^{20} \times 16x^8y^{10}z^6 \\ &= -16x^{13}y^{20}z^{26} \end{aligned}$$

9. $2x + y = 3$ 이고 $a = 9^x$, $b = 3^y$ 일 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 27

해설

$$ab = (3^2)^x 3^y = 3^{2x+y} = 3^3 = 27$$

10. $4^{x+3} = 4^x \times 2^y = 8^4$ 을 만족시키는 자연수 x, y 에 대하여 $x - y$ 의 값은?

① -4

② -3

③ 6

④ 9

⑤ 12

해설

$$(2^2)^{x+3} = 2^{2x+y} = (2^3)^4 = 2^{12}$$

$$2x + 6 = 12, \quad 2x + y = 12$$

$$y = 6, x = 3$$

$$\therefore x - y = 3 - 6 = -3$$

11. $(x^4)^3 \div (x^a)^2 = x^2$, $(y^3)^b \div y^9 = 1$, $x^8 \div (x^2)^c \div x = \frac{1}{x}$ 을 만족할 때,
 $a + b - c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$x^{12-2a} = x^2, 12 - 2a = 2$$

$$\therefore a = 5$$

$$y^{3b-9} = 1, 3b - 9 = 0$$

$$\therefore b = 3$$

$$x^{8-2c-1} = x^{-1}, 8 - 2c - 1 = -1$$

$$\therefore c = 4$$

$$\therefore a + b - c = 4$$

12. 다음 안에 알맞은 수를 써넣어라.
 $(x^2)^{\square} \div x^3 = x^7$

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$x^{2 \times \square - 3} = x^7$$

$$2 \times \square - 3 = 7$$

따라서 $\square = 5$ 이다.

13. $(4x^a)^b = 64x^{15}$ 일 때, $a - b$ 의 값은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$(4x^a)^b = 4^b x^{ab} = 4^3 x^{15}$ 이므로 $b = 3$, $ab = 15$ 이다.

따라서 $a = 5$ 이므로 $a - b = 5 - 3 = 2$ 이다.

14. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $\left(\frac{yz}{x}\right)^2 = \frac{y^2z^2}{x^2}$

③ $\left(\frac{x}{2y^2}\right)^3 = \frac{x^3}{8y^6}$

⑤ $\left(-\frac{xy}{2}\right)^4 = \frac{x^4y^4}{16}$

② $\left(-\frac{2x^2}{3}\right)^3 = -\frac{8x^2}{27}$

④ $\left(\frac{3}{x}\right)^4 = \frac{81}{x^4}$

해설

$\left(-\frac{2x^2}{3}\right)^3 = -\frac{8x^6}{27}$ 이므로 옳지 않은 것은 ②이다.

15. $\left(\frac{4x^a}{y}\right)^b = \frac{64x^{15}}{y^{3c}}$ 일 때, $a + b + c$ 의 값은?

① 6

② 7

③ 8

④ 9

⑤ 10

해설

$$\left(\frac{4x^a}{y}\right)^b = \frac{4^b x^{ab}}{y^b} = \frac{4^3 x^{15}}{y^{3c}} \text{ 이므로}$$

$b = 3$, $ab = 15$ 이므로 $a = 5$ 이다.

$b = 3c$ 이므로 $c = 1$ 이다.

$$\therefore a + b + c = 5 + 3 + 1 = 9$$

16. 다음 중 옳지 않은 것을 고르면?

$$\textcircled{1} (a^2b)^2 \times (ab)^2 \div a^3b^3 = a^3b$$

$$\textcircled{2} (a^2b^3)^2 \times \frac{a^2}{b^4} = a^6b^2$$

$$\textcircled{3} (4a)^2 \times \left(\frac{a}{3}\right)^3 \div \left(\frac{1}{a^2}\right) = \frac{4a^3}{27}$$

$$\textcircled{4} \left(-\frac{a}{2}\right)^2 \times \left(\frac{ab}{3}\right)^3 = \frac{a^5b^3}{108}$$

$$\textcircled{5} \left(\frac{a}{4}\right)^2 \div \left(\frac{a}{b}\right)^2 \div (a^2b)^3 = \frac{1}{16a^6b}$$

해설

$$\textcircled{1} (a^2b)^2 \times (ab)^2 \div a^3b^3$$

$$= a^4b^2 \times a^2b^2 \times \frac{1}{a^3b^3}$$

$$= a^3b$$

$$\textcircled{2} (a^2b^3)^2 \times \frac{a^2}{b^4}$$

$$= a^4b^6 \times \frac{a^2}{b^4}$$

$$= a^6b^2$$

$$\textcircled{3} (4a)^2 \times \left(\frac{a}{3}\right)^3 \div \left(\frac{1}{a^2}\right)$$

$$= 2^4a^2 \times \frac{a^3}{27} \times a^2$$

$$= \frac{16a^7}{27}$$

$$\textcircled{4} \left(-\frac{a}{2}\right)^2 \times \left(\frac{ab}{3}\right)^3$$

$$= \frac{a^2}{4} \times \frac{a^3b^3}{27}$$

$$= \frac{a^5b^3}{108}$$

$$\textcircled{5} \left(\frac{a}{4}\right)^2 \div \left(\frac{a}{b}\right)^2 \div (a^2b)^3$$

$$= \frac{a^2}{16} \times \frac{b^2}{a^2 \times \frac{1}{a^6b^3}}$$

$$= \frac{1}{16a^6b}$$

17. 다음 안에 알맞은 수는?

$$32^2 = 4^3 \times 2^{\square}$$

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 8

해설

$$32^2 = (2^5)^2 = 2^{10} = (2^2)^3 \times 2^4 = 4^3 \times 2^{\square}$$

$$\therefore \square = 4$$

18. $1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9 \times 10 = 2^a \times 3^b \times 5^c \times 7^d$ 일 때, $a + b - c - d$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$$\begin{aligned} & 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9 \times 10 \\ &= 1 \times 2 \times 3 \times 2^2 \times 5 \times (2 \times 3) \times 7 \times 2^3 \times 3^2 \times (2 \times 5) \\ &= 2^8 \times 3^4 \times 5^2 \times 7^1 \\ &a = 8, b = 4, c = 2, d = 1 \\ &\therefore a + b - c - d = 9 \end{aligned}$$

19. n 이 자연수일 때, $(-1)^{n-1} + a^{2n-2} + (-a)^{2n+1} + a^{2n+1} - (-a)^{2n-2} - (-1)^{n+3}$ 의 값은?

① $-a$

② -2

③ 0

④ 2

⑤ a

해설

n 이 짝수일 때, $-1 + a^{2n-2} - a^{2n+1} + a^{2n+1} - a^{2n-2} + 1 = 0$

n 이 홀수일 때, $1 + a^{2n-2} - a^{2n-1} + a^{2n+1} - a^{2n+2} - 1 = 0$

따라서 모든 자연수에 대하여 0이다.

20. $4^{2a+1} = 4^{2a} \times 2^b = 64$ 라 할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$64 = 4^3$$

$$64 = 2^6 = (2^2)^{2a} \times 2^b$$

$$2a + 1 = 3 \quad \therefore a = 1$$

$$4a + b = 6 \quad \therefore b = 2$$

$$\therefore a + b = 3$$

21. 다음 안에 알맞은 수는?

$$x^{\square} \times x^2 \div x^3 = x$$

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$x^{\square} \times x^2 \div x^3 = x^{\square+2-3} = x^1$$

$$\square + 2 - 3 = 1$$

$$\therefore \square = 2$$

22. 안에 들어갈 알맞은 수를 구하여라.

$$(x^3)^4 \times (x^2)^{\square} \div x^5 = x^{17}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$x^{3 \times 4 + 2 \times \square - 5} = x^{17}$$

$$\therefore \square = 5$$

23. $(-3x^2y)^2 \div \square \times (2xy^2)^3 = -12x^5y^6$ 일 때, $\square$ 안에 알맞은 식은?

① $-6x^2y^2$

② $-6x^2y^4$

③ $6x^2y^2$

④ $6x^2y^4$

⑤ $12x^2y^2$

해설

$$9x^4y^2 \div \square \times 8x^3y^6 = -12x^5y^6$$

$$72x^7y^8 \div \square = -12x^5y^6$$

$$\therefore \square = 72x^7y^8 \div (-12x^5y^6) = \frac{72x^7y^8}{-12x^5y^6} = -6x^2y^2$$

24. $a = 3^{x+1}$ 일 때, 81^x 을 a 에 관한 식으로 바르게 나타낸 것은?

- ① $\frac{a}{3}$ ② $\frac{a^2}{9}$ ③ $\frac{a^3}{27}$ ④ $\frac{a^4}{81}$ ⑤ $\frac{a^5}{243}$

해설

$$a = 3^{x+1}, a = 3 \cdot 3^x, 3^x = \frac{a}{3},$$

$$81^x = (3^4)^x = (3^x)^4 = \left(\frac{a}{3}\right)^4 = \frac{a^4}{81}$$

25. $8^2 = x$ 라 할 때, $2^4 + 3 \cdot 4^2 - 2^7$ 을 간단히 하면?

①

$-x$

② x

③ $2x$

④ $3x$

⑤ $4x$

해설

$$8^2 = (2^3)^2 = 2^6 = x$$

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= 2^4 + 3 \cdot (2^2)^2 - 2^7 \\&= 2^4 + 3 \cdot 2^4 - 2^7 \\&= (1 + 3)2^4 - 2^7 \\&= 2^2 \cdot 2^4 - 2^7 \\&= 2^6 - 2^7 \\&= x - 2x \\&= -x\end{aligned}$$

26. $5^{12} = A$ 일 때, 다음 중 $5^{13} - 5^{11}$ 와 같은 것은?

① $\frac{1}{5}A$

② $\frac{4}{5}A$

③ $\frac{24}{5}A$

④ $\frac{26}{5}A$

⑤ $\frac{32}{5}A$

해설

$$\begin{aligned} 5^{13} - 5^{11} &= 5 \times 5^{12} - \frac{1}{5} \times 5^{12} \\ &= \left(5 - \frac{1}{5}\right) \times 5^{12} \\ &= \frac{24}{5}A \end{aligned}$$

27. $2^{10} \times 3 \times 5^8$ 은 몇 자리의 수인가?

① 8

② 9

③ 10

④ 11

⑤ 12

해설

$2^{2+8} \times 3 \times 5^8 = 2^2 \times 3 \times (2 \times 5)^8 = 12 \times 10^8$
따라서 10자리의 수이다.

28. $2^{10} \times 5^{14}$ 은 n 자리의 자연수이다. n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

$2 \times 5 = 10$ 이므로

$$5^4 \times 2^{10} \times 5^{10} = 5^4 \times 10^{10} = 625 \times 10^{10}$$

따라서 13 자리의 자연수이다.

29. $2^5 \times 5^7 \times 7$ 이 n 자리의 자연수일 때, n 의 값은?

① 5

② 7

③ 8

④ 10

⑤ 12

해설

$2 \times 5 = 10$ 이므로

$$(2 \times 5)^5 \times 5^2 \times 7 = 175 \times 10^5$$

$$\therefore n = 8$$

30. 부등식 $3^{10} < x^{10} < 4^{20}$ 을 만족하는 자연수 x 의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 12개

해설

$$3^{10} < x^{10} < (4^2)^{10}$$

$$3 < x < 4^2$$

따라서 만족하는 자연수는 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15
로 12 개이다.

31. $125^{x+2} = \left(\frac{1}{5}\right)^{2x-11}$ 일 때, x 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$(5^3)^{x+2} = 5^{-2x+11}$$

$$5^{3x+6} = 5^{-2x+11}, 3x+6 = -2x+11, x=1$$

32. $\left(\frac{1}{3}\right)^{2x-1} = 27^{x+2}$ 일 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$3^{-2x+1} = (3^3)^{x+2}$$

$$-2x + 1 = 3x + 6, x = -1$$

33. $x_1 = 97$, $x_2 = \frac{2}{x_1}$, $x_3 = \frac{3}{x_2}$, $x_4 = \frac{4}{x_3}$ 이라 할 때, $x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4$ 의 값은?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

$x_1 = 97$ 이고, $x_1 \times x_2 = 2$ 이고, $x_3 \times x_4 = 4$ 이다.

따라서 $x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 = 2 \times 4 = 8$ 이다.

34. 다음 보기 중 계산 결과가 옳은 것은 모두 몇 개인가?

보기

㉠ $6a^4 \div 3ab = \frac{2a^3}{b}$

㉡ $\frac{2}{3}x^2y \div \frac{1}{6}xy^2 = \frac{4x}{y}$

㉢ $(2x^2)^5 \div (-2x^3)^2 = 8x^4$

㉤ $(-2x^2y)^3 \div \left(-\frac{2}{3}xy\right)^2 = 18x^4y$

㉥ $(-2x^3y)^3 \div (4xy^3)^2 = -\frac{x^7}{2y^3}$

① 1개

② 2개

③ 3개

④ 4개

⑤ 없다

해설

㉤ $(-2x^2y)^3 \div \left(-\frac{2}{3}xy\right)^2 = -18x^4y$

35. 다음 식을 간단히 한 것으로 옳은 것은?

$$3x^2y^3 \times (x^2)^2 \div (-2y^2)^3$$

① $-\frac{2x^6}{4y^3}$

② $-\frac{3x^5}{4y^3}$

③ $-\frac{3x^6}{8y^3}$

④ $\frac{3x^5}{8y^3}$

⑤ $-\frac{3x^5}{8y^3}$

해설

$$\begin{aligned} 3x^2y^3 \times (x^2)^2 \div (-2y^2)^3 &= 3x^2y^3 \times x^4 \times \frac{1}{-8y^6} \\ &= -\frac{3x^6}{8y^3} \end{aligned}$$

이므로 ③ 이다.

36. $A = (-3xy)^2 \div 2x^3y^3$, $B = (2xy)^3 \times \frac{1}{3x^2y^2}$ 일 때, $A \div B$ 의 분모를
써라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $16x^2y^2$

해설

$$A = 9x^2y^2 \times \frac{1}{2x^3y^3} = \frac{9}{2xy}$$

$$B = 8x^3y^3 \times \frac{1}{3x^2y^2} = \frac{8xy}{3}$$

$$\therefore A \div B = \frac{9}{2xy} \times \frac{3}{8xy} = \frac{27}{16x^2y^2}$$

37. $(xy^2)^2 \div \{-(xy^3)^2\} \times (-x^2y)^3$ 을 간단히 하면?

① $-\frac{y^4}{x^2}$

② $-x^6y$

③ $\frac{y^4}{x^2}$

④ x^6y

⑤ x^8y^2

해설

$$\begin{aligned} & (xy^2)^2 \div \{-(xy^3)^2\} \times (-x^2y)^3 \\ &= x^2y^4 \div (-x^2y^6) \times (-x^6y^3) \\ &= x^2y^4 \times \frac{1}{-x^2y^6} \times (-x^6y^3) \\ &= \frac{x^2y^4 \times (-x^6y^3)}{-x^2y^6} \\ &= x^6y \end{aligned}$$

38. $(-2x^4y)^2 \div (-x^3y^2)^3 \times \square = 8x$ 의 $\square$ 안에 알맞은 식을 구하라.

① $4x^2y^3$

② $4x^2y^4$

③ $-4x^2y^4$

④ $2x^4y^4$

⑤ $-2x^2y^4$

해설

$$4x^8y^2 \div (-x^3y^2)^3 \times \square = 8x$$

$$-\frac{4}{xy^4} \times \square = 8x$$

$$\square = -2x^2y^4$$

39. $-16x^2y^3 \times \square \div 8xy^2 = -4x^3y^2$ 에서 $\square$ 안에 알맞은 식은?

① $-2xy^2$

② $2xy^2$

③ $-2x^2y$

④ $2x^2y$

⑤ $-2xy$

해설

$$-2xy \times \square = -4x^3y^2$$

$$\square = 2x^2y$$

40. $(-2x^4y)^2 \div (-x^3y^2)^3 \times \boxed{} = 8x$ 의 $\boxed{}$ 안에 알맞은 식은?

① $4x^2y^3$

② $4x^2y^4$

③ $-4x^2y^4$

④ $2x^4y^4$

⑤ $-2x^2y^4$

해설

$$4x^8y^2 \times \left(-\frac{1}{x^9y^6}\right) \times \boxed{} = 8x$$

$$-\frac{4}{xy^4} \times \boxed{} = 8x$$

$$\boxed{} = -2x^2y^4$$

41. $12^5 = 2^m \times 3^n$ 일 때, $m + n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$$12^5 = (2^2 \times 3)^5 = 2^{10} \times 3^5$$

$$m = 10, n = 5$$

$$m + n = 15$$

42. $3^2 \times (3^{\square})^5 = 3^{17}$ 일 때, $\square$ 안에 알맞은 수는?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

지수법칙을 이용하면

$$2 + 5 \times \square = 17$$

$$5 \times \square = 15$$

$$\therefore \square = 3$$

43. $125^2 \div 25^3$ 을 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$125^2 \div 25^3 = (5^3)^2 \div (5^2)^3 = 5^6 \div 5^6 = 1$$

44. 다음 등식을 만족하는 a , b 에 대하여 $2a - 3b$ 의 값은? (단, n 은 자연수)

$$2^a \times 4^2 \div 8 = 2^5$$

$$(-1)^{n+2} \times (-1)^{n+3} = b$$

- ① 11 ② -11 ③ -5 ④ 5 ⑤ 8

해설

첫 번째 식

$$\because 2^a \times 2^4 \div 2^3 = 2^{a+4-3} = 2^5 \therefore a = 4$$

두 번째 식

$$\because (-1)^{n+2+n+3} = (-1)^{2n+5} = b \therefore b = -1$$

$$\therefore 2a - 3b = 8 + 3 = 11$$

45. $3^{2x}(9^x + 9^x + 9^x) = 243$ 일 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$3^{2x} \times 3 \times 3^{2x} = 3^{4x+1} = 3^5 \text{ 이므로 } 4x + 1 = 5$$

$$\therefore x = 1$$

46. $2^{100} = a$ 일 때, $4^{50} - 4^{49}$ 을 a 에 관한 식으로 나타내면?

① $\frac{1}{4}a$

② $\frac{1}{2}a$

③ $\frac{3}{4}a$

④ $\frac{3}{2}a$

⑤ $\frac{4}{3}a$

해설

$$\begin{aligned}4^{50} - 4^{49} &= (2^2)^{50} - (2^2)^{49} \\&= 2^{100} - 2^{98} \\&= 2^{100} - 2^{100} \div 2^2 \\&= 2^{100} \left(1 - \frac{1}{4}\right) \\&= \frac{3}{4} \times 2^{100} \\&= \frac{3}{4}a\end{aligned}$$

47. $\frac{3^x}{9^{-x+y}} = 27$, $\frac{25^{x+y}}{5^{3y}} = 625$ 일 때, $64^x \times 625^y$ 의 자리의 수를 구하면?

① 10 자리

② 12 자리

③ 17 자리

④ 20 자리

⑤ 26 자리

해설

$$3^x = 27 \times 9^{-x+y} = 3^3 \times 3^{-2x+2y} = 3^{-2x+2y+3}$$

$$\therefore x = -2x + 2y + 3$$

$$25^{x+y} = 625 \times 5^{3y} = 5^4 \times 5^{3y} = 5^{3y+4}$$

$$\therefore 2x + 2y = 3y + 4$$

두 식을 연립하면

$$x = 5, y = 6$$

$$\begin{aligned} 64^x \times 625^y &= (2^6)^5 \times (5^4)^6 = 2^{30} \times 5^{24} \\ &= (10)^{24} \times 2^6 = 64 \times 10^{24} \end{aligned}$$

따라서 26 자리의 수이다.

48. 임의의 자연수 m, n 에 대하여 $x^m y^n = z^{m-n}$, $x^n y^m = z^{n-m}$ 일 때,
 $\left(\frac{1}{xy}\right)^{m+n}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$x^m y^n = z^{m-n}$, $x^n y^m = z^{n-m}$ 에서

$$z^{m-n} \times z^{n-m} = z^{m-n+n-m} = z^0 = 1$$

$x^m y^n \times x^n y^m = (xy)^{m+n} = 1$ 에서 $m+n \neq 0$ 이므로 $xy = 1$ 이다.

$$\therefore \left(\frac{1}{xy}\right)^{m+n} = 1^{m+n} = 1$$

49. $12x^a \div 6x^2y^2 \times (-2xy^b) = -4x^2$ 에서 $a + b$ 의 값을 구하면?

① 3

② 1

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$$12x^a \div 6x^2y^2 \times (-2xy^b) = -4x^2$$

$$-4x^{a-2+1}y^{b-2} = -4x^2$$

$$a - 2 + 1 = 2 \quad \therefore a = 3$$

$$b - 2 = 0 \quad \therefore b = 2$$

$$\therefore a + b = 3 + 2 = 5$$

50. 두 수 x, y 에 대하여 연산 $\star, \blacktriangle$ 를 $x\star y = x^2y$, $x\blacktriangle y = xy^2$ 으로 정의한다. 이 때, 다음을 만족하는 X, Y 에 대하여 $3a(X \div Y)$ 의 값을 구하여라.

$$3a\star X = 12a^2b, Y\blacktriangle 5b = 100ab^2$$

▶ 답 :

▷ 정답 : b

해설

$$3a\star X = 12a^2b \text{ 에서}$$

$$(3a)^2X = 12a^2b$$

$$\therefore X = \frac{12a^2b}{9a^2} = \frac{4}{3}b$$

$$Y\blacktriangle 5b = 100ab^2$$

$$Y(5b)^2 = 100ab^2 \text{ 에서}$$

$$\therefore Y = \frac{100ab^2}{25b^2} = 4a$$

$$\therefore 3a(X \div Y) = 3a\left(\frac{4b}{3} \times \frac{1}{4a}\right) = 3a\left(\frac{b}{3a}\right) = b$$