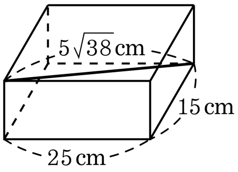
1. 다음 그림과 같이 대각선의 길이가 $5\sqrt{38}$cm 인 직육면체 모양의 상자가 있다. 밑면인 직사각형의 가로, 세로의 길이가 각각 25cm, 15cm 일 때, 이 상자의 높이는?



① 10 ② $5\sqrt{10}$ ③ $10\sqrt{2}$ ④ $30\sqrt{3}$ ⑤ $30\sqrt{2}$

해설

직육면체의 높이를 x cm 라 하면,

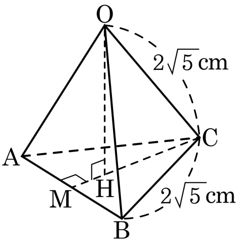
$\sqrt{25^2 + 15^2 + x^2} = 5\sqrt{38}$

$\sqrt{625 + 225 + x^2} = \sqrt{950}$

양변을 제곱하면 $850 + x^2 = 950,\ x^2 = 100$

$\therefore x = 10(\text{cm})$

2. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 $2\sqrt{5}$cm 인 정사면체의 부피는?



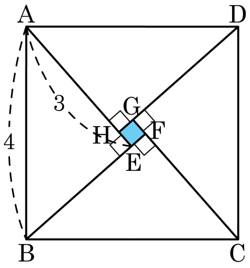
① 10cm^3　② $\dfrac{5\sqrt{5}}{2}\text{cm}^3$　③ $\dfrac{10\sqrt{5}}{3}\text{cm}^3$

④ $\dfrac{10\sqrt{10}}{3}\text{cm}^3$　⑤ $\dfrac{5\sqrt{10}}{3}\text{cm}^3$

해설

$$\frac{\sqrt{2}}{12} \times (2\sqrt{5})^3 = \frac{10\sqrt{10}}{3}(\text{cm}^3)$$

3. 다음 그림에서 4 개의 직각삼각형은 모두 합동이고, $\overline{AB} = 4$, $\overline{AE} = 3$ 일 때, 사각형 EFGH 의 넓이를 구하면?



① 9 ② $3 - \sqrt{7}$ ③ $9 - \sqrt{7}$

④ $16 - 2\sqrt{7}$ ⑤ $16 - 6\sqrt{7}$

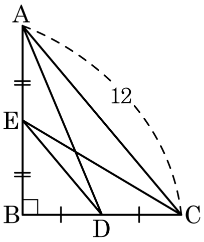
해설

$\overline{\mathrm{BE}} = \sqrt{4^2 - 3^2} = \sqrt{7}$

$\overline{\mathrm{EF}} = 3 - \sqrt{7}$

따라서 □EFGH $= (3 - \sqrt{7})^2 = 16 - 6\sqrt{7}$ 이다.

4. 다음 그림에서 $\angle B = 90°$ 이고, D, E 는 각각 $\overline{BC}$, $\overline{AB}$ 의 중점이다. $\overline{AC} = 12$ 일 때, $\overline{AD}^2 + \overline{CE}^2$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 180

해설

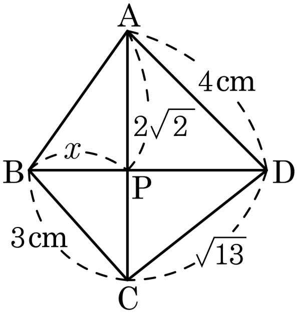
$\overline{BE} = x, \overline{BD} = y$ 라고 하면

$\triangle ABC$ 에서 $12^2 = (2x)^2 + (2y)^2, x^2 + y^2 = 36$

$\overline{AD}^2 = (2x)^2 + y^2, \overline{CE}^2 = x^2 + (2y)^2$ 이므로

$$\begin{aligned}\overline{AD}^2 + \overline{CE}^2 &= 5x^2 + 5y^2 \\ &= 5(x^2 + y^2) \\ &= 5 \times 36 \\ &= 180\end{aligned}$$

5. 다음 그림의 □ABCD에서 $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 일 때, $\overline{BP}$ 의 길이는?



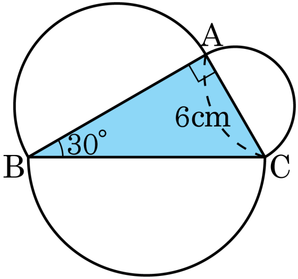
① 1 cm　② 2 cm　③ 3 cm　④ 4 cm　⑤ 5 cm

해설

$(\overline{AB})^2 + 13 = 16 + 9$, $\overline{AB} = 2\sqrt{3}\,\text{cm}$

$x^2 + (2\sqrt{2})^2 = (2\sqrt{3})^2 \qquad \therefore\ x = 2\,\text{cm}$

6. 다음 그림은 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 세 변을 지름으로 하는 반원을 그린 것이다. 색칠한 부분의 넓이를 고르면?



① $10\sqrt{3}\text{cm}^2$ ② $12\sqrt{3}\text{cm}^2$ ③ $14\sqrt{3}\text{cm}^2$

④ $16\sqrt{3}\text{cm}^2$ ⑤ $18\sqrt{3}\text{cm}^2$

해설

$\overline{AC} : \overline{AB} : \overline{BC} = 1 : \sqrt{3} : 2$ 이므로

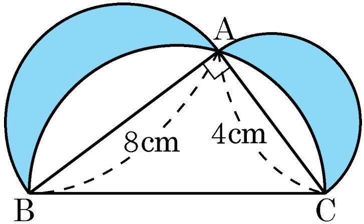
$\overline{AB} = 6\sqrt{3}(\text{cm})$, $\overline{BC} = 12(\text{cm})$

(색칠한 부분의 넓이) = ($\triangle$ABC의 넓이)

$$= \frac{1}{2} \times 6\sqrt{3} \times 6$$

$$= 18\sqrt{3}(\text{cm}^2)$$

7. 다음 그림은 $\overline{AC} = 4\,\text{cm}$, $\overline{AB} = 8\,\text{cm}$, $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 세 변을 지름으로 하는 반원을 그린 것이다. 색칠한 부분의 넓이를 구하면?



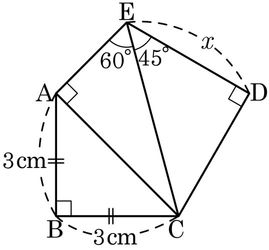
① $10\,\text{cm}^2$ ② $12\,\text{cm}^2$ ③ $14\,\text{cm}^2$

④ $16\,\text{cm}^2$ ⑤ $22\,\text{cm}^2$

해설

($\overline{AB}$를 지름으로 하는 반원의 넓이) $= 8\pi$
($\overline{AC}$를 지름으로 하는 반원의 넓이) $= 2\pi$ 이므로
($\triangle ABC$와 두 반원의 넓이의 합)$= (16 + 10\pi)\,\text{cm}^2$
또, $\triangle ABC$에서 $\overline{BC} = 4\sqrt{5}\,\text{cm}$ 이므로
($\overline{BC}$를 지름으로 하는 반원의 반지름)$= 2\sqrt{5}\,\text{cm}$,
($\overline{BC}$를 지름으로 하는 반원의 넓이) $= 10\pi$
따라서 색칠한 부분의 넓이는
$(16 + 10\pi) - 10\pi = 16(\,\text{cm}^2)$

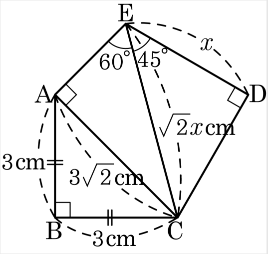
8. 다음 그림에서 $\triangle ABC$, $\triangle EAC$, $\triangle EDC$ 는 모두 직각삼각형이고, $\overline{AB} = \overline{BC} = 3\,\text{cm}$, $\angle AEC = 60°$, $\angle CED = 45°$ 일 때, $\triangle EDC$ 의 넓이는?



① $3\,\text{cm}^2$
② $4\,\text{cm}^2$
③ $6\,\text{cm}^2$
④ $8\,\text{cm}^2$
⑤ $10\,\text{cm}^2$

해설

$\triangle ABC$ 에서 $\overline{AC} = 3\sqrt{2}\,\text{cm}$
$\triangle ECD$ 에서 $\overline{EC} = \sqrt{2}x$ $\triangle AEC$ 에서 $\sqrt{2}x : 3\sqrt{2} = 2 : \sqrt{3}$
$\sqrt{6}x = 6\sqrt{2}$ $\therefore\ x = 2\sqrt{3}\,(\text{cm})$
따라서 $\triangle EDC$ 의 넓이는
$\frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times 2\sqrt{3} = 6\,(\text{cm}^2)$ 이다.



9. 좌표평면 위의 두 점 P $(3,\ 2)$, Q $(3a,\ a)$ 사이의 거리가 $\sqrt{37}$ 일 때, a의 값을 구하여라. (단, 점 Q는 제 1사분면 위의 점이다.)

① 4　　② $3\sqrt{3}$　　③ $\frac{4}{5}$　　④ $\frac{5}{4}$　　⑤ 3

해설

$\overline{\mathrm{PQ}} = \sqrt{37}$ 이므로

$37 = (3-3a)^2 + (2-a)^2 = 10a^2 - 22a + 13$

$10a^2 - 22a + 13 = 37$ 이 되어

$10a^2 - 22a - 24 = 0$

$(10a+8)(a-3) = 0$

$\therefore\ a = 3$ (점 Q는 제 1 사분면위의 점이므로)

10. 세 점 $A(0,\ 0)$, $B(3,\ 4)$, $C(4,\ -3)$ 을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC 는 어떤 삼각형인가?

① 예각삼각형

② $\angle A = 90°$ 인 직각이등변삼각형

③ $\angle B = 90°$ 인 직각이등변삼각형

④ $\angle C = 90°$ 인 직각삼각형

⑤ 둔각삼각형

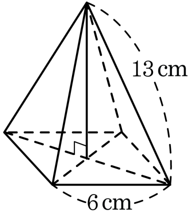
해설

$\overline{AB} = \sqrt{(3-0)^2 + (4-0)^2} = \sqrt{25}$
$\overline{AC} = \sqrt{(4-0)^2 + (-3-0)^2} = \sqrt{25}$
$\overline{BC} = \sqrt{(4-3)^2 + (-3-4)^2} = \sqrt{50}$

$\overline{AB} = \overline{AC}$, $\overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{AC}^2$ 이므로

$\therefore \angle A = 90°$ 인 직각이등변삼각형

11. 다음 그림과 같은 정사각뿔의 부피를 구하면?



① $10\sqrt{151}\,\text{cm}^3$ ② $12\sqrt{151}\,\text{cm}^3$

③ $14\sqrt{151}\,\text{cm}^3$ ④ $16\sqrt{151}\,\text{cm}^3$

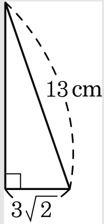
⑤ $18\sqrt{151}\,\text{cm}^3$

해설

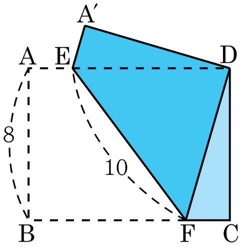
밑면의 대각선의 길이는 $6\sqrt{2}$이므로

(높이) $= \sqrt{13^2 - (3\sqrt{2})^2} = \sqrt{151}$

(부피) $= 6 \times 6 \times \sqrt{151} \times \frac{1}{3} = 12\sqrt{151}(\text{cm}^3)$



12. 다음 그림은 직사각형 ABCD 의 점 B 가 점 D에 오도록 접은 것이다. $\overline{BC}$의 길이는?



① $\frac{32}{3}$ ② $\frac{28}{3}$ ③ $\frac{26}{3}$

④ $\frac{22}{3}$ ⑤ $\frac{20}{3}$

해설

E 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 하면 $\overline{HF} = 6$

$\overline{CF} = x$ 라 하면 $\overline{CH} = \overline{DE} = 6 + x$

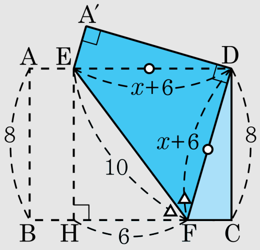
접은 각과 엇각에 의해 $\angle DEF = \angle DFE$ 이므로

$\overline{DF} = \overline{DE} = 6 + x$

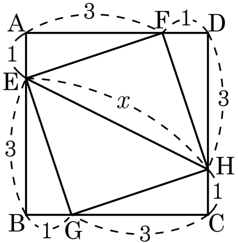
$\triangle DFC$ 에서 $(6 + x)^2 = 8^2 + x^2, 12x = 28 \quad \therefore x = \frac{7}{3}$

또한 $\overline{BH} = \overline{AE} = \overline{A'E} = \overline{CF}$

$\therefore \overline{BC} = \frac{7}{3} \times 2 + 6 = \frac{32}{3}$



13. 한 변의 길이가 4 인 정사각형 ABCD 의 각 변에 그림과 같이 네 점 E, F, H, G 를 잡을 때, □EFHG 의 대각선 EH 의 길이를 구하면?



① $\sqrt{5}$ ② $2\sqrt{3}$ ③ 4

④ $2\sqrt{5}$ ⑤ $3\sqrt{5}$

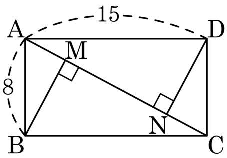
해설

네 직각삼각형이 서로 합동이므로 □EFHG 는 정사각형이다.

$\overline{FE} = \overline{FH} = \sqrt{1^2 + 3^2} = \sqrt{10}$

$\therefore\ x = \sqrt{\left(\sqrt{10}\right)^2 + \left(\sqrt{10}\right)^2} = 2\sqrt{5}$

14. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 점 B, D 에서 대각선 AC 에 내린 수선의 발을 각각 M, N 이라고 할 때, $\overline{MN}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\dfrac{161}{17}$

해설

$\overline{AC} = \sqrt{8^2 + 15^2} = 17$, $\overline{AM} = \overline{NC}$

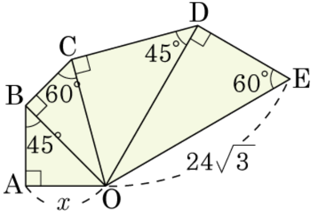
$\overline{AB}^2 = \overline{AM} \times \overline{AC}$ 이므로

$8^2 = \overline{AM} \times 17$

$\therefore \ \overline{AM} = \dfrac{64}{17}$

$\therefore \overline{MN} = \overline{AC} - 2\overline{AM} = 17 - 2 \times \dfrac{64}{17} = \dfrac{289 - 128}{17} = \dfrac{161}{17}$

15. 다음 그림을 보고, x 의 길이는?



① $6\sqrt{3}$ ② $7\sqrt{3}$ ③ $8\sqrt{3}$ ④ $9\sqrt{3}$ ⑤ $10\sqrt{3}$

해설

$\overline{OE} : \overline{OD} = 2 : \sqrt{3} = 24\sqrt{3} : \overline{OD}$

$2\overline{OD} = 72 \qquad \therefore\ \overline{OD} = 36$

$\overline{OD} : \overline{OC} = \sqrt{2} : 1 = 36 : \overline{OC}$

$\sqrt{2}\,\overline{OC} = 36 \qquad \therefore\ \overline{OC} = \dfrac{36}{\sqrt{2}} = 18\sqrt{2}$

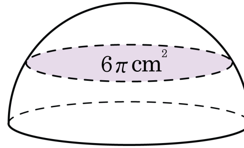
$\overline{OC} : \overline{OB} = 2 : \sqrt{3} = 18\sqrt{2} : \overline{OB}$

$2\overline{OB} = 18\sqrt{6} \qquad \therefore\ \overline{OB} = 9\sqrt{6}$

$\overline{OB} : \overline{OA} = \sqrt{2} : 1 = 9\sqrt{6} : \overline{OA}$

$\sqrt{2}\,\overline{OA} = 9\sqrt{6} \qquad \therefore\ \overline{OA} = 9\sqrt{3}$

16. 다음 반구에서 반지름의 $\frac{1}{2}$ 지점을 지나고 밑면에 평행하게 자른 단면의 넓이가 $6\pi\text{cm}^2$ 일 때, 반구의 겉넓이를 구하면?



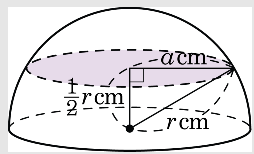
① $6\pi\,\text{cm}^2$ ② $12\pi\,\text{cm}^2$ ③ $18\pi\,\text{cm}^2$

④ $24\pi\,\text{cm}^2$ ⑤ $30\pi\,\text{cm}^2$

해설

밑면에 평행하게 자른 단면의 넓이가 $6\pi\,\text{cm}^2$ 이므로 단면의 반지름의 길이를 $a\,\text{cm}$ 라고 하면 $\pi a^2 = 6\pi$, $a^2 = 6$

$\therefore\ a = \sqrt{6}$



반구의 반지름의 길이를 $r\,\text{cm}$ 라고 하면 $r^2 = \left(\frac{1}{2}r\right)^2 + a^2$,

$\frac{3}{4}r^2 = 6$, $r^2 = 8$

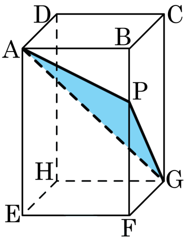
반구의 겉넓이 $=$ 구의 겉넓이 $\times \frac{1}{2}$ $+$ 밑면의 넓이

구의 겉넓이 $\times \frac{1}{2} = 4\pi r^2 \times \frac{1}{2} = 4\pi \times 8 \times \frac{1}{2} = 16\pi(\text{cm}^2)$

밑면의 넓이 $= \pi r^2 = \pi \times 8 = 8\pi(\text{cm}^2)$

따라서 반구의 겉넓이는 $16\pi + 8\pi = 24\pi(\text{cm}^2)$ 이다.

17. 다음 그림의 직육면체는 $\overline{AB} = 2\,\mathrm{cm}$, $\overline{BC} = 1\,\mathrm{cm}$, $\overline{AE} = 4\,\mathrm{cm}$ 이고, $\overline{AG}$ 는 직육면체의 대각선이다. 점 P 는 점 A 에서 G 까지 직육면체의 표면을 따라 갈 때 최단거리가 되게 하는 $\overline{BF}$ 위의 점일 때, $\triangle PAG$ 의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : $5 + \sqrt{21}$ cm

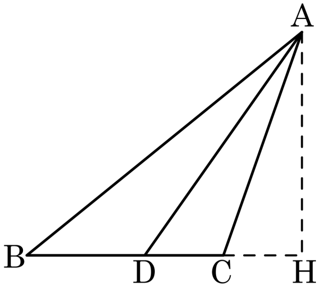
해설

$\overline{AP} + \overline{PG} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5\ (\mathrm{cm})$

또, 대각선 $\overline{AG} = \sqrt{4+1+16} = \sqrt{21}\ (\mathrm{cm})$

$\therefore$ ($\triangle$APG의 둘레의 길이) $= 5 + \sqrt{21}\ (\mathrm{cm})$

18. 다음 그림과 같이 $\angle C$ 가 둔각인 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB}=9$, $\overline{AC}=6$ 이고, $\angle A$ 의 이등분선이 변 BC 와 만나는 점을 D 라 하면 $\overline{BD}=3$ 이다. 이 때, 점 A 에서 변 BC 의 연장선에 내린 수선 $\overline{AH}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $4\sqrt{2}$

해설

$\triangle ABC$ 에서 $\angle BAD=\angle CAD$ 이므로

$\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BD}:\overline{DC}$

$9:6=3:\overline{DC}$ $\therefore \overline{DC}=2$

직각삼각형 ABH 에서 $\overline{CH}=x$, $\overline{AH}=h$ 라 하면

$h^2=9^2-(3+2+x)^2 \cdots$ ㉠

마찬가지로 $\triangle ACH$ 에서

$h^2=6^2-x^2 \cdots$ ㉡

㉠-㉡에서

$9^2-(x+5)^2=6^2-x^2$

$81-x^2-10x-25=36-x^2$

$-10x=-20$

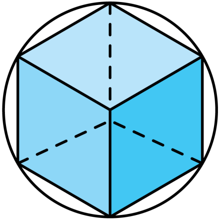
$\therefore\ x=2$

$x=2$ 를 ㉡에 대입하면

$h^2=6^2-2^2=32$

$\therefore h=4\sqrt{2}$ $(\because\ h>0)$

19. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 8 cm 인 정육면체에 외접하는 구의 반지름의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : $4\sqrt{3}$ cm

해설

정육면체에 외접하는 구의 중심은 정육면체의 두 대각선의 교점이므로 구의 반지름은 대각선의 길이의 반이다.

$$\begin{aligned}(\text{반지름}) &= \frac{1}{2} \times (\text{대각선의 길이}) \\ &= \frac{1}{2} \times \sqrt{8^2+8^2+8^2} \\ &= \frac{1}{2} \times 8\sqrt{3} \\ &= 4\sqrt{3}\end{aligned}$$