

1. 6의 약수의 개수는?

① 1개

② 2개

③ 3개

④ 4개

⑤ 6개

해설

6의 약수는 1, 2, 3, 6이다.
따라서 4개다.

2. 다음 중 3^4 을 나타낸 식은?

① 3×4

② $3 + 3 + 3 + 3$

③ $4 \times 4 \times 4$

④ $3 \times 3 \times 3 \times 3$

⑤ 4×3

해설

$3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^4$ 이다.

3. 다음 중 옳은 것은?

- ① 0은 모든 자연수의 약수이다.
- ② 합성수의 약수는 4개 이상이다.
- ③ 소수가 아닌 자연수는 모두 합성수이다.
- ④ 소수의 약수는 1과 자기 자신뿐이다.
- ⑤ 소수는 홀수이다.

해설

소수는 1보다 큰 자연수 중에서 1과 자기 자신만을 약수로 가지는 수이다.

4. 60 에 어떤 자연수를 곱하여 자연수의 제곱이 되게 하려고 할 때, 곱할 수 있는 수 중에서 가장 작은 자연수는?

① 3 ② 5 ③ 12 ④ 15 ⑤ 20

해설

$$60 = 2^2 \times 3 \times 5$$

곱해야 할 가장 작은 자연수는 $3 \times 5 = 15$

5. 두 자연수 a, b 의 최소공배수가 64 일 때, a 와 b 의 공배수 중 300 에 가장 가까운 수는?

① 192 ② 256 ③ 294 ④ 305 ⑤ 320

해설

최소공배수의 배수인 64, 128, 192, 256, 320, ... 중 300 에 가장 가까운 수는 320 이다.

6. 2^2 , $2^2 \times 3$, 3×5 의 공배수 중에서 200 이하인 것의 개수는?

- ① 2 개 ② 3 개 ③ 4 개 ④ 5 개 ⑤ 6 개

해설

세 수의 최소공배수는 $2^2 \times 3 \times 5 = 60$ 이므로 200 이하의 공배수는 60, 120, 180 으로 총 3 개이다.

7. 가로 길이가 72cm, 세로 길이가 108cm 인 직사각형 모양의 벽이 있다. 이 벽을 가능한 한 큰 정사각형 모양의 타일로 가득 채우려고 한다. 이때, 타일의 한 변의 길이는?

① 6 cm ② 12 cm ③ 18 cm ④ 24 cm ⑤ 36 cm

해설

가장 큰 정사각형 모양의 타일의 한 변의 길이는 72, 108 의 최대공약수 : 36

8. 서로 맞물려 도는 두 톱니바퀴 A, B 가 있다. A 의 톱니바퀴의 수는 36 개, B 의 톱니의 수는 48 개일 때, 두 톱니바퀴가 같은 톱니에서 처음으로 다시 맞물리는 것은 A 가 몇 바퀴 돈 후인가?

- ① 4 바퀴 ② 5 바퀴 ③ 6 바퀴
④ 7 바퀴 ⑤ 8 바퀴

해설

$36 = 2^2 \times 3^2$, $48 = 2^4 \times 3$ 의
최소공배수는 $2^4 \times 3^2 = 144$ 이다.
 $\therefore$ A 가 돈 회수는 $\frac{144}{36} = 4$ (바퀴) 이다.

9. $3^6 = 729$ 를 이용하여 $729 - 3^5 - 3^a = 243$ 을 만족하는 자연수 a 의 값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$3^6 = 729$ 이고 $3^5 = 243$ 이다.
따라서 $729 - 243 - 3^a = 243$, $3^a = 243$ 이므로 $a = 5$ 이다.

10. 40 에 적당한 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 이 때, 곱해야 할 자연수 중 300 이하의 자연수를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

▷ 정답 : 40

▷ 정답 : 90

▷ 정답 : 160

▷ 정답 : 250

해설

$40 = 2^3 \times 5$
곱해야 할 자연수를 x 라 할 때,
 $(2^3 \times 5) \times x = y^2$
 $x = 2 \times 5, 2^3 \times 5, 2 \times 3^2 \times 5, 2^5 \times 5, 2 \times 5^3$
 $= 10, 40, 90, 160, 250, \dots$
 x 는 300 이하의 자연수 이므로
10, 40, 90, 160, 250

11. 1 부터 200 까지의 자연수 중에서 약수의 개수가 3 개인 자연수는 모두 몇 개인가?

① 5 개 ② 6 개 ③ 7 개 ④ 8 개 ⑤ 9 개

해설

자연수 n 의 약수의 개수가 3 개이기 위해서는
1 과 n 이외에 약수가 한 개만 더 있어야하므로
자연수 n 은 소수의 완전제곱수이어야 한다.
따라서 1 부터 200 까지의 완전제곱수를 구하면
 $13^2 = 169 < 200$ 이고 $17^2 = 289 > 200$ 이므로
200 이하인 소수의 완전제곱수는
 $2^2, 3^2, 5^2, 7^2, 11^2, 13^2$ 이다.

12. 다음 중 옳은 것은?

- ① 소수는 모두 홀수이다.
- ② 약수가 1 개뿐인 수를 소수라 한다.
- ③ 합성수의 약수는 3 개 이상이다.
- ④ 1 은 합성수이다.
- ⑤ 두 수가 서로소이면 두 수 중 한 수는 반드시 소수이다.

해설

- ① 2 는 유일한 짝수이다.
- ② 약수가 1 과 자기 자신 즉 2 개인 수를 소수라 한다.
- ④ 1 은 소수도 합성수도 아니다.
- ⑤ 8 과 9 는 서로소 이지만 두 수 모두 합성수이다.

13. 두 수 $3^x \times 7^5 \times 11^7$, $3^3 \times 7^y \times 11^z$ 의 최대공약수가 $3^2 \times 7^3 \times 11^5$ 일 때, $x+y+z$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

최대공약수가 $3^2 \times 7^3 \times 11^5$ 이고
 $3^3 \times 7^y \times 11^z$ 에서 3 의 지수가 3 이므로
 $3^x \times 7^5 \times 11^7$ 에서 3 의 지수가 2 이어야 한다.
같은 방식으로
 $3^x \times 7^5 \times 11^7$ 에서 7 의 지수가 5 이므로
 $3^3 \times 7^y \times 11^z$ 에서 7 의 지수가 3 이어야 한다.
또한,
 $3^x \times 7^5 \times 11^7$ 에서 11 의 지수가 7 이므로
 $3^3 \times 7^y \times 11^z$ 에서 11 의 지수가 5 이어야 한다.
따라서 $x = 2$, $y = 3$, $z = 5$ 이다.

14. 두 자연수 p, q 의 최대공약수가 792 일 때, p, q 의 공약수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 24 개

해설

공약수는 최대공약수의 약수이므로 공약수의 개수는 792 의 약수의 개수이다.

$$792 = 2^3 \times 3^2 \times 11$$

$$\therefore (3 + 1) \times (2 + 1) \times (1 + 1) = 24 \text{ (개)}$$

15. 두 자연수 $2^a \times 3$ 과 $2^3 \times 3^b \times 5$ 의 최소공배수가 $2^4 \times 3^2 \times 5$ 일 때, $a+b$ 의 값은?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

최소공배수가 $2^4 \times 3^2 \times 5$ 이므로, $a = 4$, $b = 2$ 이다.

$\therefore a + b = 4 + 2 = 6$

16. 자연수 n 에 대하여 $n+1$ 은 3의 배수이고 $n+4$ 은 7의 배수일 때, $n+6$ 을 21로 나눈 나머지를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$n+1$ 은 3의 배수이므로
값은 2, 5, 8, 11, 14, ... 이고,
 $n+4$ 은 7의 배수이므로
값은 3, 10, 17, 24, 31, 38, 45, 52, ... 이다.
그러므로 자연수 n 이 될 수 있는 수는
위 두 값의 공통부분이므로 38, 59, 80, 101, 122, ... 이다.
 $\therefore (n+6)$ 을 21로 나눈 나머지 = 2

17. 세 변의 길이가 각각 66 m, 84 m, 78 m 인 삼각형 모양의 목장이 있다. 이 목장의 가장자리를 따라 일정한 간격으로 향나무를 심으려고 한다. 세 모퉁이는 반드시 향나무를 심어야 하며 나무의 개수는 될 수 있는 한 적게 하려고 할 때, 향나무를 최소한 몇 그루를 준비해야 하는지 고르면?
- ① 6 그루 ② 18 그루 ③ 24 그루
④ 38 그루 ⑤ 41 그루

해설

66, 84, 78 의 최대공약수는 6 이므로
나무의 수는
 $(66 \div 6) + (84 \div 6) + (78 \div 6) = 11 + 14 + 13$
 $= 38$ (그루)

18. 서울에서 세 개의 도시로 버스가 각각 10 분, 15 분, 12 분마다 출발한다고 한다. 오전 8 시 20 분에 이 세 방면으로 버스가 동시에 출발했다면 그 후에 세 버스가 동시에 출발하는 시간은?
- ① 오전 9 시 ② 오전 10 시 40 분
③ 오후 1 시 10 분 ④ 오후 2 시
⑤ 오후 2 시 20 분

해설

버스가 동시에 출발하는 간격은 10, 12, 15 의 최소공배수 60 (분)이다.
즉, 1 시간 간격이므로 매시 20 분에 동시에 출발하므로 오후 2 시 20분이다.

19. 세 자연수 2, 5, 8 의 어느 것으로 나누어도 1 이 남는 가장 작은 자연수를 구하면?

① 2

② 16

③ 21

④ 41

⑤ 80

해설

구하는 수는 (2, 5, 8 의 공배수)+1 인 수 중 가장 작은 자연수이다. 2, 5, 8 의 최소공배수는 40 이다.

$$\therefore 40 + 1 = 41$$

20. 두 수의 곱이 504 이고 최소공배수가 168 일 때, 이 두 자연수의 최대 공약수는?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

(두 수의 곱)=(최대공약수) $\times$ (최소공배수) 이므로
 $504 = (\text{최대공약수}) \times 168$
최대공약수는 3 이다.

21. 두 분수 $\frac{115}{n}, \frac{92}{n}$ 를 자연수로 만드는 자연수 n 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

▷ 정답 : 23

해설

$\frac{115}{n}, \frac{92}{n}$ 를 자연수로 만드는 n 은 115와 92의 공약수이다. 따라서 자연수 n 은 115와 92의 최대공약수인 23의 약수 1, 23이다.

22. $\frac{35}{6}$, $\frac{10}{3}$, $\frac{5}{9}$ 의 어느 것과 곱하여도 자연수가 되는 분수 중 가장 작은 분수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{18}{5}$

해설

$$\frac{(6, 3, 9 \text{의 최소공배수})}{(35, 10, 5 \text{의 최대공약수})} = \frac{18}{5}$$

23. 옛날부터 우리나라에는 십간(☰☷)과 십이지(☰☷☷)를 이용하여 매해에 이름을 붙였다. 십간과 십이지를 차례대로 짝지으면 다음과 같이 그 해의 이름을 만들 수 있다. 다음 표에서 알 수 있듯이 2011년은 신묘년이다. 다음 중 신묘년이 아닌 해는?

정	무	기	경	신	임	계	갑
축	인	묘	진	사	오	미	신
정축	무인	기묘	경진	신사	임오	계미	갑신
1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004
을	병	정	무	기	경	신	
유	술	해	자	축	인	묘	
을유	병술	정해	무자	기축	경인	신묘	
2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	

- ① 1831년
- ② 1881년
- ③ 1951년
- ④ 2071년
- ⑤ 2131년

해설

십간(☰☷)의 10가지와 십이지(☰☷☷)의 12가지를 계속 돌아가면서 조합이 이루어지므로 같은 이름의 년도는 60년 만에 한 번씩 돌아오게 된다. 따라서 2011년이 신묘년이면 1831년, 1891년, 1951년, 2071년, 2131년도 신묘년이다.

24. 민수는 15 층 아파트에서 살고 있는데, 엘리베이터가 자주 고장이 난다. 어느 날 엘리베이터 입구에 '약수의 개수가 1 개 또는 3 개 이상인 층에서만 탑니다.' 라는 문구가 적혀 있었을 때, 엘리베이터가 서는 층은 모두 몇 개인가?

① 5 개 ② 6 개 ③ 7 개 ④ 8 개 ⑤ 9 개

해설

약수의 개수가 1 개인 수는 1 뿐이다. 약수가 3 개 이상인 수는 합성수이므로 15 층 아래에 있는 합성수는 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15로 8 개이다. 따라서 약수의 개수가 1 개 또는 3 개 이상인 수는 모두 9 개이다.

25. 45에 어떤 자연수를 곱하여 어떤 수의 제곱이 되게 하려고 한다. 곱해야 할 가장 작은 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$45 = 3^2 \times 5$
따라서 제곱이 되려면 5를 곱해야 한다.

26. I, M, O 는 $I \times M \times O = 2001$ 을 만족하는 서로 다른 자연수이다. 이 때, $I + M + O$ 의 최댓값은?

- ① 23 ② 55 ③ 99 ④ 111 ⑤ 671

해설

$2001 = 3 \times 23 \times 29$ 이고, 합의 최댓값을 구하므로, I, M, O 는 1, 3, 667 이 된다.

27. 360의 약수의 개수와 $2^3 \times 3^a \times 5^b$ 의 약수의 개수가 같을 때, $a+b$ 의 값은? (단, a, b 는 자연수)

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$ 이므로 약수의 개수가 같기 위해서는 $a = 2$, $b = 1$ 또는 $a = 1, b = 2$ 이다.

$\therefore a + b = 3$

28. 세 수 $12, 18, a$ 의 최소공배수가 396 일 때, a 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 11

해설

$12 = 2^2 \times 3$, $18 = 2 \times 3^2$, $396 = 2^2 \times 3^2 \times 11$ 이므로,
 a 값이 될 수 있는 수는 $2^x \times 3^y \times 11$ (x, y 는 0 또는 1 또는 2)
이며,
최솟값을 가질 때는 x, y 가 0 일 때이므로 a 의 최솟값은 11 이다.

29. 남자 98 명, 여자 84 명인 어떤 모임에서 조 대항 장기 자랑을 하려고 한다. 조별 인원수가 같고 각 조에 속한 남녀의 비가 같도록 조를 짤 때, 최대한 만들 수 있는 조를 구하여라.

▶ 답: 개

▶ 정답 : 14 개

해설

잘 수 있는 조의 수를 x 라 할 때,

$$98 = x \times \square, 84 = x \times \Delta$$

x 는 98 과 84 의 최대공약수

$$98 = 7^2 \times 2, 84 = 2^2 \times 3 \times 7$$

$$\therefore x = 2 \times 7 = 14(\text{개})$$

30. 몇 명의 학생들에게 바나나 45 개, 귤 56 개, 자두 77 개를 똑같이 나누어 줄 때, 바나나는 3 개가 모자라고, 귤과 자두는 각각 2 개, 5 개가 남는다. 이때, 학생 수는 몇 명인지 구하여라.

▶ 답: 명

▶ 정답 : 6 명

해설

바나나 45 개를 나누면 3 개가 모자르다. : $(45 + 3)$ 개를 나누면 나누어 떨어지다

굴 56 개를 나누면 2 개가 남는다. : (56-2) 개를 나누면 나누어 떨어진다.

자두 77 개를 나누면 5 개가 남는다. : $(77 - 5)$ 개를 나누면

다두어 떨어진다.

이러한 수는 48, 54, 72 의 공약수이다. 그런데 77 개를 나누면 5 개가 남았으므로 학생 수는 5 명보다는 많아야 한다.

따라서 구하는 학생 수는 5 보다 큰 48, 54, 72의 최대공약수는 6
이므로 6의 약수 중 5보다 큰 수는 6뿐이므로 학생 수는 6명이다.

이것 6의 약수 중 5보다 큰 수는 6뿐이므로 역행 수는 6명이다.

31. 가로와 세로의 길이가 각각 4cm, 12cm, 8cm인 직육면체 모양의 나무토막이 여러 개 있다. 이것을 빈틈없이 쌓아서 될 수 있는 대로 가장 작은 정육면체 모양을 만들려고 할 때, 필요한 나무토막의 개수는?

① 24개 ② 36개 ③ 48개 ④ 60개 ⑤ 72개

해설

4, 12, 8의 최소공배수는 24이므로
(필요한 나무토막의 개수)
 $= (24 \div 4) \times (24 \div 12) \times (24 \div 8)$
 $= 6 \times 2 \times 3 = 36(\text{개})$

- 32.** 1 부터 50 까지의 자연수를 다음과 같이 연속하는 세 개의 수씩 묶어 차례로 늘어놓았다. (1, 2, 3), (2, 3, 4), (3, 4, 5), $\dots$, (48, 49, 50) 일 때, 세 수의 합이 12 의 배수인 묶음의 수를 구하여라.

▶ 답: 개

▶ 정답 : 12 개

해설

묶음의 합은 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, $\dots$, 147 이다.
 이 중 12 의 배수는 12, 24, 36, $\dots$, 144 이므로
 가운데 수가 4 의 배수가 되면 묶음의 합은 12 의 배수가 된다.
 따라서, $49 = 4 \times 12 + 1$ 에서 12 개이다.

33. 90보다 작은 자연수 x 에 대하여, x 를 17로 나눈 몫이 k 이면 나머지도 k 가 되는 수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 4 개

해설

x 를 17로 나눈 몫이 k 이면 나머지도 k 가 되는 수는 $17k+k=18k$ 로 쓸 수 있다.

따라서 90보다 작은 수 중 18의 배수가 되는 수는 18, 36, 54, 72이다.

$$\therefore n(B) = 4$$

34. 다섯 자리의 수 5[]142 은 2 의 배수이면서 3 의 배수이다.

[] 안에 알맞은 숫자를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

▷ 정답 : 3

▷ 정답 : 6

▷ 정답 : 9

해설

2 의 배수이면서 3 의 배수인 수는 50142, 53142, 56142, 59142 이다.

35. 200 의 소인수들의 합은?

① 6

② 7

③ 10

④ 12

⑤ 15

해설

$200 = 2^3 \times 5^2$ 이므로 소인수는 2, 5 이다.

$\therefore 2 + 5 = 7$

36. 2 와 5 를 소인수로 가지는 어떤 자연수 n 에 대하여 $2n$ 의 약수의 개수는 25 개, $5n$ 의 약수의 개수는 24 개이다. 이 때, $100n$ 의 약수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 42 개

해설

$n = 2^a \times 5^b$ 이라 두면,
 $2n = 2^{a+1} \times 5^b \rightarrow (a+2) \times (b+1) = 25$
 $5n = 2^a \times 5^{b+1} \rightarrow (a+1) \times (b+2) = 24$
 $\rightarrow a = 3, b = 4$,
 $100n = 2^{3+2} \times 5^{4+2}$,
 $\therefore 100n$ 의 약수의 개수 $= 6 \times 7 = 42$ (개)

37. $n \times 5^2 \times 7^4$ 의 약수의 개수가 105 개일 때, n 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 64

해설

약수의 개수는 각 인수에 1 을 더한 값의 곱이므로,
 $n = a^k$ 라 두면,
 $(k + 1) \times 3 \times 5 = 105$
 $\rightarrow k + 1 = 7, k = 6$
 $\therefore n$ 의 최솟값 $= 2^6 = 64$

38. 24와 k 의 공약수가 1, 2, 4일 때, k 가 될 수 있는 70보다 작은 자연수를 모두 구하여라.

- ▶ 답 :
- ▶ 답 :
- ▶ 답 :
- ▶ 답 :
- ▶ 답 :
- ▶ 답 :

- ▷ 정답 : 4
- ▷ 정답 : 20
- ▷ 정답 : 28
- ▷ 정답 : 44
- ▷ 정답 : 52
- ▷ 정답 : 68

해설

24의 약수가 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24이고 k 의 약수는 1, 2, 4, ... 이다.
() 안에 들어갈 수 있는 자연수는 70 이하 4의 배수 중 3, 6, 8, 12, 24의 배수를 제외한 수이다.
∴ 4, 20, 28, 44, 52, 68

39. 두 자연수 a, b 는 곱이 4200 이고 합이 145 이다. $a - b$ 를 각각 구하여라.(단, $a > b$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 65

해설

두 자연수 a, b 를 각각 $a = GA, b = GB$ 라 하면,
 $ab = G^2AB = 4200, a + b = G(A + B) = 145$ 이므로
 $G = 5, AB = 168, A + B = 29$ 이다.
따라서 $A = 21, B = 8$ 이므로 $a = 5 \times 21 = 105, b = 5 \times 8 = 40$ 이고, $a - b = 65$ 이다.

40. 자연수 n 과 48 의 최대공약수가 12 이고 $(n+45)$ 가 13 의 배수일 때, n 의 값을 구하여라.(단, 자연수 n 은 세자리 자연수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 228

해설

$n = 12 \times a$, $48 = 12 \times 4$ 이므로 a 는 2 의 배수가 아니다.
 $n + 45 = 13b$ 에서 $12a + 45 = 13b$
 $12a + 6 + 39 = 13b$, $12a + 6 = 13b - 39$
 $6(2a + 1) = 13(b - 3)$ 이므로
 $2a + 1$ 은 13 의 배수이어야 한다.
 $2a + 1 = 13k$, $a = \frac{13k - 1}{2}$
 $k = 1, 2, 3, 4 \dots$ 을 대입하고, a 는 짝수가 아니므로 $a = 19$ 이다.
따라서 n 은 $19 \times 12 = 228$ 이다.