

1. 다음 보기의 식 중 옳은 것을 모두 골라라.

보기

㉠ $a^2 \times a^2 \times a^3 = a^{12}$

㉡ $y^2 \times z^3 \times y^3 = y^5 z^3$

㉢ $a^3 \times b^2 \times a^2 \times b^2 = a^6 b^4$

㉤ $x \times x^3 \times y^2 \times y^5 \times z^5 = x^4 y^7 z^5$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉡

▶ 정답 : ㉤

해설

㉠ $a^2 \times a^2 \times a^3 = a^{2+2+3} = a^7$

㉡ $y^2 \times z^3 \times y^3 = y^5 z^3$

㉢ $a^3 \times b^2 \times a^2 \times b^2 = a^{3+2} b^{2+2} = a^5 b^4$

㉤ $x \times x^3 \times y^2 \times y^5 \times z^5 = x^{1+3} y^{2+5} z^5 = x^4 y^7 z^5$

2. $\left(-\frac{y^5}{x^2}\right)^4$ 을 간단히 하면?

① $\frac{y^8}{x^{20}}$

② $\frac{y^{20}}{x^8}$

③ $\frac{y^{20}}{x^5}$

④ $\frac{y^{18}}{x^8}$

⑤ $\frac{y^{10}}{x^4}$

해설

$$\left(-\frac{y^5}{x^2}\right)^4 = (-1)^4 \times \frac{y^{5 \times 4}}{x^{2 \times 4}} = \frac{y^{20}}{x^8}$$

3. $4^3 \div 16 \times (-2)^2 = 2^x$ 에서 x 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$4^3 \div 16 \times (-2)^2 = (2^2)^3 \div 2^4 \times 2^2 = 2^{6-4+2} = 2^4$$

4. $81^{3a-2} = (3^2)^{6a} \div 3^b = 3^4$ 라 할 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$(3^4)^{3a-2} = 3^{12a-8} = 3^4 \text{ 에서}$$

$$12a - 8 = 4$$

$$\therefore a = 1$$

$$(3^2)^{6a} \div 3^b = 3^{12a-b} = 3^4 \text{ 에서}$$

$$12 - b = 4$$

$$\therefore b = 8$$

따라서 $ab = 1 \times 8 = 8$ 이다.

5. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $2^2 \times 2^5 = 2^{10}$

㉡ $(3^2)^3 = 3^5$

㉢ $\left(\frac{3}{2}\right)^5 = \frac{3^5}{10}$

㉣ $(-5)^6 = 5^6$

㉤ $4^2 = 2^4$

① ㉠, ㉡

② ㉡, ㉢

③ ㉢, ㉣

④ ㉣, ㉤

⑤ ㉠, ㉣

해설

㉠ $2^2 \times 2^5 = 2^7$,

㉡ $(3^2)^3 = 3^6$,

㉢ $\left(\frac{3}{2}\right)^5 = \frac{3^5}{2^5}$

6. $3^x + 3^x + 3^x$ 을 간단히 나타내면?

① 3^{x+1}

② 3^{3x}

③ 27^x

④ 3^{x+2}

⑤ 3^{x+3}

해설

$$3 \times 3^x = 3^{x+1}$$

7. 5^5 을 25번 더하여 얻은 값을 5의 거듭제곱으로 나타낸 것은?

① $5^5 + 25$

② $5^5 \times 25$

③ 5^7

④ $(5^5)^2$

⑤ $(5^5)^{25}$

해설

$$5^5 \times 25 = 5^5 \times 5^2 = 5^7$$

8. $a = 25^x$ 일 때, 625^x 을 a 에 관한 식으로 나타내면?

① a

② a^2

③ a^3

④ a^4

⑤ a^5

해설

$$a = 25^x = (5^2)^x = 5^{2x}$$

$$625^x = (5^4)^x = 5^{4x} = (5^{2x})^2 = a^2$$

9. $5^{x+3} = 5^x \times \square$ 에서 $\square$ 의 값은?

① 25

② 5

③ 625

④ 125

⑤ 75

해설

$$5^{x+3} = 5^x \times 5^3$$

10. $a^2 \times b^x \times a^y \times b^3 = a^6 b^8$ 일 때, $x + y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$$a^2 \times b^x \times a^y \times b^3 = a^{2+y} b^{x+3} = a^6 b^8$$

$$2 + y = 6, x + 3 = 8$$

$x = 5, y = 4$ 이므로 $x + y = 9$ 이다.

11. 자연수 n 이 홀수일 때, 다음 식의 값은?

$$(-1)^n \times (-1)^{n+1} \times (-1)^{n+2} \times (-1)^{2n} \times (-1)^{2n+1}$$

①

-1

② 0

③ 1

④ -2

⑤ -3

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (-1)^{n+n+1+n+2+2n+2n+1} \\&= (-1)^{7n+4} \\&= -1 \quad (\because n \text{은 홀수})\end{aligned}$$

12. $3^{12} = 81^x$ 일 때, x 의 값을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$3^{12} = (3^4)^x = 3^{4x}$$

$$\therefore x = 3$$

13. $a = 3$ 일 때, $(a^a)^{(a^a)} = 3^x$ 이다. x 의 값은?

① 3

② 9

③ 27

④ 81

⑤ 243

해설

$a = 3$ 을 대입하면

$$(3^3)^{(3^3)} = (3^3)^{27} = 3^{81}$$

$$\therefore x = 81$$

14. 다음 결과 중 옳은 것은?

① $a^2 \times a^4 = a^8$

② $(a^2)^3 \times (b^2)^2 = a^5b^4$

③ $(a^3)^2 \times a^2 \times (b^3)^2 = a^8b^6$

④ $(a^4)^2 \times (b^3)^2 \times b^2 = a^6b^7$

⑤ $2(a^2)^5 \times a^4 \times \frac{1}{2}b^3 = a^{11}b^3$

해설

① $a^2 \times a^4 = a^6$

② $(a^2)^3 \times (b^2)^2 = a^6b^4$

③ $(a^3)^2 \times a^2 \times (b^3)^2 = a^{6+2}b^6 = a^8b^6$

④ $(a^4)^2 \times (b^3)^2 \times b^2 = a^8b^{6+2} = a^8b^8$

⑤ $2(a^2)^5 \times a^4 \times \frac{1}{2}b^3 = a^{10+4}b^3 = a^{14}b^3$

15. $x - y = 2$ 이고 $a = 2^{3x}$, $b = 2^{3y}$ 일 때, $\frac{a}{b}$ 의 값은?

① 8

② 16

③ 32

④ 64

⑤ 128

해설

$$\frac{a}{b} = 2^{3x-3y} = 2^{3(x-y)} = 2^{3 \times 2} = 2^6 = 64$$

16. 다음 중 $a^5 \div a^2 \div a$ 와 계산 결과가 같은 것은?

① $a^5 \div (a^2 \div a)$

② $a^5 \div (a^2 \times a)$

③ $a^5 \times (a^2 \div a)$

④ $a^5 \div a^2 \times a$

⑤ $a^5 \times a^2 \div a$

해설

$$a^5 \div a^2 \div a = a^{5-2-1} = a^2 \text{ 이므로 } a^5 \div (a^2 \times a) \text{ 이다.}$$

17. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $a^6 \div a^3 = a^3$

② $b^6 \div b^{12} = \frac{1}{b^2}$

③ $a^8 \div a^2 \div a^2 = a^4$

④ $c^9 \div c^{10} = \frac{1}{c}$

⑤ $y^2 \div y^3 \times y^5 = y^4$

해설

① $a^6 \div a^3 = a^{6-3} = a^3$

② $b^6 \div b^{12} = b^{6-12} = b^{-6} = \frac{1}{b^6}$

③ $a^8 \div a^2 \div a^2 = a^{8-2-2} = a^4$

④ $c^9 \div c^{10} = c^{9-10} = c^{-1} = \frac{1}{c}$

⑤ $y^2 \div y^3 \times y^5 = y^{2-3+5} = y^4$

18. $(x^5)^4 \div (x^3)^4 \div (x^2)^2$ 을 간단히 하면?

① x^3

② x^4

③ x^5

④ x^6

⑤ x^7

해설

$$x^{20} \div x^{12} \div x^4 = x^{20-12-4} = x^4$$

19. $64^4 \div 8^5$ 을 간단히 하면?

① 2^8

② 2^9

③ 2^{10}

④ 2^{11}

⑤ 2^{12}

해설

$$(2^6)^4 \div (2^3)^5 = 2^{24-15} = 2^9$$

20. $(x^a)^4 = x^{16} \div x^a \div x$ 일 때, a 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$x^{4a} = x^{16-a-1} = x^{15-a}, \quad 4a = 15 - a$$

$$\therefore a = 3$$

21. $(3x^a)^b = 81x^{12}$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

$$3^b = 81 = 3^4, b = 4$$

$$x^{ab} = x^{12}$$

$$ab = 12$$

$$a = 3$$

$$\therefore a + b = 7$$

22. $(-2a^2b^2c)^3 = xa^6b^yc^z$ 일 때, $x + y + z$ 의 값은?

① -3

② -2

③ -1

④ 1

⑤ 2

해설

$$(-2a^2b^2c)^3 = -8a^6b^6c^3$$

$$x = -8, y = 6, z = 3$$

$$\therefore x + y + z = -8 + 6 + 3 = 1$$

23. $(x^2y^az^b)^c = x^6y^{12}z^3$ 일 때, $a + b + c$ 의 값은?

① 7

② 8

③ 9

④ 10

⑤ 11

해설

$$(x^2y^az^b)^c = x^{2c}y^{ac}z^{bc} = x^6y^{12}z^3$$

$$2c = 6, \quad ac = 12, \quad bc = 3$$

$$c = 3, \quad a = 4, \quad b = 1$$

$$\therefore a + b + c = 8$$

24. 다음 중 옳은 것을 고르면?

① $(-3x^3)^2 = -3x^5$

② $(-2^2x^4y)^3 = 32x^7y^3$

③ $(2a^2)^4 = 16a^6$

④ $\left(-\frac{a^2}{b^4}\right)^2 = \frac{a^4}{b^8}$

⑤ $\left(-\frac{3y^2}{x}\right)^3 = -\frac{27y^5}{x^4}$

해설

① $(-3x^3)^2 = (-3)^2x^6 = 9x^6$

② $(-2^2x^4y)^3 = (-2^2)^3x^{12}y^3 = -64x^{12}y^3$

③ $(2a^2)^4 = 16a^8$

④ $\left(-\frac{a^2}{b^4}\right)^2 = \frac{a^4}{b^8}$

⑤ $\left(-\frac{3y^2}{x}\right)^3 = -\frac{27y^6}{x^3}$

25. 다음 등식이 성립할 때, $x + y + z$ 의 값을 구하여라.

$$\left(\frac{a^3 b^y c^2}{2a^x} \right)^3 = za^6 b^{12} c^6$$

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{41}{8}$

해설

$$\frac{a^9 b^{3y} c^6}{8a^{3x}} = za^6 b^{12} c^6$$

$$z = \frac{1}{8}, y = 4, x = 1$$

$$\therefore x + y + z = \frac{41}{8}$$

26. $5^2 + 5^2 + 5^2 + 5^2 + 5^2 + 5^2 + 5^2$ 을 계산하면?

① $(5^2)^7$

② $(5^7)^2$

③ 5×7^2

④ $(5 \times 7)^2$

⑤ 7×5^2

해설

$5^2 = x$ 라 하면 $x \times 7 = 7x$ 이다.

$7x$ 에 x 의 값 5^2 을 대입하면 7×5^2 이다.

27. $3^{2x} + 3^{2x} + 3^{2x}$ 을 간단히 나타내면?

① 3^{x+1}

② 3^{3x}

③ 27^x

④ 3^{2x+1}

⑤ 3^{3x+1}

해설

$$3 \times 3^{2x} = 3^{2x+1}$$

28. 다음 중 계산 결과가 나머지 넷과 다른 하나는?

① $(a^3)^2 \div a^2$

② $a^2 \times a^2$

③ $a \times a^3$

④ $a^2 + a^2 + a^2 + a^2$

⑤ $\frac{1}{2}a^2(a^2 + a^2)$

해설

④ $a^2 + a^2 + a^2 + a^2 = 4a^2$ 이고 ①, ②, ③, ⑤는 a^4 이므로 다른 하나는 ④이다.

29. $3^4 = x$ 라 할 때, $3^4 + 3^6 - 3^5$ 을 x 에 관한 식으로 나타내어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $7x$

해설

$$3^4 + (3^4 \times 3^2) - (3^4 \times 3) = x + 9x - 3x = 7x$$

30. $x = 5^3$ 라 할 때, $5^5 - 5^4 + 5^3$ 을 x 에 관한 식으로 나타낸 것은?

① $6x$

② $10x$

③ $21x$

④ $25x$

⑤ $31x$

해설

$$\begin{aligned} 5^5 - 5^4 + 5^3 &= 5^3 \times 5^2 - 5^3 \times 5 + 5^3 \\ &= 25x - 5x + x = 21x \end{aligned}$$

31. $A = 2^{x-3}$, $B = 3^{x+1}$ 일 때, $\frac{8^x}{9^x}$ 를 A, B 에 관한 식으로 나타내면?

① $\frac{4606}{B^2}A^3$

② $\frac{4607}{B^2}A^3$

③ $\frac{4608}{B^2}A^3$

④ $\frac{4609}{B^2}A^3$

⑤ $\frac{4610}{B^2}A^3$

해설

$$A = 2^{x-3} = 2^x \div 8 \text{ 이므로 } 2^x = 8A$$

$$B = 3^{x+1} = 3^x \times 3 \text{ 이므로 } 3^x = \frac{B}{3}$$

$$\begin{aligned}\frac{8^x}{9^x} &= \frac{(2^x)^3}{(3^x)^2} = \frac{(8A)^3}{\left(\frac{B}{3}\right)^2} \\ &= \frac{3^2 \times 2^9 \times A^3}{\frac{B^2}{3}} \\ &= \frac{4608A^3}{B^2}\end{aligned}$$

32. $a = 3^{x+1}$ 일 때, 81^x 을 a 에 관한 식으로 바르게 나타낸 것은?

- ① $\frac{a}{3}$ ② $\frac{a^2}{9}$ ③ $\frac{a^3}{27}$ ④ $\frac{a^4}{81}$ ⑤ $\frac{a^5}{243}$

해설

$$a = 3^{x+1}, a = 3 \cdot 3^x, 3^x = \frac{a}{3},$$

$$81^x = (3^4)^x = (3^x)^4 = \left(\frac{a}{3}\right)^4 = \frac{a^4}{81}$$

33. $a = 25^x$ 일 때, 625^x 을 a 에 관한 식으로 나타내면?

① a

② a^2

③ a^3

④ a^4

⑤ a^5

해설

$$a = 25^x = (5^2)^x = 5^{2x},$$

$$625^x = (5^4)^x = 5^{4x} = (5^{2x})^2 = a^2$$

34. $2^7 \times 5^4$ 이 n 자리의 자연수일 때, n 의 값은?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

$2 \times 5 = 10$ 이므로

$$2^7 \times 5^4 = 2^3 \times 2^4 \times 5^4 = 2^3 \times 10^4 = 8 \times 10000$$

따라서 5 자리의 자연수이다.

35. $2^9 \times 3 \times 5^{12}$ 이 n 자리의 자연수 일 때, n 의 값을 구하면?

① 11

② 12

③ 13

④ 14

⑤ 15

해설

$2 \times 5 = 10$ 이므로

$$3 \times 5^3 \times (2 \times 5)^9 = 375 \times 10^9$$

$$\therefore n = 12$$

36. $2^{13} \times 5^{15}$ 이 n 자리의 자연수일 때, n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$$\begin{aligned} 2^{13} \times 5^{15} &= 2^{13} \times 5^{13} \times 5^2 \\ &= (2 \times 5)^{13} \times 5^2 \\ &= 25 \times 10^{13} \end{aligned}$$

따라서 15자리의 수이므로 $n = 15$ 이다.

37. $125^{x+2} = \left(\frac{1}{5}\right)^{2x-11}$ 일 때, x 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$(5^3)^{x+2} = 5^{-2x+11}$$

$$3(x+2) = -2x+11$$

$$3x+6 = -2x+11$$

$$\therefore x = 1$$

38. $27^{x-2} = \left(\frac{1}{3}\right)^{x-6}$ 일 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$(3^3)^{x-2} = 3^{-x+6}$$

$$\text{지수 : } 3x - 6 = -x + 6, 4x = 12, x = 3$$

39. $2^{x+2} + 2^x = 160$ 일 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$2^{x+2} + 2^x = 5 \times 2^x = 160$$

$$2^x = 32 = 2^5$$

$$\therefore x = 5$$

40. $\frac{9^{2x-3}}{3^{x+2}} = 81$ 일 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$\frac{9^{2x-3}}{3^{x+2}} = \frac{3^{4x-6}}{3^{x+2}} = 3^{3x-8} = 81 = 3^4$$

$$\therefore 3x - 8 = 4, \quad x = 4$$

41. n 이 자연수일 때, $(-1)^{2n+1} \times (-1)^{2n} \times (-1)^{2n-1}$ 을 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$2n + 1$, $2n - 1$ 은 홀수, $2n$ 은 짝수 이다.

$$\begin{aligned}\therefore (\text{준식}) &= (-1)^{2n+1+2n+2n-1} \\ &= (-1)^{6n} = 1 (\because n \text{은 자연수})\end{aligned}$$

42. 다음 보기 중 가장 큰 수를 골라라.

보기

㉠ $3 \times 2^2 \times 3^2$

㉡ $5^2 \times 3^3$

㉢ $2^3 \times 3^2 \times 7$

㉣ $3^2 \times (2^2)^3$

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉡

해설

㉠ $3 \times 2^2 \times 3^2 = 3^3 \times 2^2 = 27 \times 4 = 108$

㉡ $5^2 \times 3^3 = 25 \times 27 = 675$

㉢ $2^3 \times 3^2 \times 7 = 8 \times 9 \times 7 = 504$

㉣ $3^2 \times (2^2)^3 = 9 \times 2^6 = 9 \times 64 = 576$

따라서 가장 큰 수는 ㉡이다.

43. $X = 2^a$ 일 때, $K(X) = a$ 로 정한다. 이때, $K(2^{4(m-2)} \div 4^{2m-6})$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$2^{4(m-2)} \div 4^{2m-6} = 2^a$$

$$2^{4m-8} \div 2^{2(2m-6)} = 2^{4m-8-4m+12} = 2^4$$

$$\therefore a = 4$$

44. $(-27)^3 \div (-3)^n = 3^4$ 일 때, n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$(-3)^9 \div (-3)^n = 3^4$$

$$9 - n = 4$$

$$\therefore n = 5$$

45. $(2^a \times 3^b \times 5^c)^m = 2^8 \times 3^{12} \times 5^{20}$ 일 때, m 의 최댓값을 구하여라. (단, a, b, c, m 은 자연수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$(2^a \times 3^b \times 5^c)^m = 2^8 \times 3^{12} \times 5^{20}$$

$$2^{am} \times 3^{bm} \times 5^{cm} = 2^8 \times 3^{12} \times 5^{20}$$

$$am = 8, \quad bm = 12, \quad cm = 20$$

모두 자연수의 곱이므로 8, 12, 20 의 공약수가 곱해질 수 있다.

m 의 최댓값은 4 이다.

46. $\left(\frac{-5x^a}{y}\right)^b = \frac{-125x^9}{y^{3c}}$ 일 때, $a + b - c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$\left(\frac{-5x^a}{y}\right)^b = \frac{(-1)^b 5^b x^{ab}}{y^b} = \frac{-125x^9}{y^{3c}}$$

$$5^b = 125, \quad b = 3$$

$$x^{3a} = x^9, \quad a = 3$$

$$b = 3c = 3, \quad c = 1$$

$$\therefore a + b - c = 3 + 3 - 1 = 5$$

47. $(-1) + (-1)^2 + (-1)^3 + \cdots + (-1)^{2009} + (-1)^{2010}$ 의 값은?

① -2009

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2010

해설

$$(-1) = -1, (-1)^2 = 1, (-1)^3 = -1, (-1)^4 = 1 \cdots (-1)^{2009} = -1, (-1)^{2010} = 1$$

$$\begin{aligned} \therefore & (-1) + (-1)^2 + (-1)^3 + \cdots + (-1)^{2009} + (-1)^{2010} \\ &= (-1 + 1) + (-1 + 1) + \cdots + (-1 + 1) + (-1 + 1) \\ &= 0 \end{aligned}$$

48. $2^3 = x$ 일 때, 32^6 을 x 의 거듭제곱으로 바르게 나타낸 것은?

① x^2

② x^4

③ x^6

④ x^8

⑤ x^{10}

해설

$$32^6 = (2^5)^6 = 2^{30} = (2^3)^{10} = x^{10}$$

49. 3^x 의 일의 자리의 숫자가 1, 3^y 의 일의 자리의 숫자가 3 일 때, $81^x \div 9^y$ 의 일의 자리의 숫자를 구하면? (단, x, y 는 $x > y$ 인 자연수)

① 1

② 3

③ 9

④ 7

⑤ 2

해설

3^k (k 는 자연수) 의 일의 자리는

3, 9, 7, 1, 3, 9, 7, 1, ...

$$\therefore x = 4k_1, y = 4k_2 - 3$$

(단, $k_2 \leq k_1$, k_1, k_2 는 자연수이다.)

$$\begin{aligned} 81^x \div 9^y &= 3^{4x-2y} \\ &= 3^{16k_1-8k_2+6} \\ &= 3^{2(8k_1-4k_2+3)} \\ &= 9^{8k_1-4k_2+3} \end{aligned}$$

9^k (k 는 자연수) 의 일의 자리는 9, 1, 9, 1, ...

k_1, k_2 가 자연수이므로 $8k_1, 4k_2$ 는 짝수이다.

따라서 $8k_1 - 4k_2 + 3$ 은 홀수이므로

$81^x \div 9^y$ 의 일의 자리는 9 이다.

50. 등식 $x^{3x} = x^{2x+4}$ 가 성립하는 자연수 x 의 값을 구하여 모두 합하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$x^{3x} = x^{2x+4}$ 에서

(1) 밑이 같으면 지수가 같아야 등호가 성립하므로 $3x = 2x + 4$, $\therefore x = 4$

(2) 1 의 거듭제곱은 지수와 관계없이 항상 1 이므로 등호가 성립한다.

즉, $x = 1$ 일 때, $1^3 = 1^6$ 이므로 항상 성립한다. $\therefore x = 1$

따라서 주어진 식을 만족하는 x 의 값을 모두 더하면 $4 + 1 = 5$ 이다.