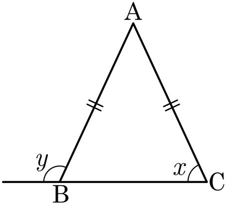
1. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$일 때, $\angle x + \angle y$의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ______ °

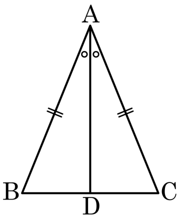
▷ 정답 : 180 °

해설

$\triangle ABC$는 $\overline{AB} = \overline{AC}$인 이등변삼각형이므로 $\angle ABC = \angle C = \angle x$

$\therefore \angle x + \angle y = 180°$

2. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$인 이등변삼각형 ABC에서 $\angle BAD = \angle CAD$일 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\overline{AD} = \overline{BC}$ ② $\angle ADB = \angle ADC$

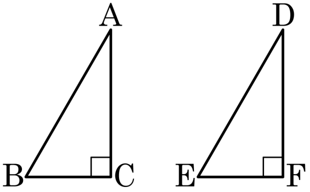
③ $\angle ADB = 90°$ ④ $\triangle ADB \equiv \triangle ADC$

⑤ $\angle B = \angle C$

해설

① $\overline{AD} \perp \overline{BC}$

3. 다음 그림의 두 직각삼각형이 서로 합동이 되는 조건이 아닌 것은?

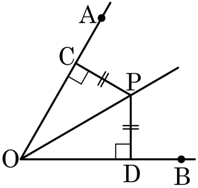


① $\overline{BC}=\overline{EF}$, $\overline{AC}=\overline{DF}$
② $\overline{AB}=\overline{DE}$, $\overline{AC}=\overline{DF}$
③ $\overline{AB}=\overline{DE}$, $\angle A=\angle D$
④ $\angle B=\angle E$, $\angle A=\angle D$
⑤ $\angle B=\angle E$, $\overline{AC}=\overline{DF}$

해설

④ 세 각이 같다는 것만으로 합동이라고 할 수 없다.
① SAS 합동
② RHS 합동
③ RHA 합동
⑤ ASA 합동

4. $\angle AOB$ 의 내부에 한 점 P 에서 두 변 OA, OB 에 내린 수선의 발을 각각 C, D 라고 할 때, $\overline{PC} = \overline{PD}$ 이면 $\triangle COP \equiv \triangle DOP$ 임을 증명하기 위해서 이용한 합동조건은?



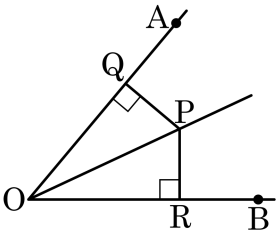
① SSS 합동 ② SAS 합동 ③ ASA 합동

④ RHA 합동 ⑤ RHS 합동

해설

$\angle PCO = \angle PDO = 90°$, $\overline{OP}$(공통), $\overline{CP} = \overline{PD}$ 이므로 $\triangle COP \equiv \triangle DOP$는 RHS 합동이다.

5. 다음 그림과 같이 $\angle AOB$ 의 내부의 한 점 P 에서 각 변에 수선을 그어 그 교점을 Q, R 이라 하자. $\overline{PQ} = \overline{PR}$ 이라면, $\overline{OP}$ 는 $\angle AOB$ 의 이등분선임을 증명하는 과정에서 $\triangle QOP \equiv \triangle ROP$ 임을 보이게 된다. 이 때 사용되는 삼각형의 합동 조건은?



① 두 변과 그 사이 끼인각이 같다.

② 한 변과 그 양 끝 각이 같다.

③ 세 변의 길이가 같다.

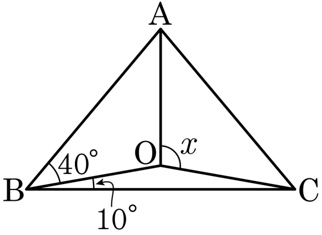
④ 직각삼각형의 빗변과 한 변의 길이가 각각 같다.

⑤ 직각삼각형의 빗변과 한 예각의 크기가 각각 같다.

해설

$\overline{OP}$ 는 공통이고 $\overline{PQ} = \overline{PR}$ 이므로, 빗변과 다른 한 변의 길이가 같은 RHS 합동이다.

6. 다음 그림에서 점 O가 삼각형 ABC의 외심일 때, $\angle x$의 크기를 구하여라.



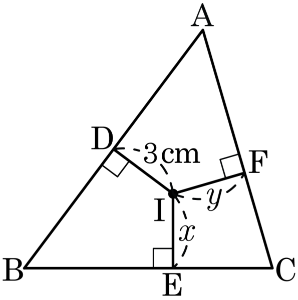
▶ 답 : __________ °

▷ 정답 : 100°

해설

$\angle x = 50° \times 2 = 100°$

7. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\overline{ID} = 3\text{cm}$ 일 때, $x + y$ 의 길이는?



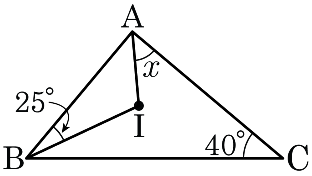
① 4cm ② 5cm ③ 6cm ④ 7cm ⑤ 8cm

해설

삼각형의 내심에서 세 변에 이르는 거리는 같으므로 $x = y = 3(\text{cm})$ 이다.

$\therefore \ x + y = 6(\text{cm})$

8. 다음 그림에서 점 I가 $\triangle ABC$의 내심일 때, $\angle IBA = 25°$, $\angle BCA = 40°$이다. $\angle x$의 크기를 구하여라.



▶ **답 :** ____°

▷ **정답 :** 45°

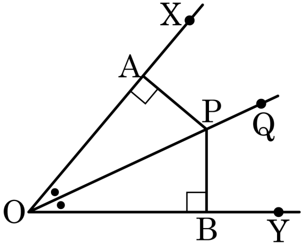
해설

$\angle B = 2 \times 25° = 50°$

$\angle A = 180° - (40° + 50°) = 90°$

$\therefore \angle x = \angle IAC = \frac{1}{2} \times 90° = 45°$

9. 다음은 $\angle$XOY 의 이등분선 위의 한 점 P 라 하고 점 P 에서 $\overline{OX}, \overline{OY}$ 에 내린 수선의 발을 각각 A, B 라고 할 때, $\triangle AOP \equiv \triangle BOP$ 임을 나타내기 위해서 이용한 합동조건은?



① SSS 합동 ② SAS 합동 ③ AAA 합동

④ RHA 합동 ⑤ RHS 합동

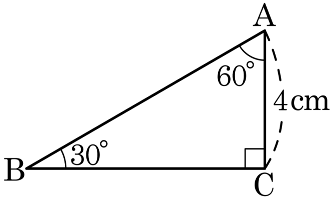
해설

$\angle AOP = \angle BOP$, $\overline{OP}$ (공통), $\angle OAP = \angle OBP = 90^\circ$ 이므로

$\triangle AOP \equiv \triangle BOP$

$\therefore$ RHA 합동

10. 다음 직각삼각형 ABC에서 $\overline{AB}$의 길이를 구하여라.

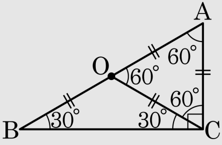


▶ 답 : cm

▷ 정답 : 8 cm

해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중점에 위치하므로 외심을 $\overline{AB}$의 중점 O라 하면

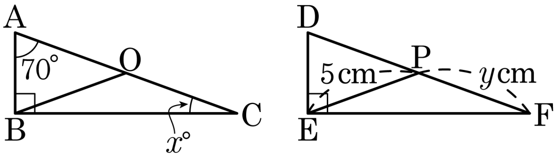


$\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$,

$\angle AOC = \angle OCA = \angle A = 60°$

$\therefore \overline{AB} = \overline{OA} + \overline{OB} = 8(\mathrm{cm})$

11. 다음은 두 직각삼각형을 나타낸 그림이다. 점 O, P 는 각각 삼각형의 빗변의 중심에 위치한다고 할 때, $x+y$ 의 값을 구하여라.



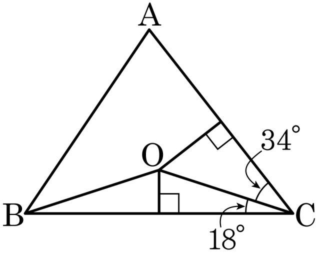
▶ 답 :

▷ 정답 : 25

해설

i) 점 O 가 $\triangle$ABC 의 빗변의 중심에 있으므로 $\triangle$ABC 의 외심이다.
따라서 $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$
$\triangle$AOB 는 이등변삼각형 $(\because \overline{OA} = \overline{OB})$
$\therefore \angle OAB = \angle OBA = 70°$
삼각형 내각의 크기의 합은 180° 이므로 $\angle AOB = 40°$ 이다.
$\triangle$OBC 는 이등변삼각형이므로 $(\because \overline{OB} = \overline{OC})$
$\angle OBC = \angle OCB$
$\angle BOC = 180° - \angle AOB = 180° - 40° = 140°$
$\therefore \angle OCB = (180° - 140°) \div 2 = 20°$
$x = 20$
ii) 점 P 가 $\triangle$DEF 의 빗변의 중심에 있으므로 $\triangle$DEF 의 외심이다.
따라서 $\overline{PD} = \overline{PE} = \overline{PF} = 5\text{cm}$
$\therefore y = 5$
i), ii) 에서 $x+y = 25$ 이다.

12. 다음 그림의 ABC 에서 점 O 는 외심이다. $\angle OCA = 34°$, $\angle OCB = 18°$ 일 때, $\angle OBA$ 의 크기는?



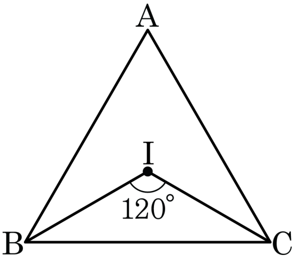
① 18° ② 34° ③ 36° ④ 38° ⑤ 52°

해설

$\angle OBA + \angle OCB + \angle OCA = 90°$

$\angle OBA = 90° - \angle OCB - \angle OCA = 38°$

13. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\angle BIC = 120°$ 일 때, $\angle BAC$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad}$ °

▷ 정답 : 60°

해설

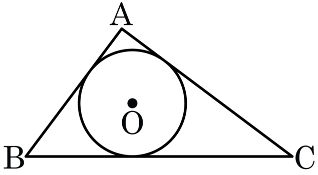
$$\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle BAC$$

$$120° = 90° + \frac{1}{2}\angle BAC$$

$$\frac{1}{2}\angle BAC = 30°$$

$$\therefore \ \angle BAC = 60°$$

14. 다음 그림과 같이 △ABC 에서 점 O 는 내심이다. 내접원의 반지름이 3 cm 이고, △ABC 의 넓이가 36 cm^2 일 때, △ABC 의 둘레의 길이를 구하여라



① 9 cm ② 12 cm ③ 18 cm ④ 21 cm ⑤ 24 cm

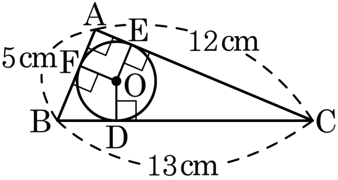
해설

삼각형 세변의 길이를 각각 a, b, c 라 하면

$$\triangle ABC = \triangle OBC + \triangle OAC + \triangle OAB$$
$$= \frac{1}{2} \times 3 \times a + \frac{1}{2} \times 3 \times b + \frac{1}{2} \times 3 \times c$$
$$= \frac{1}{2} \times 3 \times (a+b+c) = 36$$

따라서 △ABC 의 둘레의 길이는 24 cm

15. $\triangle$ABC 에서 점 O 는 내접원의 중심이고 각 변의 길이가 다음과 같이 주어져있다. 이때, 내접원의 반지름의 길이는?



① 0.5 cm ② 1 cm ③ 2 cm

④ 2.5 cm ⑤ 3 cm

해설

$\triangle$ABC 에서 내접원의 반지름을 r ,각 변의 길이를 a, b, c 라 하면 $\triangle$ABC 의 넓이는

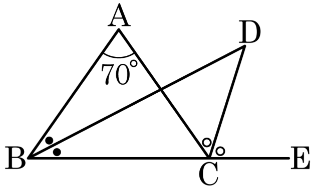
$\triangle\mathrm{ABC} = \frac{1}{2}r(a+b+c)$

이때, $\triangle\mathrm{ABC} = \frac{1}{2} \times 5 \times 12 = 30$ 이므로 $\frac{1}{2}r(a+b+c) = 30$,

$\frac{1}{2}r(5+12+13) = 30$

따라서 $r = 2\,\mathrm{cm}$

16. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 $\triangle ABC$ 에서 $\angle C$ 의 외각의 이등분선과 $\angle B$ 의 이등분선의 교점을 D 라고 하자. $\angle A = 70°$ 일 때, $\angle BDC$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $35°$

해설

$\triangle ABC$ 가 이등변삼각형이므로

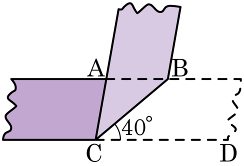
$\angle ABC = \angle ACB = \frac{1}{2}(180° - 70°) = 55°$

$$\begin{aligned}\angle ACD &= \frac{1}{2}(\angle A + \angle ABC) \\ &= \frac{1}{2}(70° + 55°) \\ &= 62.5°\end{aligned}$$

$\angle DBC = \frac{1}{2}(\angle ABC) = \frac{1}{2} \times 55° = 27.5°$

$$\begin{aligned}\therefore \angle BDC &= 180° - (27.5° + 55° + 62.5°) \\ &= 180° - 145° \\ &= 35°\end{aligned}$$

17. 직사각형 모양의 종이를 다음 그림과 같이 접었을 때, $\angle BCD = 40°$ 이다. 이때, $\angle BAC$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\quad °}$

▷ 정답 : $\underline{100°}$

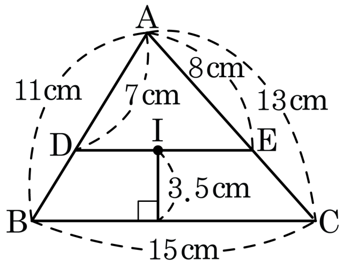
해설

$\angle BCD = \angle BCA = 40°$

$\angle BCD = \angle ABC = 40°$ (엇각)

$\angle BAC = 180° - 80° = 100°$

18. 다음 그림에서 점 I 는 삼각형 ABC 의 내심이고 $\overline{DE}//\overline{BC}$ 일 때, □DBCE 의 넓이는 얼마인가?



① $38cm^2$ ② $40cm^2$ ③ $42cm^2$

④ $44cm^2$ ⑤ $46cm^2$

해설

점 I 가 내심이고 $\overline{DE}//\overline{BC}$ 일 때,

(△ADE 의 둘레의 길이)$= \overline{AB} + \overline{AC}$

따라서 (△ADE 의 둘레의 길이) $= \overline{AB}+\overline{AC} = 11+13 = 24(cm)$ 이다.

$\overline{AD} + \overline{AE} = 7 + 8 = 15(cm)$ 이므로 $\overline{DE} = 24 - 15 = 9(cm)$ 이다.

따라서 사다리꼴 DBCE 의 넓이는

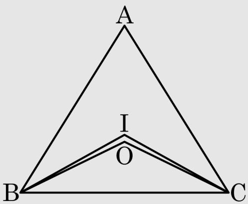
$(9 + 15) \times 3.5 \times \frac{1}{2} = 84 \times \frac{1}{2} = 42(cm^2)$ 이다.

19. $\angle B = \angle C$ 인 이등변삼각형 ABC 의 외심 O, 내심 I 에 대하여 $\angle BOC = 128°$ 일 때, $\angle OBI$ 의 크기를 구하여라.

▶ 답 : ___°

▷ 정답 : 3°

해설



$\angle A = \frac{1}{2}\angle BOC = \frac{1}{2} \times 128° = 64$

$\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle A = 90° + \frac{1}{2} \times 64° = 122°$

$$\begin{aligned}\angle ABC &= \frac{1}{2} \times (180° - \angle A) \\ &= \frac{1}{2}(180° - 64°) \\ &= 58°\end{aligned}$$

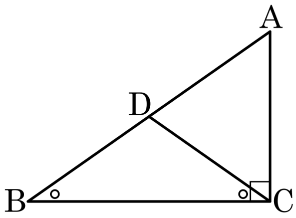
또 점 O, I 는 꼭지각의 이등분선 위의 점이므로 $\triangle OBC$, $\triangle IBC$ 는 이등변삼각형이다.

$$\begin{aligned}\angle OBC &= \angle OCB \\ &= \frac{1}{2} \times (180° - 128°) \\ &= 26° \cdots ㉠\end{aligned}$$

$\angle IBC = \angle ICB = \frac{1}{2} \times (180° - 122°) = 29° \cdots ㉡$

따라서 $\angle OBI = \angle IBC - \angle OBC = 29° - 26° = 3°$ 이다.

20. 다음은 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AB}$ 위의 $\angle B = \angle BCD$ 가 되도록 점 D 를 잡으면 $\overline{AD} = \overline{BD} = \overline{CD}$ 임을 증명하는 과정이다. 빈칸에 알맞은 것을 순서대로 써 넣은 것은?



> $\angle B = \angle BCD$ 이므로 $\triangle BCD$ 는 $\boxed{\quad}$이다.
> 따라서 $\overline{BD} = \boxed{\quad}$ 이다.
> 삼각형 ABC 에서 $\angle A + \angle B + 90° = 180°$ 이므로
> $\angle A = 90° - \angle B$ 이다.
> $\angle ACD + \boxed{\quad} = \angle ABC$ 에서 $\angle ACB$ 가 $90°$ 이므로
> $\angle ACD = 90° - \angle BCD$ 이다.
> 그런데 $\angle B = \angle BCD$ 이므로 $\angle A = \boxed{\quad}$ 이다.
> 따라서 $\triangle ACD$ 는 이등변삼각형이므로 $\overline{AD} = \overline{CD}$ 이다.
> $\therefore \overline{BD} = \boxed{\quad} = \overline{AD}$ 이다.

① 이등변삼각형, $\overline{AD}$, $\angle BCD$, $\angle BCD$, $\overline{BC}$

② 이등변삼각형, $\overline{CD}$, $\angle BCD$, $\angle ACD$, $\overline{CD}$

③ 이등변삼각형, $\overline{AD}$, $\angle ACD$, $\angle ACD$, $\overline{AC}$

④ 직각삼각형, $\overline{CD}$, $\angle ACD$, $\angle BCD$, $\overline{AC}$

⑤ 직각삼각형, $\overline{AD}$, $\angle BCD$, $\angle ACD$, $\overline{BC}$

해설

$\angle B = \angle BCD$ 이므로 $\triangle BCD$ 는 이등변삼각형이다. 따라서 $\overline{BD} = \overline{CD}$ 이다.
삼각형 ABC 에서 $\angle A + \angle B + 90° = 180°$ 이므로 $\angle A = 90° - \angle B$ 이다.
$\angle ACD + \angle BCD = \angle ACB$ 에서 $\angle ACB$ 가 $90°$ 이므로 $\angle ACD = 90° - \angle BCD$ 이다.
그런데 $\angle B = \angle BCD$ 이므로 $\angle A = \angle ACD$ 이다. 따라서 $\triangle ACD$ 는 이등변삼각형이므로 $\overline{AD} = \overline{CD}$ 이다.
$\therefore \overline{BD} = \overline{CD} = \overline{AD}$ 이다.