

1. $81 \div \frac{1}{3^{3x+2}} \div 27 = \frac{1}{9}$ 을 만족하는 x 의 값을 구하면?

- ① $\frac{5}{3}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $-\frac{5}{3}$ ④ -2 ⑤ -1

해설

$$\begin{aligned}81 \div \frac{1}{3^{3x+2}} \div 27 &= \frac{1}{9} \\3^4 \times 3^{3x+2} \times \frac{1}{3^3} &= \frac{1}{3^2} \\ \text{양변에 } 3^3 \text{을 곱하면} \\3^4 \times 3^{3x+2} &= 3 \\4 + 3x + 2 &= 1 \\\therefore x &= -\frac{5}{3}\end{aligned}$$

2. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $x^5 \div (x^2)^3 = \frac{1}{x}$

③ $\frac{z^2}{z^2} = 1$

⑤ $b^{10} \div b^{10} = 1$

② $y \div y^3 = \frac{1}{y^3}$

④ $a^6 \div a^5 = a$

해설

① $x^5 \div (x^2)^3 = x^5 \div x^{2 \times 3} = \frac{x^5}{x^6} = \frac{1}{x^{6-5}} = \frac{1}{x}$

② $y \div y^3 = \frac{y}{y^3} = \frac{1}{y^{3-1}} = \frac{1}{y^2} \neq \frac{1}{y^3}$

③ $\frac{z^2}{z^2} = z^{2-2} = z^0 = 1$

④ $a^6 \div a^5 = a^{6-5} = a$

⑤ $b^{10} \div b^{10} = 1$

3. $(x^3)^a = x^{16} \div x$ 일 때, a 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$(x^3)^a = x^{16} \div x, \quad x^{3a} = x^{15}$$

$$3a = 15$$

$$\therefore a = 5$$

4. 다음 중 계산 결과가 나머지 넷과 다른 하나는?

① $(2^5)^2 \div 2^2$

② $(2^2)^3 \times 2^2$

③ $2^4 \times 2^4$

④ $8^2 + 8^2 + 8^2 + 8^2$

⑤ $4^2(2^2 + 2^2)$

해설

⑤ $4^2(2^2 + 2^2) = 2^4 2^3 = 2^7$ 이고 ①, ②, ③, ④는 2^8 이므로 다른 하나는 ⑤이다.

5. $4^5 + 4^5 + 4^5 + 4^5$ 을 4 의 거듭제곱으로 간단히 나타내어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4^6

해설

$$4^5 + 4^5 + 4^5 + 4^5 = 4^5 \times 4 = 4^6$$

6. $3^x + 3^x + 3^x$ 을 간단히 나타내면?

- ① 3^{x+1} ② 3^{3x} ③ 27^x ④ 3^{x+2} ⑤ 3^{x+3}

해설

$$3 \times 3^x = 3^{x+1}$$

7. $64^{x-1} = \left(\frac{1}{4}\right)^{-2x-1}$ 을 만족하는 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$64^{x-1} = \left(\frac{1}{4}\right)^{-2x-1}$$

$$(2^6)^{x-1} = (2^{-2})^{-2x-1}$$

$$2^{6x-6} = 2^{4x+2}$$

$$6x - 6 = 4x + 2$$

$$2x = 8$$

$$x = 4$$

8. 가로 길이가 $(2a)^3$, 높이가 $5ab$, 직육면체의 부피가 $80a^5b^2$ 일 때, 세로의 길이는?

① $2ab$ ② $20ab$ ③ $8ab$ ④ $2a^2b$ ⑤ $8a^2b$

해설

$$(2a)^3 \times (\text{세로의 길이}) \times 5ab = 80a^5b^2$$

$$\begin{aligned} (\text{세로의 길이}) &= 80a^5b^2 \div (2a)^3 \div 5ab \\ &= 80a^5b^2 \div 8a^3 \div 5ab = 2ab \end{aligned}$$

9. 높이가 $6a$ cm 인 원뿔의 부피가 $32\pi a^3$ cm³ 일 때, 밑면의 반지름의 길이는?

① a cm ② $2a$ cm ③ $3a$ cm ④ $4a$ cm ⑤ $5a$ cm

해설

(원뿔의 부피) $= \frac{1}{3} \times (\text{밑면의 넓이}) \times (\text{높이})$ 이므로 밑면의 반지름의 길이를 r cm, 밑면의 넓이를 x cm² 라고 하면 $x = \pi r^2$

$$32\pi a^3 = \frac{1}{3} \times x \times 6a$$

$$x = 32\pi a^3 \times \frac{1}{2a} = 16a^2\pi$$

$$16a^2\pi = \pi r^2$$

$$\therefore r = 4a$$

10. 지수법칙을 이용하여 $2^7 \times 5^5$ 은 몇 자리 수인지 구하여라.

▶ 답 : 자리 수

▷ 정답 : 6자리 수

해설

$$2^7 \times 5^5 = 2^5 \cdot 2^2 \times 5^5 = (2 \times 5)^5 \times 4 = 4 \times 10^5$$

11. $2^{13} \times 5^{15}$ 은 몇 자리의 수인지 구하여라.

▶ 답 : 자리의 수

▷ 정답 : 15자리의 수

해설

$$2^{13} \times 5^{13} \cdot 5^2 = (2 \times 5)^{13} \times 5^2 = 25 \times 10^{13}$$

12. $2^{13} \times 5^{15}$ 이 n 자리의 자연수일 때, n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$$\begin{aligned} 2^{13} \times 5^{15} &= 2^{13} \times 5^{13} \times 5^2 \\ &= (2 \times 5)^{13} \times 5^2 \\ &= 25 \times 10^{13} \end{aligned}$$

따라서 15 자리의 수이므로 $n = 15$ 이다.

13. 다음 중 밑변의 길이가 $10xy$ 이고, 높이가 x^7 인 삼각형의 넓이를 구하면?

① $\frac{5}{2}x^8y$ ② $5x^6y$ ③ $5x^8y$ ④ $10x^6y$ ⑤ $10x^8y$

해설

$$(\text{삼각형의 넓이}) = \frac{1}{2} \times (\text{밑변의 길이}) \times (\text{높이})$$

$$\frac{1}{2} \times 10xy \times x^7 = 5x^8y$$

14. 직육면체의 가로 길이가 $3a$, 세로 길이가 $2b$ 이고, 부피가 $24a^2b$ 일 때, 높이는?

① $4a$ ② $6a$ ③ $4b$ ④ $3ab$ ⑤ $4ab$

해설

(직육면체의 부피) = (밑면의 넓이) $\times$ (높이) 이므로 높이를 x 라고 하면

$$24a^2b = 3a \times 2b \times x$$

$$\therefore x = 4a$$

15. 정육면체의 부피가 $27a^6b^3\text{ cm}^3$ 일 때, 한 모서리의 길이는?

- ① $3a^2b\text{ cm}$ ② $9a^2b\text{ cm}$ ③ $3a^3b\text{ cm}$
④ $6a^3b\text{ cm}$ ⑤ $9a^3b\text{ cm}$

해설

(정육면체의 부피) = (한모서리의 길이)³ 이므로
 $27a^6b^3 = (3a^2b)^3$

16. 등식 $\frac{9(x^2y)^3}{xy} \div \frac{(xy^2)^2}{(2x)^3} \times \frac{xy}{(3x^3y^2)^2} = ax^by^c$ 일 때, $a+b+c$ 의 값은?

- ① 2
- ② 4
- ③ 8
- ④ 16
- ⑤ 32

해설

$$\begin{aligned} & \frac{9(x^2y)^3}{xy} \div \frac{(xy^2)^2}{(2x)^3} \times \frac{xy}{(3x^3y^2)^2} \\ &= \frac{9x^6y^3}{xy} \times \frac{8x^3}{x^2y^4} \times \frac{xy}{9x^6y^4} \\ &= \frac{8x}{y^5} = 8xy^{-5} \\ &a = 8, \ b = 1, \ c = -5 \\ &a + b + c = 8 + 1 - 5 = 4 \end{aligned}$$

17. n 이 자연수일 때, 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고르면?

보기

- ㉠ $(-1)^n + (-1)^{n+1} = 0$
- ㉡ $(-1)^n - (-1)^{n+1} = 1$ (단, n 은 짝수)
- ㉢ $(-1)^n \times (-1)^{n+1} = -1$
- ㉣ $(-1)^n \div (-1)^{n+1} = 1$

- ① ㉠ ② ㉠, ㉢ ③ ㉡, ㉢ ④ ㉡, ㉣ ⑤ ㉢, ㉣

해설

㉠ 모든 자연수에 대하여 $(-1)^n + (-1)^{n+1} = 0$ 이다.
㉡ $1 - (-1) = 1 + 1 = 2$
㉢ $(-1)^{n+n+1} = (-1)^{2n+1} = -1$
㉣ n 이 홀수일 때, $(-1) \div 1 = -1$ 이고, n 이 짝수일 때, $1 \div (-1) = -1$ 이므로 -1 이다.
이므로 옳은 것은 ㉠, ㉢이 답이다.

18. 등식 $(-x^ay^2) \times 2xy^b \div (-2xy^3)^2 = cx^6y^4$ 일 때, abc 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -28

해설

$$\begin{aligned} & (-x^ay^2) \times 2xy^b \div (-2xy^3)^2 \\ &= \frac{-2x^ay^2xy^b}{4x^2y^6} \\ &= -\frac{1}{2}x^{a+1-2}y^{2+b-6} \\ &= -\frac{1}{2}x^{a-1}y^{b-4} \\ &= cx^6y^4 \end{aligned}$$

$$a-1=6, \quad b-4=4, \quad c=-\frac{1}{2}$$

$$a=7, \quad b=8, \quad c=-\frac{1}{2}$$

$$abc=7 \times 8 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -28$$

19. $4^{4x+2} = 8^{2x+4}$ 일 때, x 의 값은?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

$$(2^2)^{4x+2} = (2^3)^{2x+4}$$

$$2^{8x+4} = 2^{6x+12}$$

$$8x + 4 = 6x + 12$$

$$\therefore x = 4$$

20. 다음 식을 만족하는 x 의 값을 구하여라.

$$32^{x-2} = \left(\frac{1}{2}\right)^{2x-4}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$(2^5)^{x-2} = (2^{-1})^{2x-4}$$

$$2^{5x-10} = 2^{-2x+4}$$

$$5x - 10 = -2x + 4$$

$$7x = 14$$

$$\therefore x = 2$$

21. 다음 세 수의 크기를 비교하여 큰 순서대로 나열하여라.

$2^{81}, 3^{63}, 5^{36}$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 3^{63}

▷ 정답 : 5^{36}

▷ 정답 : 2^{81}

해설

$81 = 3^4, 63 = 3^2 \times 7, 36 = 2^2 \times 3^2$ 이므로

세 수의 최대공약수는 $3^2 = 9$ 이다.

따라서

$2^{81}, 3^{63}, 5^{36}$

$(2^9)^9, (3^7)^9, (5^4)^9$ 에서

$2^9 < 5^4 < 3^7$ 이므로 세 수의 크기는 $2^{81} < 5^{36} < 3^{63}$

$\therefore 3^{63}, 5^{36}, 2^{81}$

22. $2^{2x} \times 8^x = 4^2 \times 2^x$ 를 만족하는 x 의 값은?

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ 1 ④ 3 ⑤ 4

해설

$$\begin{aligned} 2^{2x} \times 2^{3x} &= (2^2)^2 \times 2^x \\ 2^{5x} &= 2^{x+4} \\ \therefore x &= 1 \end{aligned}$$

23. 다음 식 중 옳지 않은 것은?

① $a^3 \times a^2 = a^5$

② $a^3 \times a^4 = a^7$

③ $x^4 \times x^3 = x^{12}$

④ $2^3 \times 2^2 = 2^5$

⑤ $b^3 \times b^6 = b^9$

해설

① $a^3 \times a^2 = a^{3+2} = a^5$

② $a^3 \times a^4 = a^{3+4} = a^7$

③ $x^4 \times x^3 = x^{4+3} = x^7$

④ $2^3 \times 2^2 = 2^{3+2} = 2^5$

⑤ $b^3 \times b^6 = b^{3+6} = b^9$

24. 다음 중 옳은 것은?

- ① $5 \times 2^a = 320$ 일 때, $a = 5$ 이다.
- ② $3^2 \times 5^b = 225$ 일 때, $b = 3$ 이다.
- ③ $7 \times 3^c = 189$ 일 때, $c = 3$ 이다.
- ④ $2^d \times 5^2 = 100$ 일 때, $d = 3$ 이다.
- ⑤ $2^2 \times 3^e = 108$ 일 때, $e = 2$ 이다.

해설

- ① $5 \times 2^a = 320$ 일 때, $320 = 2^6 \times 5$, $a = 6$
- ② $3^2 \times 5^b = 225$ 일 때, $225 = 3^2 \times 5^2$, $b = 2$
- ③ $7 \times 3^c = 189$ 일 때, $189 = 3^3 \times 7$, $c = 3$
- ④ $2^d \times 5^2 = 100$ 일 때, $100 = 2^2 \times 5^2$, $d = 2$
- ⑤ $2^2 \times 3^e = 108$ 일 때, $108 = 2^2 \times 3^3$, $e = 3$