

1. 부등식 $|x - 1| + |x + 2| < 9$ 를 만족하는 정수 x 의 개수는?

① 4개

② 5개

③ 6개

④ 7개

⑤ 8개

해설

(i) $x < -2$ 일 때

$$-(x - 1) - (x + 2) < 9$$

$$-x + 1 - x - 2 < 9, x > -5$$

$$\therefore -5 < x < 2$$

(ii) $-2 \leq x < 1$ 일 때

$$-(x + 1) + x + 2 < 9, -x + 1 + x + 2 < 9$$

$0 \cdot x < 6$ 이므로 $-2 \leq x < 1$ 인 범위의 모든 x 는 주어진 부등식의 해가 된다.

$$\therefore -2 \leq x < 1$$

(iii) $x \geq 1$ 일 때,

$$(x - 1) + (x + 2) < 9, x < 4$$

$$\therefore 1 \leq x < 4$$

(i), (ii), (iii)에서 해는 $-5 < x < 4$

따라서 정수는 8개

2. 부등식 $|2x - 1| \geq 3$ 을 풀면?

① $x \leq -1$ 또는 $x \geq 1$

② $x \leq -1$ 또는 $x \geq 2$

③ $x \leq -2$ 또는 $x \geq 2$

④ $x < 1$ 또는 $x > 2$

⑤ $x \leq 1$ 또는 $x > 2$

해설

$|2x - 1| \geq 3$ 에서

$2x - 1 \leq -3$ 또는 $2x - 1 \geq 3$ 정리하면 $x \leq -1$ 또는 $x \geq 2$

3. 이차부등식 $x^2 - 2x - 8 < 0$ 의 해가 $a < x < b$ 일 때, $b - a$ 의 값은?

① 6

② 7

③ 8

④ 9

⑤ 10

해설

$$x^2 - 2x - 8 < 0 \text{ 에서 } (x - 4)(x + 2) < 0$$

$$\therefore -2 < x < 4$$

$$b - a = 6$$

4. 이차함수의 그래프를 이용하여 이차부등식 $x^2 + x - 6 > 0$ 을 풀면?

① $x < -3$ 또는 $x > 2$

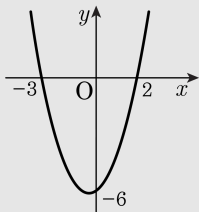
② $x < -2$ 또는 $x > 3$

③ $x < -1$ 또는 $x > 4$

④ $x < 0$ 또는 $x > 5$

⑤ $x < 1$ 또는 $x > 6$

해설



이차방정식 $x^2 + x - 6 = 0$ 에서 $(x + 3)(x - 2) = 0$

$\therefore x = -3$ 또는 $x = 2$

$f(x) = x^2 + x - 6$ 으로 놓으면 $y = f(x)$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같고

이차부등식 $f(x) > 0$ 의 해는 $x < -3$ 또는 $x > 2$

5. 다음 연립부등식의 해를 구하여라.

$$\begin{cases} 2x - 4 > 0 \\ 2x^2 - 3x + 1 > 0 \end{cases}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $x > 2$

해설

부등식 $2x - 4 > 0$ 에서

$$x > 2 \cdots \cdots \textcircled{1}$$

부등식 $2x^2 - 3x + 1 > 0$ 에서

$$(2x - 1)(x - 1) > 0$$

$$\therefore x > 1 \quad \text{또는} \quad x < \frac{1}{2} \cdots \cdots \textcircled{2}$$

따라서, 구하는 해는 ①과 ②를
동시에 만족하는 x 의 값이므로

$$\therefore x > 2$$

6. 연립부등식 $\begin{cases} x-1 > 2x-3 \\ x^2 \leq x+2 \end{cases}$ 의 해는?

① $x \leq -1$

② $-1 \leq x < 1$

③ $-1 \leq x < 2$

④ $1 < x < 2$

⑤ $2 \leq x < 4$

해설

$x-1 > 2x-3$ 에서 $-x > -2$

$\therefore x < 2 \cdots (가)$

$x^2 \leq x+2$ 에서 $x^2 - x - 2 \leq 0$

$\therefore -1 \leq x \leq 2 \cdots (나)$

따라서 (가), (나)의 공통 범위를 구하면

$-1 \leq x < 2$ 이다.

7. 연립부등식 $\begin{cases} x^2 - 4x - 5 \leq 0 \\ 2x^2 - 5x < 3 \end{cases}$ 의 해 중에서

정수인 것의 개수는?

① 0 개

② 1 개

③ 2 개

④ 3 개

⑤ 4 개

해설

$$x^2 - 4x - 5 \leq 0 \iff (x+1)(x-5) \leq 0$$

$$\therefore -1 \leq x \leq 5 \dots\dots \textcircled{\text{㉠}}$$

$$2x^2 - 5x < 3 \iff 2x^2 - 5x - 3 < 0$$

$$\iff (2x+1)(x-3) < 0$$

$$\therefore -\frac{1}{2} < x < 3 \dots\dots \textcircled{\text{㉡}}$$

$$\textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉡}} \text{의 공통 범위는 } -\frac{1}{2} < x < 3$$

따라서, 정수인 것은 0, 1, 2로 3 개다.

8. 연립부등식 $\begin{cases} x^2 - 9 < 0 \\ x^2 - 2x - 8 \geq 0 \end{cases}$ 을 풀면?

① $-3 < x < 3$

② $-3 < x \leq -2$

③ $-3 < x \leq 2$

④ $-2 < x \leq 2$

⑤ $-1 < x \leq -2$

해설

$$\begin{cases} x^2 - 9 < 0 & \dots (가) \\ x^2 - 2x - 8 \geq 0 & \dots (나) \end{cases}$$

(가)에서 $(x+3)(x-3) < 0$

$\therefore -3 < x < 3$

(나)에서 $(x+2)(x-4) \geq 0$

$\therefore x \leq -2$ 또는 $x \geq 4$

따라서 공통 범위를 구하면

$-3 < x \leq -2$

9. 양의 실수 a 에 대하여 $-x^2+7x-10 \geq 0$ 의 모든 해가 $x^2-4ax+3a^2 \leq 0$ 을 만족할 때, a 의 값의 범위는?

① $\frac{1}{3} \leq a \leq 2$

② $\frac{2}{3} \leq a \leq 2$

③ $\frac{5}{3} \leq a \leq 2$

④ $\frac{5}{3} \leq a \leq 5$

⑤ $2 \leq a \leq 5$

해설

$$-x^2 + 7x - 10 \geq 0$$

$$x^2 - 7x + 10 \leq 0$$

$$(x-2)(x-5) \leq 0$$

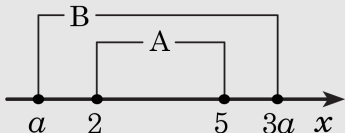
$$2 \leq x \leq 5$$

$$x^2 - 4ax + 3a^2 \leq 0$$

$$(x-a)(x-3a) \leq 0$$

$$a \leq x \leq 3a (\because a > 0)$$

㉠의 모든 해가 ㉡에 포함되므로



따라서 $a \leq 2$, $3a \geq 5$ 이므로 $\frac{5}{3} \leq a \leq 2$

10. 부등식 $2|x+2| + |x-2| < 6$ 을 만족하는 정수 x 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 2 개

해설

i) $x < -2$ 일 때

$$-2(x+2) - (x-2) < 6, \quad x > -\frac{8}{3}$$

$$\text{공통부분은 } -\frac{8}{3} < x < -2$$

ii) $-2 \leq x < 2$ 일 때

$$2(x+2) - (x-2) < 6, \quad x < 0$$

$$\text{공통부분은 } -2 \leq x < 0$$

iii) $x \geq 2$ 일 때

$$2(x+2) + (x-2) < 6, \quad x < \frac{4}{3}$$

$$\text{공통부분은 없음}$$

$$\text{i), ii), iii)을 모두 합하면 } -\frac{8}{3} < x < 0$$

정수 x : $-2, -1$ (2개)

11. 부등식 $|x + 1| < 1 + |2 - x|$ 을 풀어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x < 1$

해설

$|x + 1| < 1 + |2 - x|$ 에서

i) $x < -1$ 일 때,

$$-(x + 1) < 1 + (2 - x)$$

$\therefore -1 < 3$ 이므로 성립

$$\therefore x < -1$$

ii) $-1 \leq x < 2$ 일 때,

$$x + 1 < 1 + 2 - x$$

$$\therefore 2x < 2$$

$$\therefore x < 1$$

조건과 공통 범위를 구하면 $-1 \leq x < 1$

iii) $x \geq 2$ 일 때,

$$x + 1 < 1 - (2 - x)$$

$\therefore 1 < -1$ 이므로 모순

i), ii), iii)에서 구하는 부등식의 해는 $x < 1$

12. 이차부등식 $[x]^2 + [x] - 12 \leq 0$ 의 해가 $a \leq x < b$ 일 때, $a + b$ 의 값은?
(단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$[x]^2 + [x] - 12 \leq 0 \text{에서}$$

$$([x] + 4)([x] - 3) \leq 0$$

$$\therefore -4 \leq [x] \leq 3$$

$$x = -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$$

$$\therefore -4 \leq x < 4$$

따라서 $a = -4$, $b = 4$ 이므로 $a + b = 0$ 이다

13. 모든 실수 x 에 대하여 $x^2 + px + p$ 가 -3 보다 항상 크기 위한 정수 p 의 최댓값을 구하면?

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$x^2 + px + p > -3$$

$$x^2 + px + (p + 3) > 0$$

$$D = p^2 - 4(p + 3) = p^2 - 4p - 12 < 0$$

$$(p - 6)(p + 2) < 0$$

$$-2 < p < 6$$

∴ 최대정수 : 5

14. 모든 실수 x 에 대해 이차부등식 $x^2 - x(kx - 3) + 3 > 0$ 이 항상 성립하기 위한 정수 k 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 0

해설

주어진 부등식을 정리하면

$$(1 - k)x^2 + 3x + 3 > 0$$

$$D = 3^2 - 4 \times (1 - k) \times 3 < 0$$

$$\therefore k < \frac{3}{12} = 0.25$$

최대 정수 $k = 0$

15. x 에 관한 이차부등식 $x^2 + ax + 2a - 3 > 0$ 이 모든 실수 x 에 대하여 성립하도록 상수 a 의 범위를 구하면 $p < a < q$ 이다. 이 때, pq 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $pq = 12$

해설

$x^2 + ax + 2a - 3 > 0$ 이 항상 성립할 조건은
판별식 이 $D < 0$ 을 만족해야 한다.

$$D = a^2 - 4(2a - 3) < 0$$

$$a^2 - 8a + 12 < 0$$

$$(a - 6)(a - 2) < 0$$

$$2 < a < 6 \quad \therefore p = 2, q = 6$$

$$\therefore pq = 2 \times 6 = 12$$

16. 모든 실수 x 에 대하여 부등식 $(k-2)x^2 + 2(k-2)x + 1 > 0$ 이 성립할 때, 실수 k 값의 범위가 $m \leq k < n$ 이다. $m+n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $m+n=5$

해설

① $k=2$ 일 때 $1 > 0 \therefore$ 성립한다.



아래로 볼록 $(k-2) > 0, k > 2$

③ $\frac{D}{4} < 0$ 에서 $(k-2)^2 - (k-2) < 0$

$(k-2)(k-3) < 0, 2 < k < 3$

①을 만족하거나 ②와 ③을 동시에 만족해야 하므로 $2 \leq k < 3$

$\therefore m=2, n=3, m+n=5$

17. 부등식 $x^2 - kx + 2 > 0$ 이 항상 성립하도록 하는 상수 k 의 범위를 구하면 $a < k < b$ 이다. 이 때, ab 의 값은?

① -10

② -9

③ -8

④ -7

⑤ -6

해설

$x^2 - kx + 2 > 0$ 이 항상 성립하려면
판별식이 실근을 갖지 않을 때이므로

$$D = k^2 - 4 \cdot 2 < 0$$

$$k^2 - 8 < 0, (k - 2\sqrt{2})(k + 2\sqrt{2}) < 0$$

$$\therefore -2\sqrt{2} < k < 2\sqrt{2}$$

따라서 $a = -2\sqrt{2}$, $b = 2\sqrt{2}$ 이므로

$$ab = -2\sqrt{2} \times 2\sqrt{2} = -8$$

18. 부등식 $-x^2 - kx + k < 0$ 이 모든 실수 x 에 대하여 성립하도록 k 의 범위를 정하면 $\alpha < k < \beta$ 이다. 이 때, $\alpha + \beta$ 의 값은?

① -4

② -2

③ 0

④ 2

⑤ 4

해설

$x^2 + kx - k > 0$ 이 모든 x 에 대해서 성립하려면,
판별식이 0보다 작아야 한다

$$D = k^2 + 4k < 0 \text{에서}$$

$$k(k + 4) < 0, -4 < k < 0,$$

$$\alpha = -4, \beta = 0$$

$$\therefore \alpha + \beta = -4$$

19. 이차부등식 $x^2 - 2kx + 2k \leq 0$ 이 해를 갖지 않을 때, 실수 k 값의 범위는?

① $-1 \leq k \leq 0$

② $-2 < k < 0$

③ $0 \leq x \leq 2$

④ $0 < k < 2$

⑤ $k < 0, 또는 k > 2$

해설

주어진 이차부등식이 해를 갖지 않으려면
방정식 $x^2 - 2kx + 2k = 0$ 이 허근을 가져야 하므로

$$\frac{D}{4} = k^2 - 2k < 0, \quad k(k - 2) < 0$$

$$\therefore 0 < k < 2$$

20. 이차부등식 $(k-1)x^2 - 2(k-1)x - 2 > 0$ 이 해를 가지지 않도록 실수 k 의 값의 범위는?

① $-1 < k < 1$

② $-1 \leq k \leq 1$

③ $-1 \leq k < 1$

④ $-2 < k < 1$

⑤ $-2 \leq k \leq 1$

해설

해를 가지지 않으므로 모든 실수 x 에 대하여

$k-1 < 0$ 이고

$(k-1)x^2 - 2(k-1)x - 2 \geq 0$ 이어야 한다.

i) $k-1 < 0$ 에서 $k < 1$

ii) $(k-1)x^2 - 2(k-1)x - 2 = 0$ 의 판별식을

D 라고 하면

$$\frac{D}{4} = (k-1)^2 + 2(k-1) \leq 0, \quad k^2 - 1 \leq 0$$

$$(k+1)(k-1) \leq 0 \quad \therefore -1 \leq k \leq 1$$

i), ii)의 공통 범위를 구하면 $-1 \leq k < 1$

21. 이차방정식 $x^2 - (2k+4)x + 2k^2 + 9 = 0$ 이 실근을 갖도록 k 의 값 또는 범위를 정하면?

① $k < 2$

② $k \leq 2$

③ $k = 2$ 를 제외한 모든 실수

④ $-4 \leq k \leq 5$

⑤ k 의 값은 존재하지 않는다.

해설

실근을 가지려면 판별식이 0보다 크거나 같아야 하므로

$$(k+2)^2 - (2k^2 + 9) \geq 0$$

$$k^2 - 4k + 5 \leq 0$$

$$\text{그런데 } k^2 - 4k + 5 = (k-2)^2 + 1 > 0$$

$\therefore k$ 의 값은 존재하지 않는다

22. x 에 관한 이차부등식 $x^2 - (a - 6)x + a - 3 \leq 0$ 을 만족하는 실수 x 가 존재할 때, 실수 a 의 범위는 ?

① $4 \leq a \leq 12$

② $a \leq 4, a \geq 12$

③ $6 \leq a \leq 8$

④ $a \leq 6, a \geq 8$

⑤ $4 \leq a \leq 8$

해설

$x^2 - (a - 6)x + a - 3 \leq 0$ 의 실수해가 존재하려면

$$D = (a - 6)^2 - 4(a - 3) \geq 0$$

$$a^2 - 16a + 48 \geq 0, (a - 4)(a - 12) \geq 0$$

$$\therefore a \leq 4, a \geq 12$$

23. x 에 대한 이차방정식 $x^2 - 2kx - 2k + 3 = 0$ 이 두 실근을 가지도록 실수 k 의 값의 범위를 정하면?

① $k \leq -3$ 또는 $k \geq 1$

② $-3 \leq k \leq 1$

③ $k = -3$ 또는 $k = 1$

④ $k < -3$ 또는 $k > 1$

⑤ $-3 < k < 1$

해설

두 실근을 갖는다는 것은
서로 다른 두 실근 또는 중근을 갖는다는 것이므로

$$D' = k^2 - (-2k + 3) \geq 0$$

$$k^2 + 2k - 3 \geq 0$$

$$(k + 3)(k - 1) \geq 0$$

$$\therefore k \leq -3 \text{ 또는 } k \geq 1$$

24. 이차함수 $y = x^2 - 4ax + 1$ 의 그래프가 직선 $y = 2x - a$ 의 그래프보다 항상 위쪽에 있도록 하는 상수 a 의 범위를 구하면?

① $a > 0$

② $-\frac{1}{4} < a < 0$

③ $-\frac{1}{4} < a < \frac{3}{4}$

④ $-\frac{3}{4} < a < \frac{1}{4}$

⑤ $-\frac{3}{4} < a < 0$

해설

$$\begin{cases} y = x^2 - 4ax + 1 \\ y = 2x - a \end{cases}$$

근이 존재하지 않아야 하므로

$$2x - a = x^2 - 4ax + 1$$

$$x^2 + (-4a - 2)x + (a + 1) = 0$$

$$D < 0 : (2a + 1)^2 - (a + 1) < 0$$

$$4a^2 + 3a = a(4a + 3) < 0$$

$$\therefore -\frac{3}{4} < a < 0$$

25. 임의의 실수 x 에 대하여 이차함수 $y = x^2 + 2x + 3$ 의 그래프가 항상 직선 $y = kx + 2$ 의 위쪽에 있을 때, 정수 k 의 개수를 구하면?

① 1 개

② 2 개

③ 3 개

④ 4 개

⑤ 5 개

해설

이차함수의 그래프가 항상

직선의 위쪽에 있으므로

$$x^2 + 2x + 3 > kx + 2, x^2 + (2 - k)x + 1 > 0$$

모든 실수 x 에 대하여 성립해야 하므로

$$D = (2 - k)^2 - 4 < 0, k(k - 4) < 0$$

$$\therefore 0 < k < 4$$

따라서 정수 k 는 1, 2, 3 의 3 개이다.