

1. 다음 중 10 이하의 2 의 배수의 집합을 원소나열법으로 바르게 나타낸 것은?

① {2, 4, 6}

② {2, 4, 6, 8}

③ {2, 4, 6, 8, 10}

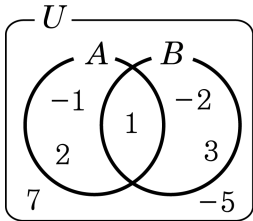
④ {2, 4, 6, 8, 10, 12}

⑤ {2, 4, 5, 6, 8, 10}

해설

10 이하의 2 의 배수이므로 {2, 4, 6, 8, 10} 이다.

2. 다음 벤 다이어그램을 보고, $A^c \cap B$ 의 원소들의 합을 구하여라.



① 1

② 2

③ 3

④ -1

⑤ -2

해설

$B - A$ 를 나타낸 것이므로 $(-2) + 3 = 1$

3. 다음 두 집합 C, D 의 합집합의 원소의 개수를 구하여라.

$$C = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$$

$$D = \{1, 3, 5, 7, 9\}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$$C = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$$

$$C \cup D = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 12\}$$

$$\therefore n(C \cup D) = 9$$

4. 실수 x, y 가 $x^2 + y^2 = 5$ 를 만족할 때, $x + 2y$ 의 최댓값 M , 최솟값 m 의 합 $M + m$ 을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

코시-슈바르츠의 부등식에 의해

$$(1^2 + 2^2)(x^2 + y^2) \geq (x + 2y)^2$$

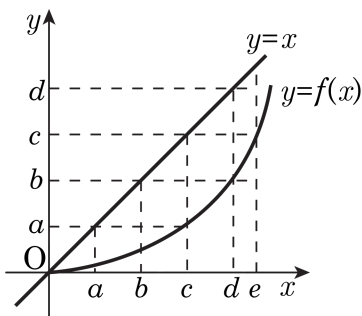
$$(x + 2y)^2 \leq 5 \cdot 5$$

$$\therefore -5 \leq x + 2y \leq 5 \text{ 이므로}$$

$$x + 2y \text{의 최댓값 } M = 5, \text{ 최솟값 } m = -5$$

$$\therefore M + n = 5 + (-5) = 0$$

5. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 직선 $y = x$ 의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, $(f \circ f)^{-1}(a)$ 의 값은 얼마인가?



① a

② b

③ c

④ d

⑤ e

해설

$$(f \circ f)^{-1}(a) = (f^{-1} \circ f^{-1})(a)$$

$$= f^{-1}(f^{-1}(a)) \dots \textcircled{\Gamma}$$

$f^{-1}(a) = m$ 으로 놓으면 $f(m) = a$ 이고,

그래프에서 $f(c) = a$ 이므로 $m = c$

$$\therefore f^{-1}(a) = c$$

이 때, $\textcircled{\Gamma}$ 에서

$$(f \circ f)^{-1}(a) = f^{-1}(f^{-1}(a)) = f^{-1}(c) \dots \textcircled{\Delta}$$

또, $f^{-1}(c) = n$ 으로 놓으면 $f(n) = c$ 이고

그래프에서 $f(e) = c$ 이므로 $n = e$

$$\therefore f^{-1}(c) = e$$

따라서, $\textcircled{\Delta}$ 에서

$$(f \circ f)^{-1}(a) = f^{-1}(f^{-1}(a)) = f^{-1}(c) = e$$

6. 다음 중 $\sqrt{8} + \sqrt{18}$ 을 바르게 계산한 것은?

① $\sqrt{26}$

② $2(\sqrt{2} + \sqrt{3})$

③ 7

④ $5\sqrt{2}$

⑤ $2\sqrt{13}$

해설

$$\sqrt{8} + \sqrt{18} = 2\sqrt{2} + 3\sqrt{2} = 5\sqrt{2}$$

7. $\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$ 을 계산하면 $a+b\sqrt{c}$ 가 된다. 이때, $a+b+c$ 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$$\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} = \frac{(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})} = 5-2\sqrt{6}$$

$$a=5, b=-2, c=6$$

$$\therefore a+b+c=9$$

8. $x = 2 + \sqrt{3}$, $y = 2 - \sqrt{3}$ 일 때, $\frac{x}{y} + \frac{y}{x}$ 의 값은?

①

14

② 16

③ 18

④ 20

⑤ 22

해설

$x = 2 + \sqrt{3}$, $y = 2 - \sqrt{3}$ 일 때,

$$xy = 4 - 3 = 1, \quad x + y = 4$$

$$\frac{x}{y} + \frac{y}{x} = \frac{x^2 + y^2}{xy} = \frac{14}{1} = 14$$

$$(\because x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy)$$

9. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A \subset B$ 일 때, 다음 중 항상 성립한다고 할 수 없는 것은? (단, $U \neq \emptyset$)

① $A \cup B = B$

② $A \cap B = A$

③ $A - B = \emptyset$

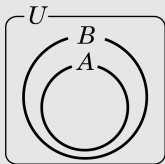
④ $B^c \subset A^c$

⑤ $(A \cup B) - (A \cap B) = B$

해설

$A \subset B$ 이므로 ①, ②, ③, ④ : 참

⑤ : $(A \cup B) - (A \cap B) = B - A$



10. 집합 $X = \{a, b, c, d, e, f\}$ 의 부분집합 중에서 $\{a, c, f\}$ 와 서로소인 집합의 개수는?

① 1개

② 2개

③ 4개

④ 8개

⑤ 16개

해설

$$2^{6-3} = 2^3 = 8(\text{개})$$

11. 다음 (가), (나)에 들어갈 말을 알맞게 나열한 것은?

- $1 < x \leq 3$ 은 $x > -2$ 이기 위한 (가) 조건이다.
- $2x = 4$ 는 $x^2 - 4x + 4 = 0$ 이기 위한 (나) 조건이다.

① 필요, 필요

② 필요, 충분

③ 충분, 충분

④ 충분, 필요

⑤ 충분, 필요충분

해설

$$P = \{x \mid 1 < x \leq 3\},$$

$$Q = \{x \mid x > -2\} \text{ 라고 하면}$$

$$P \subset Q, \quad \therefore \text{충분조건}$$

$$R = \{x \mid 2x = 4\} = \{2\},$$

$$S = \{x \mid x^2 - 4x + 4 = 0\} = \{2\} \text{ 라고 하면}$$

$$R = S, \quad \therefore \text{필요충분조건}$$

12. 한 개의 주사위를 던질 때, 짝수의 눈이 나오거나 소수의 눈이 나오는 경우의 수를 구하시오.

▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 5 가지

해설

짝수의 눈 : 2, 4, 6 (3 가지)

소수의 눈 : 2, 3, 5 (3 가지)

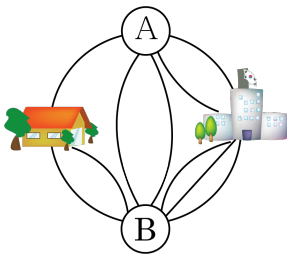
짝수이면서 소수인 눈 : 2 (1 가지)

따라서 짝수 또는 소수의 눈이 나오는 경우의 수는

$$3 + 3 - 1 = 5 \text{ 이다.}$$

∴ 5 가지

13. 집과 학교 사이에는 그림과 같이 길이 놓여 있을 때, 집에서 학교로 가는 방법의 수는? (단, 같은 지점을 두 번 지나지 않는다.)

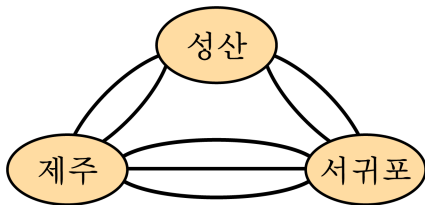


- ① 22 ② 34 ③ 47 ④ 54 ⑤ 66

해설

- (1) 집 $\rightarrow A \rightarrow$ 학교 : $1 \times 2 = 2$
 (2) 집 $\rightarrow B \rightarrow$ 학교 : $2 \times 3 = 6$
 (3) 집 $\rightarrow A \rightarrow B \rightarrow$ 학교 : $1 \times 2 \times 3 = 6$
 (4) 집 $\rightarrow B \rightarrow A \rightarrow$ 학교 : $2 \times 2 \times 2 = 8$
 $\therefore 2 + 6 + 6 + 8 = 22$

14. 다음 그림과 같이 제주와 성산을 잇는 길은 2 개, 성산과 서귀포를 잇는 길은 2 개가 있고, 제주와 서귀포를 잇는 길은 3 개가 있다. 제주에서 서귀포로 갔다가 다시 제주로 돌아올 때, 갈 때는 성산을 거치고, 올 때는 성산을 거치지 않고 오는 방법의 수는?



① 6

② 8

③ 9

④ 12

⑤ 15

해설

$$(2 \times 2) \times 3 = 12$$

∴ 12 가지

15. 1, 2, 3 으로 만들 수 있는 세 자리의 자연수는 27개가 있다. 이 중에서 다음 규칙을 만족시키는 세 자리의 자연수의 개수를 구하여라.

(가) 1 바로 다음에는 3 이다.

(나) 2 바로 다음에는 1 또는 3 이다.

(다) 3 바로 다음에는 1, 2 또는 3 이다.

▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 13가지

해설

조건에 맞는 세 자리수는 131, 132, 133, 213, 231, 232, 233, 313, 321, 323, 331, 332, 333 이므로 13 가지이다.

16. 빨강, 주황, 노랑, 초록, 파랑, 남색, 보라의 7가지 색 중에서 4가지를 뽑아 그림을 색칠하려고 한다. 초록은 제외하고 노랑은 포함하여 뽑는 경우의 수를 구하여라.



답:

가지



정답: 10가지

해설

부분집합에서 집합의 개수를 구할 때처럼 초록과 노랑을 제외한 5개의 색 중에 3개를 뽑는 경우
이므로 ${}_5C_3 = 10$

17. 0, 1, 2, 3, 4, 5의 6개의 숫자 중에서 서로 다른 4개를 택하여 만들 수 있는 네 자리의 정수의 개수는?

① 120

② 240

③ 300

④ 360

⑤ 400

해설

0 이 포함되는 것과 안 되는 것을 구별하여 구한다.

1) 0 이 포함되는 것 : ${}_5C_3 \times 3 \times 3 \times 2 \times 1 = 180$

2) 0 이 포함되지 않는 것 : ${}_5P_4 = 120$

$\therefore 180 + 120 = 300$

18. 다음 글을 읽고, 예진의 친구들 중 키가 150 cm 이상이고, 몸무게가 50 kg 이 안되는 친구는 모두 몇 명인지 구하여라.

성모 : 친구들 중에 키가 150 cm 이상인 친구와 몸무게가 50 kg 이상인 친구는 각각 몇 명이니?

예진 : 키가 150 cm 이상인 친구는 8 명이고, 몸무게가 50 kg 이상인 친구는 6 명이야.

성모 : 키가 150 cm 이상이고 몸무게가 50 kg 이상인 친구는 몇 명이야?

예진 : 5 명이야. 그럼 내 친구들 중에 키 150 cm 이상에 50 kg 이 안되는 친구는 모두 몇 명일까?

성모 : 명

▶ 답 :

▶ 정답 : 3

해설

성모의 친구 중 키가 150 cm 이상인 친구는 8 명, 몸무게가 50 kg 이상인 친구는 6 명이다.

따라서 예진의 친구 중 키만 150 cm 이상인 친구는 키가 150 cm 이상인 친구 8 명 중에서 몸무게가 50 kg 이상인 친구 5 명을 제외한 3 명이다.

19. $\frac{x+3}{(x+1)(x+2)} = \frac{a}{x+1} + \frac{b}{x+2}$ 을 만족할 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

$$\begin{aligned}\frac{x+3}{(x+1)(x+2)} &= \frac{a}{x+1} + \frac{b}{x+2} \\ &= \frac{(a+b)x + 2a + b}{(x+1)(x+2)}\end{aligned}$$

$$a+b=1, 2a+b=3$$

$$\therefore a=2, b=-1$$

$$\therefore a^2 + b^2 = 2^2 + (-1)^2 = 5$$

20. 100 원짜리 1 개, 50 원짜리 2 개, 10 원짜리 3 개가 있다. 일부 또는 전부를 사용하여 거스름돈 없이 지불할 때, 지불 방법의 수와 지불할 수 있는 금액의 수의 합을 구하여라.

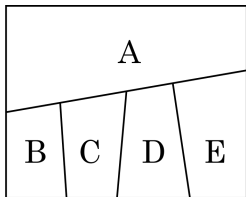
▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 42 가지

해설

- ① 100 원짜리 동전을 0 개, 1 개 사용할 수 있다. 2 가지
50 원짜리 동전을 0, 1, 2 개 사용할 수 있다. 3 가지
10 원짜리 동전을 0, 1, 2, 3 개 사용할 수 있다. 4 가지
따라서 지불 방법의 수는 $2 \times 3 \times 4 = 24$ 인데 이 중에서 0 개를 사용하는 것은 지불하는 것이 아니므로 제외하면 23 가지의 지불 방법 수가 있다.
- ② 100 원짜리 동전을 50 원짜리 동전으로 교환하면 50 원짜리 동전이 4 개, 10 원짜리 동전이 3 개인 상황에서 지불 금액의 수는 $5 \times 4 = 20$ 가지 인데 이 중에서 서로 사용하지 않는 경우를 제외하면 19 가지이다.
- ①, ②에서 구하는 지불 방법의 수와 지불할 수 있는 금액의 수의 합은 $23 + 19 = 42$

21. 그림의 A, B, C, D, E 5 개의 영역을 빨강, 노랑, 파랑, 검정, 주황의 색 연필로 칠하려고 한다. 같은 색을 중복하여 사용해도 좋으나 인접하는 영역은 서로 다른 색으로 칠할 때, 칠하는 경우의 수는?



① 120

② 150

③ 180

④ 360

⑤ 540

해설

A 를 먼저 칠할 때 선택할 수 있는 방법은 5 가지이다. 그 다음 B를 칠할 때 선택할 수 있는 방법은 4 가지 이고 나머지는 모두 3 가지씩 선택 할 수 있다.

$$\therefore 5 \times 4 \times 3 \times 3 \times 3 = 540$$

22. *april*의 5개의 문자를 일렬로 나열할 때, p , r , l 은 이 순서로 나열하는 방법의 수는?

① 20

② 24

③ 30

④ 60

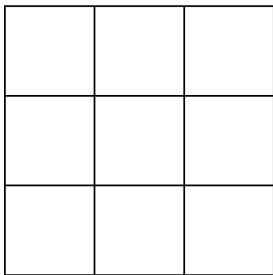
⑤ 120

해설

5 개의 문자를 나열한 후 p , r , l 을 나열하는 방법의 수로 나눈다.

$$\therefore \frac{5!}{3!} = 20$$

23. 다음 그림과 같이 가로선과 세로선이 같은 간격을 이루며 수직으로 만난다. 이들로 이루어지는 정사각형이 아닌 직사각형은 몇 개인가?



- ① 16 개 ② 20 개 ③ 22 개 ④ 28 개 ⑤ 32 개

해설

만들 수 있는 사각형 전체에서 정사각형의 개수를 뺀다.

$${}_4C_2 \times {}_4C_2 - (9 + 4 + 1) = 22$$

24. 다음 집합 중에서 무한집합인 것을 모두 고르면?

① $\{x \mid x \text{는 } 5 \text{의 배수}\}$

② $\{x \mid x \text{는 } 100 \text{이하의 홀수}\}$

③ $\{x \mid x \text{는 } x \geq 5 \text{인 수}\}$

④ $\{x \mid x \text{는 } 0 < x < 1 \text{인 분수}\}$

⑤ $\{x \mid x \text{는 } 6 < x < 7 \text{인 자연수}\}$

해설

① $\{5, 10, 15, 20, \dots\}$ 무한집합

② $\{1, 3, 5, 7, \dots, 97, 99\}$ 유한집합

③ $\{5, 6, 7, 8, \dots\}$ 무한집합

④ $\left\{\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots\right\}$ 무한집합

⑤ 공집합

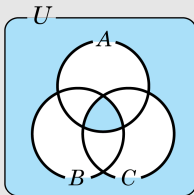
25. 전체집합 $U = \{x|x\text{는 } 20 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 세 부분집합
 $A = \{x|x\text{는 } 20 \text{ 이하의 } 3\text{의 배수}\}$,
 $B = \{x|x\text{는 } 20 \text{ 이하의 } 4\text{의 배수}\}$,
 $C = \{1, 2, 5, 7, 11, 12\}$ 에 대하여 $A\Delta B = (A \cap B) \cup (A \cup B)^c$ 일 때,
 $n((A\Delta B) \cap (A\Delta C))$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$(A\Delta B) \cap (A\Delta C)$ 를 벤 다이어그램에 나타내면 다음과 같다.



$$n(A \cap B \cap C) = 1, n((A \cup B \cup C)^c) = 5$$

$$\therefore n((A\Delta B) \cap (A\Delta C)) = 1 + 5 = 6$$