1. 다항식 $f(x)$를 두 일차식 $x-1$, $x-2$로 나눌 때의 나머지는 각각 2, 1이다. 이때, $f(x)$를 x^2-3x+2로 나눌 때 나머지는?

① $x+3$ ② $-x+3$ ③ $x-3$

④ $-x-3$ ⑤ $-x+1$

해설

$f(x)$를 $x-1$, $x-2$로 나눈 나머지는 각각 $2, 1$이므로
$f(1)=2, f(2)=1$, 구하는 나머지를 $ax+b$라 하자.

$$\begin{aligned} f(x) &= (x^2-3x+2)Q(x)+ax+b \\ &= (x-1)(x-2)Q(x)+ax+b \end{aligned}$$

양변에 각각 $x=1$, $x=2$를 대입하면
$f(1)=a+b=2$, $f(2)=2a+b=1$
두 식을 연립하여 구하면 $a=-1, b=3$
$\therefore$구하는 나머지는 $-x+3$

2. 다음 $\square$ 안에 알맞은 수를 차례대로 써 넣어라.

$$(x^3+4x^2+3x-2) \div (\square x^2+\square x+\square) = x+2$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

▷ 정답 : 2

▷ 정답 : -1

해설

$\square x^2+\square x+\square = A$라 하면

$(x^3+4x^2+3x-2) \div A = x+2$

$\therefore\ A = (x^3+4x^2+3x-2) \div (x+2)$

$\therefore\ A = x^2+2x-1$이므로

$\square$안에 알맞은 수는 차례대로 1, 2, -1이다.

3. 다음 중에서 겉넓이가 22, 모든 모서리의 길이의 합이 24인 직육면체의 대각선의 길이는?

① $\sqrt{11}$ ② $\sqrt{12}$

③ $\sqrt{13}$ ④ $\sqrt{14}$

⑤ 유일하지 않다.

해설

겉넓이 : $2xy + 2xz + 2yz = 22$

모서리 : $4x + 4y + 4z = 24$

대각선 : $d^2 = x^2 + y^2 + z^2$ $\therefore\ d = \sqrt{14}$

$= (x+y+z)^2 - 2(xy+yz+zx)$

$= 6^2 - 22 = 14$

4. $2x^2+xy-3y^2+5x+5y+2$를 인수분해 하면$(x+ay+b)(2x+cy+d)$ 이다. 이 때, $a+b+c+d$의 값을 구하여라.

▶ **답 :**

▷ **정답 :** 5

해설

$$\begin{aligned}&2x^2+xy-3y^2+5x+5y+2\\&=2x^2+(y+5)x-3y^2+5y+2\\&=2x^2+(y+5)x-(y-2)(3y+1)\\&=\{x-(y-2)\}\{2x+(3y+1)\}\\&=(x-y+2)(2x+3y+1)\\&\therefore\ a=-1,b=2,c=3,d=1\end{aligned}$$

5. 두 이차식의 $x^2+ax+2b$, $x^2+bx+2a$ 최대공약수가 일차식일 때 $a+b$ 의 값은?

① 0 ② 2 ③ -2 ④ 4 ⑤ 9

해설

일차식은 최대공약수를 $x-\alpha$ 라 놓으면
두 다항식은 각각 $x-\alpha$ 로 나누어 떨어지므로
$\alpha^2+a\alpha+2b=0 \cdots$ ㉠
$\alpha^2+b\alpha+2a=0 \cdots$ ㉡
㉠ − ㉡ 하면 $(a-b)\alpha-2(a-b)=0$
$\therefore\ (a-b)(\alpha-2)=0$
$a=b$ 이면 두 다항식이 같게 되어 조건이 어긋난다.
따라서 $\alpha=2$ 일 때 이 값을 ㉠에 대입하면
$\therefore\ a+b=-2$

6. 두 다항식 A, B 의 최대공약수 G 를 $A \bigcirc B$, 최소공배수 L 을 $A \bigstar B$ 로 나타내기로 할 때, 다음 계산 과정의 (가), (나), (다) 에 알맞은 것을 순서대로 적은 것은?

$A = aG$, $B = bG$ (a, b 는 서로소)
$A^2 \bigcirc AB =$ [(가)], $A^2 \bigcirc B^2 =$ [(나)]
$\therefore \left(A^2 \bigcirc AB\right) \bigstar \left(A^2 \bigcirc B^2\right) =$ [(다)]

① A, G^2, A ② aG^2, G, A ③ A, AB, AG
④ aG^2, G^2, AG ⑤ G, G, AB

해설

(가) $= A^2 \bigcirc AB =$(G^2a^2 과 G^2ab 의 최대공약수)
$= aG^2$
(나) $= A^2 \bigcirc B^2 =$(G^2a^2과G^2b^2 의 최대공약수)
$= G^2$
(다) $= \left(A^2 \bigcirc AB\right) \bigstar \left(A^2 \bigcirc B^2\right)$
$=$ ((가) 와 (나) 의 최소공배수) $= aG^2 = AG$

7. $y = kx^2 + (1-2k)x + k - 1$의 그래프는 k에 관계없이 항상 한 정점 A를 지난다. B의 좌표를 B$(b, 1)$라 할 때, $\overline{\mathrm{AB}}$의 길이가 $\sqrt{2}$가 되도록 하는 b의 값들의 합을 구하면?

① 1　　② 2　　③ -2　　④ -3　　⑤ -1

해설

(i) 준식을 k에 관하여 정리하면

$(x^2 - 2x + 1)k + (x - y - 1) = 0$

이 식이 k의 값에 관계없이 성립할 조건은

$x^2 - 2x + 1 = 0,\ x - y - 1 = 0$

$\therefore\ x = 1,\ y = 0$

$\therefore\ A(1, 0)$

(ii) A$(1, 0)$, B$(b, 1)$에서

$\overline{\mathrm{AB}} = \sqrt{2}$이므로

$\overline{\mathrm{AB}} = \sqrt{(b-1)^2 + (1-0)^2} = \sqrt{2}$

$b^2 - 2b = 0,\quad b(b-2) = 0 \quad \therefore\ b = 0,\ 2$

$\therefore\ b$의 값들의 합은 2

8. 두 다항식 x^2+3x+p, x^2+px+q의 최소공배수가 $x^3-13x+12$일 때, $p+q$의 값은?

① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

해설

$x^3-13x+12=(x-1)(x-3)(x+4)$ 두 다항식의 곱이 4차식이고 최소공배수가 3차식이므로 최대공약수는 1차식이다.
$(\because\ AB=GL)$

ⅰ) G.C.M. $=x-1$이면 $p=-4,\ q=3$
이 때 두 식은 $(x-1)(x+4)$, $(x-1)(x-3)$이므로 조건에 맞는다.

ⅱ) G.C.M. $=x-3$이면 $p=-18,\ q=45$
이 때 두 식은 $(x-3)(x+6)$, $(x-3)(x-15)$이므로 조건에 맞지 않는다.

ⅲ) G.C.M. $=x+4$일 때도 ⅱ)와 같음

ⅰ), ⅱ), ⅲ)에서 $p+q=-1$

9. $x+y+z=0$, $x^2+y^2+z^2=4$일 때, $x^4+y^4+z^4$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$(x+y+z)^2 = x^2+y^2+z^2+2(xy+yz+zx)$

$0 = 4+2(xy+yz+zx)$

$\therefore \ xy+yz+zx = -2$

$(xy+yz+zx)^2$

$= x^2y^2+y^2z^2+z^2x^2+2(xy^2z+xyz^2+x^2yz)$

$= x^2y^2+y^2z^2+z^2x^2+2xyz(x+y+z)$

$4 = x^2y^2+y^2z^2+z^2x^2+0$

$\therefore \ x^2y^2+y^2z^2+z^2x^2 = 4$

$(x^2+y^2+z^2)^2 = x^4+y^4+z^4+2(x^2y^2+y^2z^2+z^2x^2)$

$16 = x^4+y^4+z^4+2\cdot 4$

$\therefore \ x^4+y^4+z^4 = 8$

10. 자연수 n에 대하여 다항식 $f(x)=x^n(x^2+ax+b)$를 $(x-2)^2$으로 나눈 나머지가 $2^n(x-2)$일 때, $f(x)$를 $x-3$으로 나눈 나머지는?

① $2\cdot 3^n$ ② 3^n ③ 3^{n+1} ④ $4\cdot 3^n$ ⑤ $3^2 n$

해설

$x^n(x^2+ax+b)=(x-2)^2 Q(x)+2^n(x-2)$

$x^n\left(x^2+ax+b\right)=x^n(x-2)(x+\alpha)$이라 하면

$x^n(x-2)(x+\alpha)$

$=(x-2)\left\{(x-2)Q(x)+2^n\right\}$

$\therefore x^n(x+\alpha)=(x-2)Q(x)+2^n$

양변에 $x=2$를 대입하면

$2^n(2+\alpha)=2^n$

$2+a=1$

$\therefore \alpha=-1$

$x^2+ax+b=(x-1)(x-2)$

$\therefore\ a=-3, b=2$

$f(x)=x^n\left(x^2-3x+2\right)$이므로

$$\begin{aligned} f(3) &= 3^n(9-9+2) \\ &= 2\times 3^n \end{aligned}$$