

1. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고르면?

보기

$$\textcircled{\text{㉠}} a^2 \times (a^3b)^2 \div ab = ab^7$$

$$\textcircled{\text{㉡}} (-xy)^3 \times 3x^2y \div y^2 = -3x^5y^2$$

$$\textcircled{\text{㉢}} (-2a)^2 \times \left(-\frac{a}{b^2}\right)^3 \div \frac{a}{b^3} = -4a^4b$$

① ㉠

② ㉡

③ ㉠, ㉢

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

$$\textcircled{\text{㉠}} a^2 \times (a^3b)^2 \div ab = a^7b$$

$$\textcircled{\text{㉢}} (-2a)^2 \times \left(-\frac{a}{b^2}\right)^3 \div \frac{a}{b^3} = -\frac{4a^4}{b^3}$$

2. $(-3x^2 + y + 4) - (\quad) = 2x^2 - y + 3$ 에서 () 안에 알맞은 식은?

① $-5x^2 + 2y + 1$

② $-5x^2 - 2y - 3$

③ $x^2 - 7$

④ $5x^2 - 2y - 1$

⑤ $5x^2 + y + 7$

해설

$$\begin{aligned} (\quad) &= -3x^2 + y + 4 - (2x^2 - y + 3) \\ &= -3x^2 + y + 4 - 2x^2 + y - 3 \\ &= -5x^2 + 2y + 1 \end{aligned}$$

3. 다음 조건을 만족하는 자연수는 모두 몇 개인지 구하여라.

ㄱ. 어떤 자연수를 $\frac{1}{3}$ 배하여 6 를 더하면 이 수의 $\frac{3}{2}$ 배보다 작다.

ㄴ. 8보다 작거나 같다.



답 :

개



정답 : 3 개

해설

어떤 홀수를 x 라 하면

$$\frac{1}{3}x + 6 < \frac{3}{2}x$$

$$x > \frac{36}{7}$$

8보다 작거나 같으므로 $\frac{36}{7} < x \leq 8$,

따라서 만족하는 자연수는 6, 7, 8 즉, 3 개이다.

4. $\frac{13}{20}$ 을 분수 $\frac{a}{10^n}$ 의 꼴로 고칠 때, $a + n$ 의 최솟값은?

①

67

② 68

③ 69

④ 70

⑤ 71

해설

$\frac{13 \times 5}{20 \times 5} = \frac{65}{10^2}$, $a = 65$, $n = 2$ 이므로 $a + n$ 의 최솟값은 67이다.

5. 다음 분수 중에서 유한소수로 나타낼 수 없는 것을 모두 골라라.

① $\frac{24}{15}$
④ $\frac{25}{48}$

② $\frac{12}{60}$
⑤ $-\frac{24}{15}$

③ $\frac{14}{5 \times 7^2}$

해설

분수를 기약분수로 나타내고 그 분모를 소인수 분해하였을 때 분모의 소인수가 2 나 5 뿐이면 그 분수는 유한소수로 나타낼 수 있다.

① $\frac{24}{15} = \frac{24}{3 \times 5} = \frac{8}{5}$

② $\frac{12}{60} = \frac{2^2 \times 3}{2^2 \times 3 \times 5} = \frac{1}{5}$

⑤ $-\frac{24}{15} = -\frac{2^3 \times 3}{3 \times 5} = -\frac{2^3}{5}$

이므로 유한소수이다.

③ $\frac{14}{5 \times 7^2} = \frac{2}{5 \times 7}$

④ $\frac{25}{48} = \frac{5^2}{2^4 \times 3}$

이므로 유한소수로 나타낼 수 없다.

6. 기약분수 $\frac{x}{18}$ 를 소수로 나타내면, $0.72222\ldots$ 일 때, 자연수 x 의 값은?

① 5

② 7

③ 11

④ 13

⑤ 17

해설

$$\textcircled{4} \quad 0.72222\ldots = 0.7\dot{2} = \frac{72 - 7}{90} = \frac{65}{90} = \frac{13}{18}, \quad x = 13$$

7. 네 수 a, b, c, d 가 다음과 같을 때, 네 수를 작은 것부터 차례대로 나열하면?

$$a = 0.123, b = 0.12\dot{3}, c = 0.1\dot{2}\dot{3}, d = 0.\dot{1}2\dot{3}$$

① $a < b < c < d$

② $d < c < b < a$

③ $a < d < c < b$

④ $b < c < d < a$

⑤ $a < c < d < b$

해설

$$a . 0.123$$

$$b . 0.123333\cdots$$

$$c . 0.12323\cdots$$

$$d . 0.123123\cdots$$

이므로 $a < d < c < b$ 이다.

8. 기약분수 A 를 순환소수로 나타내는데, 선우는 분자를 잘못 보아서 답이 $0.\dot{1}7$ 이 되었고, 지민이는 분모를 잘못 보아서 답이 $0.\dot{7}$ 이 되었다. 이 때, 기약분수 A 를 구하면?

① $\frac{7}{90}$

② $\frac{11}{90}$

③ $\frac{17}{90}$

④ $\frac{7}{99}$

⑤ $\frac{17}{99}$

해설

선우 : $0.\dot{1}7 = \frac{17}{99}$,

지민 : $0.\dot{7} = \frac{7}{9}$

따라서 처음의 기약분수는

$$\frac{(\text{지민이가 본 분자})}{(\text{선우가 본 분모})} = \frac{7}{99} = A \text{ 이다.}$$

9. $a^6 \div (a^{\square})^2 = a^2$ 일 때, 안에 알맞은 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$a^6 \div a^{2\square} = a^2 \text{ 이므로 } 6 - 2\square = 2$$

$$\therefore \square = 2$$

10. $\left(\frac{2x^a}{y}\right)^b = \frac{16x^4}{y^c}$ 일 때, $a + b - c$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$\frac{2^b x^{ab}}{y^b} = \frac{2^4 x^4}{y^c}$$

$$b = 4, c = 4$$

$$x^{4a} = x^4, a = 1$$

$$\therefore a + b - c = 1 + 4 - 4 = 1$$

11. $5^{12} = A$ 일 때, 다음 중 $5^{13} - 5^{11}$ 와 같은 것은?

① $\frac{1}{5}A$

② $\frac{4}{5}A$

③ $\frac{24}{5}A$

④ $\frac{26}{5}A$

⑤ $\frac{32}{5}A$

해설

$$\begin{aligned} 5^{13} - 5^{11} &= 5 \times 5^{12} - \frac{1}{5} \times 5^{12} \\ &= \left(5 - \frac{1}{5}\right) \times 5^{12} \\ &= \frac{24}{5}A \end{aligned}$$

12. $a \neq 0, b \neq 0$ 이고 x, y 가 자연수일 때, $a^{(x-1)}b^{(1-x)} \div b^{(x-1)}a^{(1-x)}$ 을 간단히 하면? (단, $x > y$)

① 2

② $\frac{a}{b}$

③ $\left(\frac{a}{b}\right)^{2x-2}$

④ $\frac{b^{2x}}{a^2}$

⑤ $\left(\frac{b}{a}\right)^{2x+2}$

해설

$$\begin{aligned} a^{(x-1)}b^{(1-x)} \div b^{(x-1)}a^{(1-x)} &= a^{2x-2}b^{2-2x} \\ &= \frac{a^{2x-2}}{b^{2x-2}} \\ &= \left(\frac{a}{b}\right)^{2x-2} \end{aligned}$$

13. 상수 A, B, C 에 대하여 $-(2x^2 + 7x) + (x^2 + 9x - 4) = Ax^2 + Bx + C$ 일 때, $A + B + C$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$$\begin{aligned} & -(2x^2 + 7x) + (x^2 + 9x - 4) \\ &= -2x^2 - 7x + x^2 + 9x - 4 \\ &= -x^2 + 2x - 4 \end{aligned}$$

즉, $Ax^2 + Bx + C = -x^2 + 2x - 4$ 이다.

따라서 $A = -1, B = 2, C = -4$ 이므로

$$A + B + C = (-1) + 2 + (-4) = -3$$

14. 어떤 다항식 A 에서 $-x^2 - 2x + 4$ 를 빼어야 할 것을 잘못하여 더하였더니 $4x^2 + x - 3$ 이 되었다. 이 때, 어떤 다항식 A 는?

① $2x^2 + x - 1$

② $3x^2 - x + 1$

③ $4x^2 + x - 3$

④ $5x^2 + 3x - 7$

⑤ $6x^2 + 5x - 11$

해설

$$\begin{aligned} A &= (4x^2 + x - 3) - (-x^2 - 2x + 4) \\ &= 4x^2 + x - 3 + x^2 + 2x - 4 \\ &= 5x^2 + 3x - 7 \end{aligned}$$

15. $(4a^2b - 8ab + 2b) \div (-2b) + (a^2x - ax) \div \frac{1}{3}x$ 를 간단히 하면?

① $a^2 + a - 1$

② $a^2 - a + 1$

③ $a^2 - a - 1$

④ $a^2 + a - 3$

⑤ $a^2 + a + 1$

해설

$$\begin{aligned} & (4a^2b - 8ab + 2b) \div (-2b) + (a^2x - ax) \div \frac{1}{3}x \\ &= (4a^2b - 8ab + 2b) \times \left(-\frac{1}{2b}\right) + (a^2x - ax) \times \frac{3}{x} \\ &= \frac{4a^2 \cancel{b}}{-2 \cancel{b}} + \frac{-8a \cancel{b}}{-2 \cancel{b}} + \frac{2 \cancel{b}}{-2 \cancel{b}} + a^2 \cancel{x} \times \frac{3}{\cancel{x}} - a \cancel{x} \times \frac{3}{\cancel{x}} \\ &= -2a^2 + 4a - 1 + 3a^2 - 3a \\ &= (-2 + 3)a^2 + (4 - 3)a - 1 \\ &= a^2 + a - 1 \end{aligned}$$

16. $a = 2x - 3$ 일 때, 다음 식을 x 에 관한 식으로 나타내면?

$$(2a - 3)x^2 - ax + a + 3$$

① $-4x^3 + 11x^2 + 5x$

② $-4x^3 - 11x^2 - 5x$

③ $-4x^3 - 11x^2 + 5x$

④ $4x^3 - 11x^2 - 5x$

⑤ $4x^3 - 11x^2 + 5x$

해설

$a = 2x - 3$ 을 주어진 식에 대입하면

$$(2a - 3)x^2 - ax + a + 3$$

$$= \{2(2x - 3) - 3\}x^2 - (2x - 3)x + (2x - 3) + 3$$

$$= (4x - 9)x^2 - (2x - 3)x + 2x - 3 + 3$$

$$= 4x^3 - 9x^2 - 2x^2 + 3x + 2x$$

$$= 4x^3 - 11x^2 + 5x$$

17. $a < b$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

① $-2a + 5 \geq -2b + 5$

② $10 - a > 10 - b$

③ $\frac{a-1}{4} > \frac{b-1}{4}$

④ $-\frac{a}{2} < -\frac{b}{2}$

⑤ $2a - 1 > 2b - 1$

해설

양변에 음수를 곱하면 부등호의 방향이 바뀐다.

② $a < b \rightarrow -a > -b \therefore 10 - a > 10 - b$

18. $1 \leq x \leq 2$, $-3 \leq y \leq 0$ 일 때, $2x - 3y$ 의 최댓값과 최솟값의 합은?

① -12

② -11

③ 11

④ 13

⑤ 15

해설

$1 \leq x \leq 2$ 의 각 변에 2 를 곱하면 $2 \leq 2x \leq 4$

$-3 \leq y \leq 0$ 의 각 변에 -3 을 곱하면 $0 \leq -3y \leq 9$

$2x - 3y$ 는 $2 \leq 2x - 3y \leq 13$,

따라서 최솟값은 2 , 최댓값은 13 이므로 합은 15 이다.

19. 부등식 $-3(x + 2) - 1 > 2(x - 12) - 3$ 을 풀었을 때 부등식의 해에 포함되는 자연수의 합을 구하면?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

$$-3(x + 2) - 1 > 2(x - 12) - 3$$

$$-3x - 6 - 1 > 2x - 24 - 3$$

$$-3x - 2x > -24 - 3 + 6 + 1$$

$$-5x > -20$$

$$x < 4$$

이므로 부등식을 만족하는 자연수는 1, 2, 3 이다.

$$\therefore \text{자연수의 합} = 1 + 2 + 3 = 6$$

20. 부등식 $0.18(x+3) - \frac{x+1}{4} \geq 0.05x$ 를 만족하는 x 중에서 절댓값이 3 이하인 정수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 6 개

해설

주어진 부등식의 양변에 100 을 곱하면

$$18(x+3) - 25(x+1) \geq 5x$$

$$-12x \geq -29$$

$$\therefore x \leq \frac{29}{12}$$

절댓값이 3 이하인 정수 x 는 $-3, -2, -1, 0, 1, 2$ 의 6 개 이다.

21. 0이 아닌 세 실수 a, b, c 사이에 $ab > 0, bc < 0, b > c$ 인 관계가 있을 때, $-\frac{1}{2}(c-b-a)x < 2(a+b-c)$ 를 풀어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x < 4$

해설

$ab > 0$ 이므로 a 와 b 의 부호는 같다.

$bc < 0$ 이므로 b 와 c 의 부호는 서로 반대이다. $b > c$ 이므로 b 가 양수이고 c 가 음수가 되어야 한다.

a 와 b 의 부호는 같다고 했으므로 a 의 부호도 양수이다. $a > 0, b > 0, c < 0$

그러므로 $a + b - c > 0$ 임을 알수있다.

$$-\frac{1}{2}(c-b-a)x < 2(a+b-c)$$

$$(c-b-a)x > -4(a+b-c)$$

$$-(a+b-c)x > -4(a+b-c)$$

$$x < \frac{-4(a+b-c)}{-(a+b-c)} = 4$$

22. 어느 전시회에서 20 명 이상의 단체는 10% 를, 40 명 이상의 단체는 20% 를 입장료에서 할인하여 준다고 한다, 20 명이상 40 명 미만인 단체는 몇 명 이상이면 40 명의 입장권을 사는 것이 유리한지 구하여라.



답 :

명이상



정답 : 36 명이상

해설

입장객 수를 x 라 하고, 1 인당 요금을 a 원이라 할 때, $a \times 0.8 \times 40 < a \times 0.9 \times x$

$$x > \frac{320}{9} = 35\frac{5}{9}$$

$\therefore$ 36 명 이상

23. 검은색 공이 50 개, 흰색 공이 40 개 든 통이 있다. 한 번에 검은색 공은 4 개씩, 흰색 공은 3 개씩 동시에 꺼낼 때, 남아 있는 흰 공의 개수가 검은 공의 개수보다 많아지는 것은 몇 번째부터 인지 구하여라.



답 :

번째



정답 : 11 번째

해설

x 번 꺼냈다고 하면

4 개씩 꺼낸 후 검은 바둑돌의 개수 : $50 - 4x$

3 개씩 꺼낸 후 흰 바둑돌의 개수 : $40 - 3x$

$$50 - 4x < 40 - 3x$$

$$10 < x$$

$\therefore$ 11 번째부터

24. 오후 4시에 출발하는 기차를 타기 위해 오후 2시에 역에 도착하였다. 출발 시각까지 남은 시간을 이용하여 선물을 사려고 하는데 선물을 고르는데 1시간 걸린다고 하면, 시속 4km로 걸어서 갔다가 올 때 역에서 몇 km 이내에 있는 상점을 이용해야 하는가?

- ① $\frac{2}{3}$ km ② 1km ③ $\frac{4}{3}$ km ④ $\frac{5}{3}$ km ⑤ 2km

해설

상점까지 거리를 x 라 하면

$$\frac{x}{4} + 1 + \frac{x}{4} \leq 2$$

$$\therefore x \leq 2 \text{ (km)}$$

25. 분수 $\frac{21}{2^3 \times x \times 5}$ 을 소수로 나타내면 순환소수가 된다고 한다.
2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 중 x 가 될 수 있는 것을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

x 가 2, 4, 8, 5 이면 유한소수

x 가 3이면 $\frac{7}{2^3 \times 5}$, 7 이면 $\frac{3}{2^3 \times 5}$ 가 되어 유한소수

x 가 6 이면 $\frac{3 \times 7}{2^3 \times 2 \times 3 \times 5} = \frac{7}{2^3 \times 2 \times 5}$ 로 유한소수

순환소수가 되려면 $x = 9$

26. 다음 식을 만족하는 x 의 값을 구하면?

$$\frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{x}}} = 0.\dot{1}$$

① $0.\dot{5}$

② $0.\dot{6}$

③ $0.\dot{7}$

④ $0.\dot{8}$

⑤ $0.\dot{9}$

해설

$$\begin{aligned}\frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{x}}} &= \frac{1}{1 - \frac{1}{\frac{x-1}{x}}} \\&= \frac{1}{1 - \frac{x}{x-1}} \\&= \frac{1}{\frac{x-1}{x-1} - \frac{x}{x-1}} \\&= \frac{1}{\frac{-1}{x-1}} = -x + 1\end{aligned}$$

$$-x + 1 = 0.\dot{1}$$

$$\therefore x = 1 - 0.\dot{1}$$

$$= 1 - \frac{1}{9}$$

$$= \frac{8}{9}$$

$$= 0.\dot{8}$$

27. 순환소수 $0.7\dot{3}$ 에 어떤 자연수를 곱하면 그 결과가 자연수가 된다. 이를 만족하는 두 자리의 자연수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 6 개

해설

$0.7\dot{3} = \frac{73 - 7}{90} = \frac{11}{15}$ 이므로 어떤 자연수는 15의 배수이어야 한다.

두 자리의 자연수 중 15의 배수는 15, 30, ..., 90의 6개이다.