

1. 이차방정식 $3x^2 + 3x - 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 에서 두 근을 α, β 라고 할 때,

두 근의 합은 $-\frac{b}{a}$, 두 근의 곱은 $\frac{c}{a}$ 이므로

$\alpha + \beta = -1, \alpha\beta = -\frac{1}{3}$ 이다.

$$\therefore \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = \frac{-1}{-\frac{1}{3}} = 3$$

2. 이차방정식 $5x^2 - 2x - 3 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha + \beta - \alpha\beta$ 의 값으로 알맞은 것을 고르면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\alpha + \beta = \frac{2}{5}, \alpha\beta = -\frac{3}{5} \text{ 이므로}$$

$$(\text{준식}) = \frac{2}{5} - \left(-\frac{3}{5}\right) = 1$$

3. 두 수 $3, -4$ 를 두 근으로 하며 x^2 의 계수가 4 인 이차방정식을 구하면?

① $4x^2 + 4x - 40 = 0$

② $4x^2 + 4x - 44 = 0$

③ $4x^2 + 4x - 48 = 0$

④ $4x^2 + 4x - 52 = 0$

⑤ $4x^2 + 4x - 56 = 0$

해설

두 근이 $3, -4$ 이고, x^2 의 계수가 4 이므로

$$4(x-3)(x+4) = 0$$

$$4(x^2 + x - 12) = 0$$

$$\therefore 4x^2 + 4x - 48 = 0$$

4. 다음 이차방정식의 두 근의 합은?

$$2x^2 - 5x - 3 = 0$$

- ① $\frac{3}{2}$ ② $\frac{5}{2}$ ③ $-\frac{5}{2}$ ④ $-\frac{7}{2}$ ⑤ $-\frac{3}{2}$

해설

$ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha + \beta = -\frac{b}{a}, \alpha\beta = \frac{c}{a}$

이를 이용하면 (두 근의 합) $= -\frac{(-5)}{2} = \frac{5}{2}$ 이다.

5. 이차방정식 $2x^2+8x+3=0$ 의 두 근을 k, m 이라 할 때, $2(k^2+km+m^2)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 29

해설

$$\begin{aligned} k+m &= -4, \quad km = \frac{3}{2} \\ 2(k^2+km+m^2) &= 2\{(k+m)^2-km\} \\ &= 2\left\{(-4)^2-\frac{3}{2}\right\} \\ &= 29 \end{aligned}$$

6. $x^2 - 2x - 2 = 0$ 의 두 근의 곱이 방정식 $x^2 - x + k = 0$ 의 근일 때, 상수 k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

$x^2 - 2x - 2 = 0$ 의 (두 근의 곱) $= -2$

$x^2 - x + k = 0$ 에 $x = -2$ 를 대입하면 $k = -6$ 이다.

7. 이차방정식 $x^2 + (m+1)x + 20 = 0$ 의 한 근이 다른 근 보다 1 클 때, 이것을 만족하는 m 의 값들의 합을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ -1 ⑤ -2

해설

한 근을 a , 다른 한 근은 $a+1$ 이라 하면

근과 계수와의 관계에 의해

두 근의 합 $a + (a+1) = -(m+1) \cdots \textcircled{1}$

두 근의 곱 $a(a+1) = 20 \cdots \textcircled{2}$

$\textcircled{2}$ 를 풀면 $a = 4, -5$

$a = 4, -5$ 를 각각 $\textcircled{1}$ 에 대입하면

$a = 4$ 일 때, $m = -10$

$a = -5$ 일 때, $m = 8$

$\therefore (-10) + 8 = -2$

8. 지면으로부터 초속 20m 의 속력으로 쏘아올린 물로켓의 t 초 후의 높이는 $(20t - 5t^2)$ m 이다. 물로켓의 높이가 처음으로 15m 가 되는 것은 물로켓을 쏘아올린 지 몇 초 후인지 구하여라.

▶ 답: 초 후

▶ 정답 : 1 초 후

해설

$20t - 5t^2 = 15$ 에서

$$5t^2 - 20t + 15 = 0$$

$$(t-1)(t-3) = 0$$

$$(t-1)(t-3) = 0$$

따라서 $t = 1, 3$ (초)이다.

처음으로 15m 가 되는 것은 쏘아올린 지 1 초 후이다.

9. 이차방정식 $3x^2 + 7x - 6 = 0$ 의 두 근을 p, q 라 할 때, $p^2 + pq + q^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{67}{9}$

해설

$3x^2 + 7x - 6 = 0$ 의 두 근이 p, q 라면

$$p + q = -\frac{7}{3}, pq = -2$$

$$\begin{aligned}\therefore p^2 + pq + q^2 &= (p + q)^2 - pq \\ &= \left(-\frac{7}{3}\right)^2 + 2 \\ &= \frac{49}{9} + 2 = \frac{67}{9}\end{aligned}$$

10. 야구 선수가 35m 높이의 야구장 꼭대기에서 공을 던져 올리는데 던져 올린 공의 t 초 후의 높이가 $(35 + 20t - 3t^2)$ m 라고 할 때, 공을 던져 올린 후 공의 높이가 60m 가 될 때는 쏘아 올린지 5 초, $\frac{m}{n}$ 초이다. $m + n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$35 + 20t - 3t^2 = 60$$

$$3t^2 - 20t + 25 = 0$$

$$(3t - 5)(t - 5) = 0$$

$$\therefore t = 5, \frac{5}{3}$$

따라서 $m + n = 8$ 이다.

11. 지면으로부터 초속 50m 로 쏘아올린 물체의 t 초 후의 높이를 h m라 하면, $h = 50t - 5t^2$ 인 관계가 성립한다. 이 물체가 지면에 떨어지는 데 몇 초 걸리는지 구하여라.

▶ 답 : 초

▶ 정답 : 10초

해설

지면에 떨어질 때는 $h = 0$

$$50t - 5t^2 = 0$$

$$t^2 - 10t = 0$$

$$t = 10 (\because t > 0)$$

12. 지면에서 초속 45m로 똑바로 던져 올린 물체의 x 초 후의 높이는 $(45x - 5x^2)$ m라고 한다. 이 물체가 땅에 떨어지는 것은 몇 초 후인지 구하여라.

▶ 답: 초

▷ 정답: 9초

해설

물체가 땅에 떨어질 때, 높이는 0이다.

$$0 = 45x - 5x^2$$

$$x^2 - 9x = 0$$

$$x(x - 9) = 0$$

$$x = 0 \text{ 또는 } 9$$

$$x > 0 \text{ 이므로 } x = 9$$

13. 이차방정식 $x^2 - ax + b = 0$ 을 철수는 상수항을 잘못보고 풀어서 근이 $-3, 7$ 이 나왔고, 영희는 일차항의 계수를 잘못 보고 풀어서 근이 $2, -6$ 이 나왔다. 올바른 이차방정식의 근을 구했을 때 두 근의 곱은?

- ① 4
- ② 8
- ③ -8
- ④ 12
- ⑤ -12

해설

철수는 상수항을 잘못 보았으므로 근과 계수와의 관계에서 $a = -3 + 7 = 4$
영희는 일차항의 계수를 잘못 보았으므로 $b = 2 \times (-6) = -12$
따라서 $x^2 - 4x - 12 = 0, (x + 2)(x - 6) = 0, x = -2$ 또는 $x = 6$
 $\therefore$ 두 근의 곱은 -12

해설

철수는 상수항을 잘못 보았으므로 $(x + 3)(x - 7) = 0, x^2 - 4x - 21 = 0$ 에서 일차항의 계수는 -4
영희는 일차항의 계수를 잘못보았으므로 $(x - 2)(x + 6) = 0, x^2 + 4x - 12 = 0$ 에서 상수항은 -12
따라서 올바른 방정식은 $x^2 - 4x - 12 = 0 (x - 6)(x + 2) = 0, x = 6, -2$
 $\therefore$ 두 근의 곱은 -12

14. 배가 강을 따라 내려올 때는 거슬러 오를 때보다 시속 2km 더 빠르다. 강의 상류에서 하류까지 12km 를 왕복하는 데 5 시간 걸린다면 12km 를 내려가는 데 걸리는 시간은 몇 시간인가?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

배가 강을 따라 거슬러 오를 때의 속력을 x km/h 라고 하면

$$\frac{12}{x} + \frac{12}{x+2} = 5$$

$$12(x+2) + 12x = 5x(x+2)$$

$$5x^2 - 14x - 24 = 0$$

$$(x-4)(5x+6) = 0$$

x 는 올라가는 속력이므로 양수이다.

따라서 $x = 4$ 이다.

$$\therefore \frac{12}{6} = 2(\text{시간})$$

15. 어느 반 학생들에게 공책 144 권을 똑같이 나누어 주려고 한다. 한 사람에게 돌아가는 공책의 수가 전체 학생 수보다 7 이 적다고 할 때, 한 명에게 돌아가는 공책의 수는?

① 6 권 ② 9 권 ③ 12 권 ④ 16 권 ⑤ 24 권

해설

한 명에게 돌아가는 공책의 수를 x 권, 전체 학생 수를 $(x + 7)$ 명이라 하면,

$$x(x + 7) = 144$$

$$x^2 + 7x - 144 = 0$$

$$(x + 16)(x - 9) = 0$$

$$\therefore x = 9 \quad (\because x > 0)$$