

1. $3^5 + 3^5 + 3^5$ 을 3 의 거듭제곱으로 간단히 나타내면?

① 3^3

② 3^6

③ 3^9

④ 3^{12}

⑤ 3^{15}

해설

$$3^5 + 3^5 + 3^5 = 3 \times 3^5 = 3^6$$

2. $x^7 \div \square \div x = x^2$ 일 때, $\square$ 안에 알맞은 식은?

① x^3

② x^4

③ x^5

④ x^6

⑤ x^7

해설

$\square$ 를 x^a 라고 하면 $7 - a - 1 = 2$, $a = 4$ 이다.

3. 다음 중 옳은 것은?

① $5^2 \times 5^3 = 25^5$

② $(3^3)^3 = 27^9$

③ $(-2)^{10} = -2^{10}$

④ $(2x)^3 = 6x^3$

⑤ $(x^{\frac{2}{3}})^2 = x^{\frac{4}{3}}$

해설

① $5^2 \times 5^3 = 5^5$

② $(3^3)^3 = 3^9$

③ $(-2)^{10} = 2^{10}$

④ $(2x)^3 = 8x^3$

4. 다음 중 옳은 것은? (단, $x \neq 0$)

① $x^5 \div x^5 = 0$

② $x^2 \times x^3 \times x^4 = x^8$

③ $(x^3y^2)^4 = x^{12}y^6$

④ $\left(\frac{y^2}{x^4}\right)^3 = \frac{y^6}{x^{12}}$

⑤ $(x^4)^2 \times (x^3)^2 = x^{15}$

해설

① 1

② x^9

③ $x^{12}y^8$

⑤ x^{14}

5. $x^6 + x^6 + x^6 + x^6 + x^6 + x^6 + x^6 = 7^7$ 일 때, 자연수 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

좌변을 계산하면 $7x^6 = 7^7$

$$x^6 = 7^6$$

$$\therefore x = 7$$

6. $2 \times 2^3 \times 2^x = 128$ 일 때, x 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$2 \times 2^3 \times 2^x = 2^1 \times 2^3 \times 2^x = 2^{4+x}$, $128 = 2^7$ 이므로
 $4 + x = 7$ 이다. 따라서 $x = 3$ 이다.

7. 다음 결과 중 옳은 것은?

① $a^2 \times a^4 = a^8$

② $(a^2)^3 \times (b^2)^2 = a^5b^4$

③ $(a^3)^2 \times a^2 \times (b^3)^2 = a^8b^6$

④ $(a^4)^2 \times (b^3)^2 \times b^2 = a^6b^7$

⑤ $2(a^2)^5 \times a^4 \times \frac{1}{2}b^3 = a^{11}b^3$

해설

① $a^2 \times a^4 = a^6$

② $(a^2)^3 \times (b^2)^2 = a^6b^4$

③ $(a^3)^2 \times a^2 \times (b^3)^2 = a^{6+2}b^6 = a^8b^6$

④ $(a^4)^2 \times (b^3)^2 \times b^2 = a^8b^{6+2} = a^8b^8$

⑤ $2(a^2)^5 \times a^4 \times \frac{1}{2}b^3 = a^{10+4}b^3 = a^{14}b^3$

8. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ①

$a^6 \div a^3 = a^3$
- ②

$b^6 \div b^{12} = \frac{1}{b^2}$
- ③

$a^8 \div a^2 \div a^2 = a^4$
- ④

$c^9 \div c^{10} = \frac{1}{c}$
- ⑤

$y^2 \div y^3 \times y^5 = y^4$

해설

- ①

$a^6 \div a^3 = a^{6-3} = a^3$
- ②

$b^6 \div b^{12} = b^{6-12} = b^{-6} = \frac{1}{b^6}$
- ③

$a^8 \div a^2 \div a^2 = a^{8-2-2} = a^4$
- ④

$c^9 \div c^{10} = c^{9-10} = c^{-1} = \frac{1}{c}$
- ⑤

$y^2 \div y^3 \times y^5 = y^{2-3+5} = y^4$

9. $a^8 \div (a^2)^3 \div (\quad) = 1$ 에서 () 안에 알맞은 것은?

- ① a^2 ② a^4 ③ a^5 ④ a^6 ⑤ a^8

해설

()를 a^x 라고 하면

$$a^8 \div a^6 \div a^x = a^{8-6-x} = a^0$$

$$8 - 6 - x = 0 \quad \therefore x = 2$$

10. $(3x^a)^b = 81x^{12}$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

$$3^b = 81 = 3^4, b = 4$$

$$x^{ab} = x^{12}$$

$$ab = 12$$

$$a = 3$$

$$\therefore a + b = 7$$

11. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $\left(\frac{yz}{x}\right)^2 = \frac{y^2z^2}{x^2}$
③ $\left(\frac{x}{2y^2}\right)^3 = \frac{x^3}{8y^6}$
⑤ $\left(-\frac{xy}{2}\right)^4 = \frac{x^4y^4}{16}$

② $\left(-\frac{2x^2}{3}\right)^3 = -\frac{8x^2}{27}$
④ $\left(\frac{3}{x}\right)^4 = \frac{81}{x^4}$

해설

$\left(-\frac{2x^2}{3}\right)^3 = -\frac{8x^6}{27}$ 이므로 옳지 않은 것은 ②이다.

12. $2^{x+3} + 2^x = 72$ 를 만족하는 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$2^{x+3} + 2^x = 2^x \times 2^3 + 2^x = 8 \times 2^x + 2^x = 9 \times 2^x = 72$$

$$2^x = 8 = 2^3$$

$$\therefore x = 3$$

13. $a = 3^{x+1}$ 일 때, 81^x 을 a 에 관한 식으로 바르게 나타낸 것은?

- ① $\frac{a}{3}$ ② $\frac{a^2}{9}$ ③ $\frac{a^3}{27}$ ④ $\frac{a^4}{81}$ ⑤ $\frac{a^5}{243}$

해설

$$a = 3^{x+1}, a = 3 \cdot 3^x, 3^x = \frac{a}{3},$$

$$81^x = (3^4)^x = (3^x)^4 = \left(\frac{a}{3}\right)^4 = \frac{a^4}{81}$$

14. $a = 4^9$, $b = 5^{12} + 5$ 일 때, $a \times b$ 는 n 자리의 자연수이다. 이 때, n 의 값은?

① 12

② 14

③ 17

④ 18

⑤ 20

해설

$$\begin{aligned} 4^9(5^{12} + 5) &= 2^{18} \times 5^{12} + 2^{18} \times 5 \\ &= (2 \times 5)^{12} \times 2^6 + (2 \times 5) \times 2^{17} \end{aligned}$$

이 때 $(2 \times 5)^{12} \times 2^6 > (2 \times 5) \times 2^{17}$ 이므로

$(2 \times 5) \times 2^{17}$ 은 자릿수를 고려할 때 생각하지 않는다.

$$(2 \times 5)^{12} \times 2^6 = 64 \times (2 \times 5)^{12}$$

따라서 n 은 14 자리의 자연수이다.

15. 지수법칙을 이용하여 $2^7 \times 5^5$ 은 몇 자리 수인지 구하여라.

▶ 답 : 자리 수

▷ 정답 : 6자리 수

해설

$$2^7 \times 5^5 = 2^5 \cdot 2^2 \times 5^5 = (2 \times 5)^5 \times 4 = 4 \times 10^5$$

16. $125^{x+2} = \left(\frac{1}{5}\right)^{2x-11}$ 일 때, x 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned}(5^3)^{x+2} &= 5^{-2x+11} \\ 5^{3x+6} &= 5^{-2x+11}, 3x+6 = -2x+11, x = 1\end{aligned}$$

17. 다음 안에 들어갈 알맞은 수는?

$$3^{2x+3} = \text{} \times 9^x$$

- ① 3 ② 6 ③ 9 ④ 27 ⑤ 81

해설

$3^{2x+3} = 3^{2x} \times 3^3 = 9^x \times 27$
안에 들어갈 수는 27이다.

18. $(-27)^3 \div (-3)^n = 3^4$ 일 때, n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$(-3)^9 \div (-3)^n = 3^4$$

$$9 - n = 4$$

$$\therefore n = 5$$

19. $12^5 = 2^m \times 3^n$ 일 때, $m + n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$$12^5 = (2^2 \times 3)^5 = 2^{10} \times 3^5$$

$$m = 10, n = 5$$

$$\therefore m + n = 15$$

20. $\left(\frac{-5x^a}{y}\right)^b = \frac{-125x^9}{y^{3c}}$ 일 때, $a + b - c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$\left(\frac{-5x^a}{y}\right)^b = \frac{(-1)^b 5^b x^{ab}}{y^b} = \frac{-125x^9}{y^{3c}}$$

$$5^b = 125, \quad b = 3$$

$$x^{3a} = x^9, \quad a = 3$$

$$b = 3c = 3, \quad c = 1$$

$$\therefore a + b - c = 3 + 3 - 1 = 5$$

21. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① $(ab)^2 \times ab = a^3b^3$
② $(a^3b)^2 \times \frac{a^2}{b^4} = \frac{a^8}{b^2}$
③ $(-2a)^2 \times (2b)^2 \div \frac{1}{a^2} = 16b^2$
④ $\left(\frac{a}{2}\right)^2 \times \left(\frac{ab}{2}\right)^3 = \frac{a^5b^3}{32}$
⑤ $\left(\frac{a}{4}\right)^2 \div \left(\frac{1}{b}\right)^2 \times (a^2b)^2 = \frac{a^6b^4}{16}$

해설

- ① $(ab)^2 \times ab = a^2b^2 \times ab = a^{2+1}b^{2+1} = a^3b^3$
② $(a^3b)^2 \times \frac{a^2}{b^4} = a^6b^2 \times \frac{a^2}{b^4} = \frac{a^{6+2}}{b^{4-2}} = \frac{a^8}{b^2}$
③ $(-2a)^2 \times (2b)^2 \div \frac{1}{a^2} = 4a^2 \times 4b^2 \times a^2 = 16a^4b^2$
④ $\left(\frac{a}{2}\right)^2 \times \left(\frac{ab}{2}\right)^3 = \frac{a^2}{4} \times \frac{a^3b^3}{8} = \frac{a^5b^3}{32}$
⑤ $\left(\frac{a}{4}\right)^2 \div \left(\frac{1}{b}\right)^2 \times (a^2b)^2 = \frac{a^2}{16} \times b^2 \times a^4b^2 = \frac{a^6b^4}{16}$

22. $3^{2x}(9^x + 9^x + 9^x) = 243$ 일 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$3^{2x} \times 3 \times 3^{2x} = 3^{4x+1} = 3^5 \text{ 이므로 } 4x + 1 = 5 \\ \therefore x = 1$$

23. $x = 5^3$ 라 할 때, $5^5 - 5^4 + 5^3$ 을 x 에 관한 식으로 나타낸 것은?

- ① $6x$ ② $10x$ ③ $21x$ ④ $25x$ ⑤ $31x$

해설

$$5^5 - 5^4 + 5^3 = 5^3 \cdot 5^2 - 5^3 \cdot 5 + 5^3 = 25x - 5x + x = 21x$$

24. 등식 $x^{3x} = x^{2x+4}$ 가 성립하는 자연수 x 의 값을 구하여 모두 합하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$x^{3x} = x^{2x+4}$ 에서

(1) 밑이 같으면 지수가 같아야 등호가 성립하므로 $3x = 2x + 4$, $\therefore x = 4$

(2) 1 의 거듭제곱은 지수와 관계없이 항상 1 이므로 등호가 성립한다.

즉, $x = 1$ 일 때, $1^3 = 1^6$ 이므로 항상 성립한다. $\therefore x = 1$

따라서 주어진 식을 만족하는 x 의 값을 모두 더하면 $4 + 1 = 5$ 이다.

25. $3^{x+1} \times 9^{x+1} = 81^{x-1}$ 일 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$3^{x+1} \times 3^{2(x+1)} = 3^{4(x-1)}$$

$$x + 1 + 2(x + 1) = 4(x - 1)$$

$$\therefore x = 7$$