

1. $x^5y^3 \times x^2y^6 = x^{\square}y^{\square}$ 일 때, 안에 알맞은 수를 차례대로 쓴 것은?

① 15, 12

② 8, 8

③ 7, 9

④ 5, 11

⑤ 11, 7

해설

$$x^5y^3 \times x^2y^6 = x^{5+2}y^{3+6} = x^7y^9 \text{ 이다.}$$

2. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $3^5 \div 3^4 = 3$

② $2^3 \div 2^4 = \frac{1}{2}$

③ $3^2 \div 3^2 = 0$

④ $2 \times 2 \times 2 = 2^3$

⑤ $a + a + a = 3a$

해설

$3^2 \div 3^2 = 3^{2-2} = 3^0 = 1$ 이다.

3. $x^7 \div \square \div x = x^2$ 일 때, $\square$ 안에 알맞은 식은?

① x^3

② x^4

③ x^5

④ x^6

⑤ x^7

해설

$\square$ 를 x^a 라고 하면 $7 - a - 1 = 2$, $a = 4$ 이다.

4. $4x^4 \div x^2 \div 2x$ 을 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $2x$

해설

$$4x^4 \div x^2 \div 2x = 2x^{4-2-1} = 2x$$

5. $(-ab^x)^3 \div ab^2 = -a^y b^7$ 일 때, $x - y$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} -a^3 b^{3x} \times \frac{1}{ab^2} &= -a^2 b^{3x-2} \\ &= -a^y b^7 \end{aligned}$$

$$x = 3, y = 2$$

$$\therefore x - y = 1$$

6. 다음 보기 중에서 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

㉠ $(x^9)^2 \div (x^2)^3 = x^3$

㉡ $x^5 \times x^5 \times x^2 = x^{50}$

㉢ $x^{10} \div x^5 \div x^5 = 0$

㉤ $2^3 \div 2^x = \frac{1}{8}$ 일 때, $x = 6$

㉥ $2^{2+2} = a \times 2^2$ 일 때, $a = 4$

① ㉢

② ㉠, ㉡, ㉢

③ ㉢, ㉤, ㉥

④ ㉤, ㉥

⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉤

해설

㉠ $(x^9)^2 \div (x^2)^3 = x^9 \times 2 \div x^2 \times 3 = x^{18-6} = x^{12}$

㉡ $x^5 \times x^5 \times x^2 = x^{5+5+2} = x^{12}$

㉢ $x^{10} \div x^5 \div x^5 = x^{10-5-5} = x^0 = 1$

㉤ $2^3 \div 2^x = \frac{2^3}{2^x} = \frac{1}{2^3} \therefore x = 6$

㉥ $2^{2+2} = 2^2 \times 2^2 = a \times 2^2 \therefore a = 4$

7. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2 개)

① $2x^6 \times 3x^2 = 6x^8$

② $(3a^2)^3 = 9a^6$

③ $-2x^3 \times 3y^2 = -6xy^6$

④ $48a^2x^3 \div 8ax^2 = 6ax$

⑤ $\frac{25a^{10}}{5a^5} = 5a^2$

해설

② $(3a^2)^3 = 3^3(a^2)^3 = 27a^6$

③ $-2x^3 \times 3y^2 = -2 \times 3 \times x^3 \times y^2 = -6x^3y^2$

⑤ $\frac{25a^{10}}{5a^5} = 5a^{10-5} = 5a^5$

8. $a = 2^{x-1}$ 일 때, 8^x 를 a 에 관한 식으로 나타내면?

① $8a^2$

② $8a^3$

③ $8a^4$

④ $6a^2$

⑤ $6a^3$

해설

$a = 2^{x-1} = 2^x \div 2$ 이므로 $2^x = 2a$ 이다.

$8^x = (2^x)^3$ 이므로 $8^x = (2a)^3 = 8a^3$ 이다.

9. 세 수의 곱이 모두 2^{24} 이 되도록 하는 서로 다른 2^x (단, x 는 자연수)의 형태의 수를 찾으려 한다. 학생들의 대화 중 틀린 말을 한 사람을 골라라.

재석 : 그럼 식을 $2^a \times 2^b \times 2^c = 2^{24}$ 의 형태로 만들면 되겠네.

유석 : 그럼 $a = 3, b = 5, c = 16$ 으로 놓으면 $2^3 \times 2^5 \times 2^{16} = 2^{24}$ 하나가 나오겠네.

동성 : $2^2 \times 2^3 \times 2^4 = 2^{2 \times 3 \times 4} = 2^{24}$ 도 되겠구나.

성일 : 문제는 $2^{a+b+c} = 2^{24}$ 이니까 $a + b + c = 24$ 인 a, b, c 를 찾으면 돼.

수근 : 그럼 많이 나올 수 있겠네. 그 중 $a = 7, b = 8, c = 9$ 인 경우도 되는 거구나.

▶ 답 :

▷ 정답 : 동성

해설

재석 : 그럼 식을 $2^a \times 2^b \times 2^c = 2^{24}$ 의 형태로 만들면 되겠네. (○)

유석 : 그럼 $a = 3, b = 5, c = 16$ 로 놓으면 $2^3 \times 2^5 \times 2^{16} = 2^{24}$ 하나가 나오겠네. (○)

동성 : $2^2 \times 2^3 \times 2^4 = 2^{2+3+4} = 2^9$ (×)

성일 : 문제는 $2^{a+b+c} = 2^{24}$ 이니까 $a + b + c = 24$ 인 a, b, c 를 찾으면 돼. (○)

수근 : 그럼 많이 나올 수 있겠네. 그 중 $a = 7, b = 8, c = 9$ 인 경우도 되는 거구나. (○)

10. 다음 안에 알맞은 수는?

$$5^{x+3} = \square \times 5^x$$

① 5

② 15

③ 25

④ 75

⑤ 125

해설

$5^{x+3} = 5^x \times 5^3 = 125 \times 5^x$ 이므로 $\square = 125$ 이다.

11. $180^3 = 2^x \times 3^y \times 5^z$ 일 때, $x + y + z$ 값을 구하면?

① 10

② 15

③ 20

④ 25

⑤ 30

해설

$$180^3 = (2^2 \times 3^2 \times 5)^3 = 2^6 \times 3^6 \times 5^3 = 2^x \times 3^y \times 5^z$$

$$x = 6, y = 6, z = 3$$

$$\therefore x + y + z = 15$$

12. $3^{12} = 81^x$ 일 때, x 의 값을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$3^{12} = (3^4)^x = 3^{4x}$$

$$\therefore x = 3$$

13. $a = 3$ 일 때, $(a^a)^{(a^a)} = 3^x$ 이다. x 의 값은?

① 3

② 9

③ 27

④ 81

⑤ 243

해설

$a = 3$ 을 대입하면

$$(3^3)^{(3^3)} = (3^3)^{27} = 3^{81}$$

$$\therefore x = 81$$

14. $x - y = 2$ 이고 $a = 2^{3x}$, $b = 2^{3y}$ 일 때, $\frac{a}{b}$ 의 값은?

① 8

② 16

③ 32

④ 64

⑤ 128

해설

$$\frac{a}{b} = 2^{3x-3y} = 2^{3(x-y)} = 2^{3 \times 2} = 2^6 = 64$$

15. $a^{10} \div (a^3)^x = (a^2)^2$ 일 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$a^{10} \div a^{3x} = a^4 \text{ 이므로 } 10 - 3x = 4$$

$$\therefore x = 2$$

16. $81^2 \div 9^5$ 을 간단히 하면?

① 3

② 3^2

③ $\frac{1}{3}$

④ $\frac{1}{3^2}$

⑤ $\frac{1}{3^3}$

해설

$$(3^4)^2 \div (3^2)^5 = 3^{8-10} = \frac{1}{3^2}$$

17. 다음 보기 중 계산 결과가 나머지와 같지 않은 것을 골라라.

보기

㉠ $a^{12} \div (a^3 \div a^2)$

㉡ $(a^4)^3 \div a^2 \div a^3$

㉢ $\frac{a^{12}}{a^2} \div a^3$

㉣ $a^{12} \div (a^7 \div a^2)$

㉤ $(a^3)^3 \div a^3 \times a$

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

해설

㉠ $a^{12} \div (a^3 \div a^2) = a^{12} \div a = a^{11}$

㉡ $(a^4)^3 \div a^2 \div a^3 = a^{12-2-3} = a^7$

㉢ $\frac{a^{12}}{a^2} \div a^3 = a^{12-2-3} = a^7$

㉣ $a^{12} \div (a^7 \div a^2) = a^{12} \div a^{7-2} = a^{12-5} = a^7$

㉤ $(a^3)^3 \div a^3 \times a = a^{9-3+1} = a^7$

18. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $(-2x^2y)^3 = -8x^6y^3$

② $(-5x)^2 = 25x^2$

③ $(x^3y)^4 = x^{12}y^4$

④ $(2a^2b^3)^2 = 4a^4b^5$

⑤ $(-3a^3)^2 = 9a^6$

해설

④ $(2a^2b^3)^2 = 4a^4b^6$

19. $(-2a^2b^2c)^3 = xa^6b^yc^z$ 일 때, $x + y + z$ 의 값은?

① -3

② -2

③ -1

④ 1

⑤ 2

해설

$$(-2a^2b^2c)^3 = -8a^6b^6c^3$$

$$x = -8, y = 6, z = 3$$

$$\therefore x + y + z = -8 + 6 + 3 = 1$$

20. $(5x^a)^b = 125x^9$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

$$5^b = 125 = 5^3, b = 3$$

$$x^{ab} = x^9$$

$$ab = 9$$

$$a = 3$$

$$\therefore a + b = 6$$

21. 다음 안에 알맞은 식을 구하면?

$$\boxed{} \div (-3ab^2)^3 = \frac{a^3}{3b^2}$$

① $9a^6b^4$

② $6a^3b^2$

③ $-9a^6b^4$

④ $-6a^3b^2$

⑤ $6ab^2$

해설

$$\begin{aligned}\boxed{} &= \frac{a^3}{3b^2} \times (-3ab^2)^3 \\ &= \frac{a^3}{3b^2} \times (-27a^3b^6) = -9a^6b^4\end{aligned}$$

22. $\frac{(x^2y)^3}{(xy^2)^m} = \frac{x^n}{y^5}$ 일 때, $m - n$ 의 값은?

① -2

② 2

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$$\frac{(x^2y)^3}{(xy^2)^m} = \frac{x^6y^3}{x^my^{2m}} = \frac{x^{6-m}}{y^{2m-3}} = \frac{x^n}{y^5}$$

$$6 - m = n, 2m - 3 = 5$$

$$\therefore m = 4, n = 2$$

$$\therefore m - n = 2$$

23. $\left(-\frac{3x^a y^4}{bz^3}\right)^2 = \frac{9x^4 y^c}{16z^d}$ 을 만족하는 a, b, c, d 가 있을 때, $a+b+c+d$ 의 값은?(단, $b > 0$)

① 5

② 10

③ 15

④ 20

⑤ 25

해설

$$\frac{9x^{2a}y^8}{b^2z^6} = \frac{9x^4y^c}{16z^d}$$

$$2a = 4 \quad \therefore a = 2$$

$$b^2 = 16 \quad \therefore b = 4$$

$$c = 8, d = 6$$

$$\therefore a + b + c + d = 20$$

24. $2 \times 4 \times 6 \times 8 \times 10 \times 12 \times 14 \times 16 \times 18 \times 20 = 2^a \times 3^b \times 5^c \times 7^d$ 일 때,
 $a + b + c + d$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 25

해설

$$\begin{aligned} & 2 \times 4 \times 6 \times 8 \times 10 \times 12 \times 14 \times 16 \times 18 \times 20 \\ &= 2^{10}(1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9 \times 10) \\ &= 2^{10}(2^8 \times 3^4 \times 5^2 \times 7^1) \\ &a = 18, b = 4, c = 2, d = 1 \\ &\therefore a + b + c + d = 25 \end{aligned}$$

25. $48^5 = 2^a \times 3^b$ 일 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 100

해설

$$48^5 = (2^4 \times 3)^5$$

$$a = 20, b = 5$$

$$\therefore ab = 100$$

26. $2^3 \times 4^x = 128$ 이고 $3^3 \div 9 \times 27 = 3^y$ 일 때, xy 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$2^3 \times (2^2)^x = 2^{3+2x} = 2^7$$

$$3 + 2x = 7$$

$$\therefore x = 2$$

$$3^3 \div 3^2 \times 3^3 = 3^{3-2+3} = 3^4$$

$$\therefore y = 4$$

$$\therefore xy = 8$$

27. n 이 홀수 일 때,
 $(-1)^n + (-1)^{n+1} - (-1)^{2n} - (-1)^{2n+1}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 0

해설

n 이 홀수이면 $(-1)^n = -1$, $(-1)^{n+1} = 1$, $(-1)^{2n} = 1$,
 $(-1)^{2n+1} = -1$ 이므로
 $-1 + 1 - 1 - (-1) = 0$

28. $3^x \div 3^2 = 81$, $3^5 + 3^5 + 3^5 = 3^y$ 일 때, $x - y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$3^x \div 3^2 = 3^{x-2} = 3^4$$

$$x - 2 = 4$$

$$\therefore x = 6$$

$$3^5 + 3^5 + 3^5 = 3 \cdot 3^5 = 3^6 = 3^y$$

$$\therefore y = 6$$

$$x = 6, y = 6, x - y = 0$$

29. $2^{x+4} = 4^{x-1}$ 이 성립할 때, x 의 값은?

① -1

② 1

③ 2

④ 4

⑤ 6

해설

$$2^{x+4} = 2^{2(x-1)}$$

$$x + 4 = 2(x - 1)$$

$$\therefore x = 6$$

30. $x^6 + x^6 + x^6 + x^6 + x^6 + x^6 = 6^7$ 일 때, 자연수 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

좌변을 계산하면 $6x^6 = 6^7$

$$x^6 = 6^6$$

$$\therefore x = 6$$

31. $2^3 = x$ 일 때, 32^6 을 x 의 거듭제곱으로 바르게 나타낸 것은?

① x^2

② x^4

③ x^6

④ x^8

⑤ x^{10}

해설

$$32^6 = (2^5)^6 = 2^{30} = (2^3)^{10} = x^{10}$$

32. $a = 2^{x-1}$ 일 때, 16^x 을 a 에 관한 식으로 나타낸 것을 고르면?

① $8a^3$

② $8a^4$

③ $16a^3$

④ $16a^4$

⑤ $32a^4$

해설

$$a = 2^{x-1}, 2^x = 2a$$

$$16^x = (2^4)^x = (2^x)^4 = (2a)^4 = 16a^4$$

33. $a = 4^9$, $b = 5^{12} + 5$ 일 때, $a \times b$ 는 n 자리의 자연수이다. 이 때, n 의 값은?

① 12

② 14

③ 17

④ 18

⑤ 20

해설

$$\begin{aligned} 4^9(5^{12} + 5) &= 2^{18} \times 5^{12} + 2^{18} \times 5 \\ &= (2 \times 5)^{12} \times 2^6 + (2 \times 5) \times 2^{17} \end{aligned}$$

이 때 $(2 \times 5)^{12} \times 2^6 > (2 \times 5) \times 2^{17}$ 이므로

$(2 \times 5) \times 2^{17}$ 은 자릿수를 고려할 때 생각하지 않는다.

$$(2 \times 5)^{12} \times 2^6 = 64 \times (2 \times 5)^{12}$$

따라서 n 은 14 자리의 자연수이다.

34. 지수법칙을 이용하여 $2^9 \times 5^5$ 은 몇 자리 수인지 구하여라.

▶ 답 : 자리 수

▷ 정답 : 일곱 자리 수

해설

$$2^9 \times 5^5 = 2^5 \cdot 2^4 \times 5^5 = (2 \times 5)^5 \times 16 = 16 \times 10^5$$

따라서 일곱 자리의 수이다.

35. $2^{13} \times 5^{15}$ 이 n 자리의 자연수일 때, n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$$\begin{aligned} 2^{13} \times 5^{15} &= 2^{13} \times 5^{13} \times 5^2 \\ &= (2 \times 5)^{13} \times 5^2 \\ &= 25 \times 10^{13} \end{aligned}$$

따라서 15자리의 수이므로 $n = 15$ 이다.

36. $2^{12} \times 5^{13}$ 은 몇 자리의 수인지 구하여라.

▶ 답 : 자리의 수

▷ 정답 : 13 자리의 수

해설

$$\begin{aligned} 2^{12} \times 5^{13} &= 2^{12} \times 5^{12} \times 5 = (2 \times 5)^{12} \times 5 \\ &= 10^{12} \times 5 \end{aligned}$$

따라서 13자리의 수이다.

37. $4^{x+2} \div 2^{2x-6} \times 25 \cdot 5^{2x-2} = 16 \times 100^x$ 일 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\begin{aligned}(\text{좌변}) &= 4^{x+2} \div 2^{2x-6} \times 25 \cdot 5^{2x-2} \\&= (2^2)^{x+2} \times 2^{6-2x} \times 5^{2+2x-2} \\&= 2^{2x+4+6-2x} \times 5^{2x} \\&= 2^{10} \times 5^{2x}\end{aligned}$$

$$(\text{우변}) = 16 \times 100^x = 2^4 \times (2^2 \times 5^2)^x = 2^{4+2x} \times 5^{2x}$$

따라서 $4 + 2x = 10$ 이므로 $x = 3$ 이다.

38. $625^{x-1} = 5^{2x} \times 125^6 \div 25^3$ 을 만족하는 정수 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$625 = 25^2 = (5^2)^2 = 5^4$, $125 = 5^3$ 이므로
주어진 식을 밑이 5인 거듭제곱꼴의 형태로 바꾸어 주면

$$625^{x-1} = 5^{2x} \times 125^6 \div 25^3$$

$$(5^4)^{x-1} = 5^{2x} \times (5^3)^6 \times (5^2)^{-3}$$

$$5^{4x-4} = 5^{2x} \times 5^{18} \times 5^{-6}$$

$$5^{4x-4} = 5^{2x+12}$$

밑이 5로 같으므로 양변의 지수가 같다.

$$4x - 4 = 2x + 12$$

$$\therefore x = 8$$

39. $N = 3^n$ 일 때, $M(N) = n$ 이라 정의한다. a 는 자연수일 때, $M(3^{2a+1} \div 3^{2a}) = M(3^a)$ 를 만족하는 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$N = 3^n$ 이므로 $M(3^n) = n$ 이다.

$$M(3^{2a+1} \div 3^{2a}) = M(3^a)$$

$$M(3^{2a+1-2a}) = M(3^a)$$

$$M(3) = M(3^a)$$

$$\therefore a = 1$$

40. $2^{x+2} + 2^x = 160$ 일 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$2^{x+2} + 2^x = 5 \times 2^x = 160$$

$$2^x = 32 = 2^5$$

$$\therefore x = 5$$

41. n 이 자연수일 때, $(-1)^{2n+1} \times (-1)^{2n} \times (-1)^{2n-1}$ 을 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$2n + 1$, $2n - 1$ 은 홀수, $2n$ 은 짝수 이다.

$$\begin{aligned}\therefore (\text{준식}) &= (-1)^{2n+1+2n+2n-1} \\ &= (-1)^{6n} = 1 (\because n \text{은 자연수})\end{aligned}$$

42. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

㉠ $8^4 = 2^{12}$

㉡ $(-25)^4 = -5^8$

㉢ $27^8 = 3^{11}$

㉣ $64^5 = 2^{30}$

① ㉠, ㉢

② ㉠, ㉣

③ ㉡, ㉢

④ ㉢, ㉣

⑤ ㉡, ㉢, ㉣

해설

㉠ $8^4 = (2^3)^4 = 2^{12}$

㉡ $(-25)^4 = (-5^2)^4 = 5^8$

㉢ $27^8 = (3^3)^8 = 3^{24}$

㉣ $64^5 = (2^6)^5 = 2^{30}$

따라서 옳은 것은 ㉠, ㉣이다.

43. 메모리 용량 1MB 의 2^{10} 배를 1GB 라고 한다.

준호가 가지고 있는 PMP 가 32GB 의 용량이라고 하면, 준호는 256MB 의 동영상 강의를 몇 개 넣을 수 있는지 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 128 개

해설

1GB 는 1MB 의 2^{10} 배 이므로 32GB 는 (32×2^{10}) MB 이다.

$(32 \times 2^{10}) \div 256 = (32 \times 2^{10}) \div (2^8) = 32 \times 2^2 = 32 \times 4 = 128$ 이다.

따라서 PMP 에는 128 개의 동영상 강의가 들어갈 수 있다.

44. $12^5 = 2^m \times 3^n$ 일 때, $m + n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$$12^5 = (2^2 \times 3)^5 = 2^{10} \times 3^5$$

$$m = 10, n = 5$$

$$\therefore m + n = 15$$

45. 다음과 같이 6개의 식이 있다. 다음 식들 중 계산 결과가 같은 것을 찾아라.

$$\textcircled{\text{㉠}} \quad \frac{b^2a}{27} \times \frac{ba^2}{3}$$

$$\textcircled{\text{㉡}} \quad \frac{a}{3} \left(\frac{ba}{3} \right)^2$$

$$\textcircled{\text{㉢}} \quad \left\{ \frac{1}{3} (a^2b)^2 \right\}^2$$

$$\textcircled{\text{㉤}} \quad \left(\frac{ab}{3} \right)^3 \times \frac{1}{3}$$

$$\textcircled{\text{㉥}} \quad \frac{a}{9} \times \left(\frac{ab^2}{3} \right)^2$$

$$\textcircled{\text{㉦}} \quad \frac{1}{a} \left(\frac{ab}{3} \right)^3$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉤

해설

$$\textcircled{\text{㉠}} \quad \frac{b^2a}{27} \times \frac{ba^2}{3} = \frac{a^3b^3}{81}$$

$$\textcircled{\text{㉡}} \quad \frac{a}{3} \left(\frac{ba}{3} \right)^2 = \frac{a^3b^2}{27}$$

$$\textcircled{\text{㉢}} \quad \left(\frac{1}{3} a^4 b^2 \right)^2 = \frac{a^8 b^4}{9}$$

$$\textcircled{\text{㉤}} \quad \left(\frac{ab}{3} \right)^3 \times \frac{1}{3} = \frac{a^3 b^3}{81}$$

$$\textcircled{\text{㉥}} \quad \frac{a}{9} \times \frac{a^2 b^4}{9} = \frac{a^3 b^4}{81}$$

$$\textcircled{\text{㉦}} \quad \frac{1}{a} \left(\frac{ab}{3} \right)^3 = \frac{a^2 b^3}{27}$$

46. n 이 자연수 일 때,
 $(-1)^n + (-1)^{n+1} + (-1)^n(-1)^{n+2} + (-1)^{2n}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : 2

해설

i) n 이 홀수 일 때 :

$n+1$ 은 짝수, $n+2$ 은 홀수, $2n$ 은 짝수이므로

$$\begin{aligned} & (-1)^n + (-1)^{n+1} + (-1)^n(-1)^{n+2} + (-1)^{2n} \\ &= -1 + 1 + (-1)(-1) + 1 \\ &= 2 \end{aligned}$$

ii) n 이 짝수 일 때 :

$n+1$ 은 홀수, $n+2$ 은 짝수, $2n$ 은 짝수이므로

$$\begin{aligned} & (-1)^n + (-1)^{n+1} + (-1)^n(-1)^{n+2} + (-1)^{2n} \\ &= 1 + (-1) + 1 \cdot 1 + 1 \\ &= 2 \end{aligned}$$

$\therefore 2$

47. $3^{x+2} + 3^{x+1} + 3^x = 1053$ 일 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$3^x = t$ 로 놓으면

$$3^2 \times 3^x + 3 \times 3^x + 3^x$$

$$= 9t + 3t + t = 1053$$

$$13t = 1053, t = 81$$

$$3^x = 81 = 3^4$$

$$\therefore x = 4$$

48. $x = 5^3$ 라 할 때, $5^5 - 5^4 + 5^3$ 을 x 에 관한 식으로 나타낸 것은?

① $6x$

② $10x$

③ $21x$

④ $25x$

⑤ $31x$

해설

$$5^5 - 5^4 + 5^3 = 5^3 \cdot 5^2 - 5^3 \cdot 5 + 5^3 = 25x - 5x + x = 21x$$

49. 3^x 의 일의 자리의 숫자가 1, 3^y 의 일의 자리의 숫자가 3 일 때, $81^x \div 9^y$ 의 일의 자리의 숫자를 구하면? (단, x, y 는 $x > y$ 인 자연수)

① 1

② 3

③ 9

④ 7

⑤ 2

해설

3^k (k 는 자연수) 의 일의 자리는

3, 9, 7, 1, 3, 9, 7, 1, ...

$$\therefore x = 4k_1, y = 4k_2 - 3$$

(단, $k_2 \leq k_1$, k_1, k_2 는 자연수이다.)

$$\begin{aligned} 81^x \div 9^y &= 3^{4x-2y} \\ &= 3^{16k_1-8k_2+6} \\ &= 3^{2(8k_1-4k_2+3)} \\ &= 9^{8k_1-4k_2+3} \end{aligned}$$

9^k (k 는 자연수) 의 일의 자리는 9, 1, 9, 1, ...

k_1, k_2 가 자연수이므로 $8k_1, 4k_2$ 는 짝수이다.

따라서 $8k_1 - 4k_2 + 3$ 은 홀수이므로

$81^x \div 9^y$ 의 일의 자리는 9 이다.

50. 자연수 a 에 대하여 $a^{a+3} = a^{3a-1}$ 를 만족하는 a 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

▷ 정답 : 2

해설

$a^{a+3} = a^{3a-1}$ 에서

㉠ 밑이 같으면 지수가 같아야 등호가 성립하므로

$$a + 3 = 3a - 1, \therefore a = 2$$

㉡ 1 의 거듭제곱은 지수와 관계없이 항상 1 이므로 등호가 성립한다.

즉, $a = 1$ 일 때, $1^4 = 1^2$ 이다. $\therefore a = 1$

따라서 a 의 값은 1 과 2 이다.