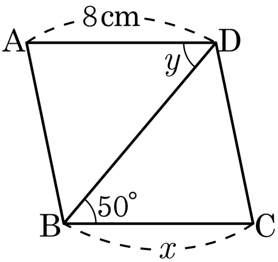
1. 다음 □ABCD가 평행사변형이 될 때, x와 y의 값을 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▶ 답 : ______ °

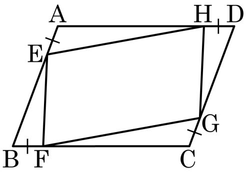
▷ 정답 : $x = 8$ cm

▷ 정답 : $\angle y = 50$ °

해설

$x = 8\text{cm},\ \angle y = 50\,°$

2. □ABCD 가 평행사변형이고, $\overline{AE} = \overline{BF} = \overline{CG} = \overline{DH}$ 일 때, □EFGH 도 평행사변형이다. 다음 중 옳지 않은 것은?

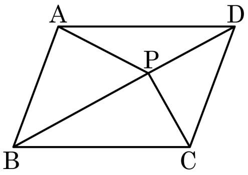


① $\triangle AEH \equiv \triangle CGF$
② $\triangle DGH \equiv \triangle BEF$
③ $\overline{EF} = \overline{HG}$
④ $\overline{EH} = \overline{AH}$
⑤ $\angle EFG = \angle EHG$

해설

$\triangle AEH \equiv \triangle CGF$ (SAS 합동) 이므로 $\overline{EH} = \overline{FG}$
$\triangle DGH \equiv \triangle BEF$ (SAS 합동) 이므로 $\overline{EF} = \overline{HG}$
따라서 □EFGH 는 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같은 평행사변형이다.

3. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 의 내부에 한 점 P 를 잡을 때, $\triangle ABP = 32\text{cm}^2$, $\triangle BCP = 28\text{cm}^2$, $\triangle ADP = 24\text{cm}^2$ 이다. $\triangle CDP$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답: ______ cm^2

▷ 정답: $20\,\text{cm}^2$

해설

점 P 를 지나고 $\overline{AD}$ 와 $\overline{AB}$ 에 평행한 선분을 그으면 $\triangle ABP + \triangle CDP = \triangle APD + \triangle BCP$ 이므로

$\triangle CDP = 24 + 28 - 32 = 20 \ (\text{cm}^2)$

4. 다음 평행사변형 중 직사각형이 될 수 있는 것은?

① 두 대각선이 직교한다.

② 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.

③ 한 쌍의 대변의 길이가 같다.

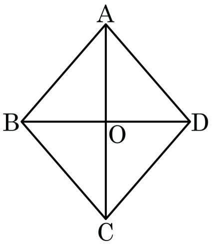
④ 이웃하는 두 내각의 크기가 같다.

⑤ 이웃하는 두 변의 길이가 같다.

해설

직사각형의 성질은 ‘네 내각의 크기가 같다.’이다.

5. 다음 그림의 □ABCD 는 마름모이다. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\overline{AB} = \overline{CD}$

② $\angle A = \angle C$

③ $\overline{BO} = \overline{DO}$

④ $\overline{AC} = \overline{BD}$

⑤ $\overline{AC} \perp \overline{BD}$

해설

① 마름모의 정의
② 평행사변형의 성질
③ 평행사변형의 성질
④ 직사각형의 성질
⑤ 마름모의 성질

6. 평행사변형, 직사각형, 마름모, 정사각형의 관계를 옳게 나타낸 것은?

① 평행사변형은 마름모이다.

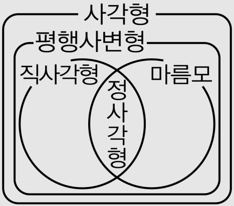
② 정사각형은 평행사변형이다.

③ 직사각형은 마름모이다.

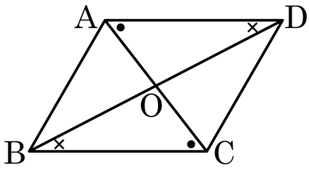
④ 평행사변형은 정사각형이다.

⑤ 평행사변형은 직사각형이다.

해설



7. 다음은 평행사변형의 성질을 증명하는 과정이다. 어떤 성질을 증명한 것인가?



평행사변형 ABCD에 점 B와 점 D, 점 A와 점 C를 이으면
$\overline{AD} = \overline{BC} \cdots$ ㉠
$\angle OAD = \angle OCB$ (엇각) $\cdots$ ㉡
$\angle ODA = \angle OBC$ (엇각) $\cdots$ ㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle OAD \equiv \triangle OCB$(ASA 합동) 이므로
$\overline{OA} = \overline{OC}$, $\overline{OB} = \overline{OD}$

① 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.

② 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.

③ 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.

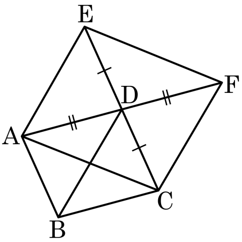
④ 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.

⑤ 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.

해설

평행사변형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분함을 증명하는 과정이다.

8. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 의 넓이가 16 일 때, $\triangle ACF$ 의 넓이는?



① 8 ② 12 ③ 16

④ 32 ⑤ 알 수 없다.

해설

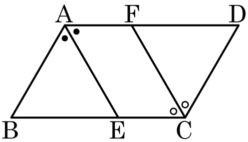
평행사변형 ABCD 에서

$\triangle CDA = \dfrac{1}{2}\square ABCD = 8$

$\square ACFE$ 의 대각선은 서로를 이등분하므로 평행사변형이므로

$\triangle ACF = 2 \times \triangle ACD = 16$ 이다.

9. 다음 그림의 평행사변형ABCD 에서 $\angle A$ 와 $\angle C$ 의 이등분선과 $\overline{BC}$, $\overline{AD}$ 와의 교점을 E, F 라고 할 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

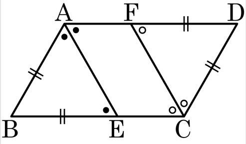


① $\overline{AB} = \overline{DF}$ ② $\angle BEA = \angle DFC$

③ $\overline{AF} = \overline{CE}$ ④ $\overline{AE} = \overline{CF}$

⑤ $\angle AEC = \angle BAD$

해설



$\angle BAD = 2\angle BEA$

$\angle BEA = \angle EAF$(엇각)

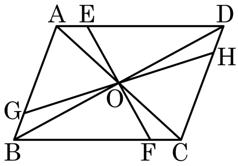
$= \angle BAE$

$\angle AEC = 180° - \angle BEA = 180° - \angle BAE$

따라서 $\angle AEC = \angle BAD$ 인 것은 $\angle BAE = 60°$ 일 때만 성립한다.

그런데 $\angle BAE$는 알 수 없으므로 $\angle AEC \neq \angle BAD$

10. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에 대하여 두 대각선의 교점 P 를 지나는 직선 중 변 AD , 변 BC 가 만나는 점을 각각 E, F 변 AB , 변 DC 가 만나는 점을 각각 G, H 라 할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?



① $\triangle GBP \equiv \triangle HDP$

② $\overline{EP} = \overline{FP}$

③ $\triangle AEP \equiv \triangle CFP$

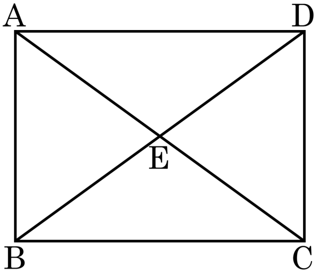
④ $\overline{AE} = \overline{CF}$

⑤ $\triangle APD \equiv \triangle CPD$

해설

$\triangle APD$ 와 $\triangle CPD$ 의 넓이는 같지만 합동은 아니다.

11. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{BE}}=7x-1$, $\overline{\mathrm{ED}}=5x+5$ 일 때, 대각선 AC 의 길이는?



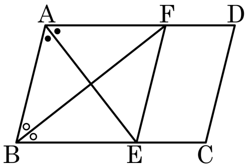
① 38 cm ② 40 cm ③ 42 cm ④ 44 cm ⑤ 46 cm

해설

직사각형은 두 대각선의 길이가 서로 같으므로 $\overline{\mathrm{AC}}=\overline{\mathrm{BD}}$ 이고, $\overline{\mathrm{BE}}=\overline{\mathrm{DE}}$ 이므로

$7x-1=5x+5, 2x=6, x=3$ 이다. 따라서 $\overline{\mathrm{AC}}=2(5\times3+5)=40(\mathrm{cm})$ 이다.

12. 다음 그림의 □ABCD는 평행사변형이다. 점 A, B 의 이등분선이 $\overline{BC}$, $\overline{AD}$ 와 만나는 점을 각각 E, F 라 하고, $\overline{CD} = 7\text{cm}$ 일 때, □ABEF 의 둘레는?



① 25cm ② 26cm ③ 27cm ④ 28cm ⑤ 29cm

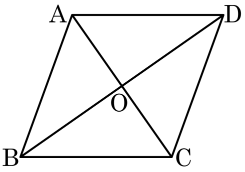
해설

□ABCD는 평행사변형이므로 $2\bullet+2\circ = 180°$ 이고, $\bullet+\circ = 90°$ 이므로 $\overline{AE}\perp\overline{BF}$ 이다.

따라서 □ABEF 는 마름모이다.

$\overline{CD} = \overline{AB} = \overline{EF} = \overline{BE} = \overline{AF} = 7\text{cm}$ 이므로 둘레는 $4\times 7 = 28(\text{cm})$ 이다.

13. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle OAB = \angle OBA = \angle OBC$ 이면 □ABCD 는 어떤 사각형이 되는지 구하여라.



① 사다리꼴 ② 직사각형

③ 정사각형 ④ 마름모

⑤ 평행사변형

해설

□ABCD 는 평행사변형이므로

$\overline{AO} = \overline{CO}$, $\overline{BO} = \overline{DO}$, $\overline{AB} = \overline{DC}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$ 이다.

$\triangle OAB$ 는 이등변삼각형이므로

$\overline{OA} = \overline{OB} \Leftrightarrow \overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC} = \overline{OD}$

→ □ABCD 는 직사각형

$\angle OBA = \angle ODC$ 이므로

$\overline{BC} = \overline{DC} \Leftrightarrow \overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DA}$

→□ABCD 는 마름모

∴ □ABCD 는 직사각형이자 마름모 이므로 정사각형이다.

14. 다음 보기의 사각형 중 등변사다리꼴이 아닌 것은?

보기

㉠ 밑각의 크기가 같은 사다리꼴

㉡ 평행사변형

㉢ 직사각형

㉣ 마름모

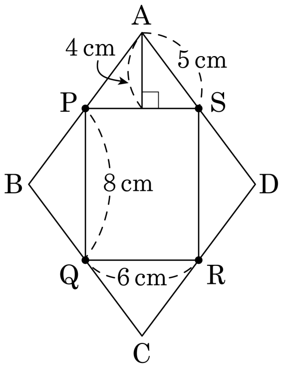
㉤ 정사각형

① ㉠, ㉡ ② ㉡, ㉢ ③ ㉡, ㉣ ④ ㉢, ㉣ ⑤ ㉢, ㉤

해설

등변사다리꼴은 밑각의 크기가 같은 사다리꼴이다.
주어진 사각형 중에 밑각의 크기가 같지 않은 사각형은 평행사변형과 마름모이다.

15. 다음과 같은 마름모 ABCD의 각 변의 중점을 P, Q, R, S이라 할 때, □PQRS의 둘레의 길이를 구하여라.



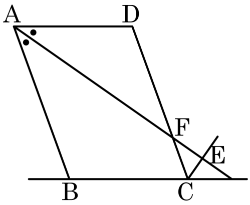
▶ 답 : cm

▷ 정답 : 28 cm

해설

마름모의 중점을 연결하여 만든 사각형은 네 각의 크기가 모두 같으므로 직사각형이 된다.
직사각형은 마주보는 변의 길이가 같으므로
□PQRS의 둘레의 길이는 $2(8+6) = 28(\text{cm})$

16. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle\mathrm{A}$ 의 내각의 이등분선과 $\angle\mathrm{C}$ 의 외각의 이등분선의 교점을 E 라고 할 때, $\angle\mathrm{AEC}=$ ( )$^\circ$ 이다. ( )안에 알맞은 수를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 90

해설

$\angle\mathrm{BAE}=a$

$\angle\mathrm{DCE}=b$ 라 하면

$\angle\mathrm{B}=2b$ 이고

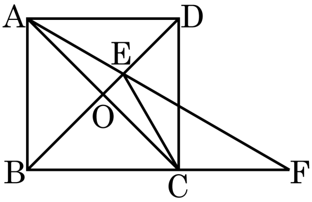
$\angle\mathrm{A}+\angle\mathrm{B}=180^\circ$ 이므로

$a+b=90^\circ$

$\overline{\mathrm{AB}}\,//\,\overline{\mathrm{CD}}$ 이므로 $\angle\mathrm{BAF}=\angle\mathrm{CFE}=a$

$\therefore\ \angle\mathrm{AEC}=180^\circ-(a+b)=90^\circ$

17. 다음 그림의 정사각형 ABCD 에서 대각선 $\overline{BD}$ 위에 한 점 E 를 잡고, $\overline{AE}$ 의 연장선과 $\overline{BC}$ 의 연장선과의 교점을 F 라 하면 $\angle BCE = 60°$ 일 때, $\angle AFB$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad\quad}$ °

▷ 정답 : 30°

해설

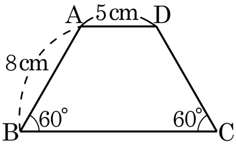
$\triangle ABE \equiv \triangle BCE$(SAS 합동)

따라서 $\angle BCE = \angle BAE = 60°$ 이므로,

$\angle EAD = 30°$, $\overline{AD} // \overline{BF}$ 이므로,

$\angle EAD = \angle AFB = 30°$ 이다.

18. 다음 그림과 같이 $\overline{AD} // \overline{BC}$ 인 사다리꼴 ABCD 에서 $\angle B = \angle C = 60°$ 이고, $\overline{AB} = 8\,cm$, $\overline{AD} = 5\,cm$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이를 구하여라.



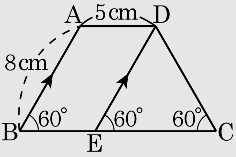
▶ **답 :** ______ cm

▷ **정답 :** 13 cm

해설

점 D 에서 $\overline{AB}$ 와 평행한 선분을 그어 $\overline{BC}$ 와 만난 점을 E 라 하면, $\overline{DE} = \overline{AB} = 8\,cm$, 삼각형 DEC 는 정삼각형이 되므로 $\overline{EC} = 8\,cm$ 사각형 ABED 는 평행사변형이므로 $\overline{AD} = \overline{BE} = 5\,cm$

$\therefore\ \overline{BC} = \overline{BE} + \overline{EC} = 5 + 8 = 13\,(cm)$



19. 다음 설명 중 옳지 않은 것은?

① 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하는 사각형은 등변사다리꼴이다.

② 두 대각선의 길이가 같은 평행사변형은 직사각형이다.

③ 등변사다리꼴의 두 대각선은 길이가 같다.

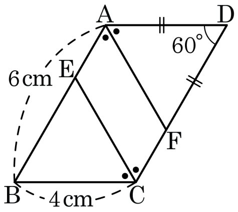
④ 두 대각선이 서로 수직인 평행사변형은 마름모이다.

⑤ 두 대각선이 서로 다른 것을 수직이등분하는 평행사변형은 마름모이다.

해설

① 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하는 사각형은 평행사변형이다.

20. 평행사변형 ABCD 에서 $\angle A$, $\angle C$ 의 이등분선이 변 AB, CD 와 만나는 점을 각각 E, F 라 고 할 때, $\overline{AB} = 6\,\text{cm}$, $\overline{BC} = 4\,\text{cm}$, $\angle ADC = 60°$ 일 때, □AECF 의 둘레의 길이는?



① 10 cm ② 12 cm ③ 14 cm

④ 16 cm ⑤ 18 cm

해설

$\triangle ADF$, $\triangle BEC$ 에서 $\overline{AD} = \overline{BC}$, $\overline{DF} = \overline{BE}$, $\angle EBC = \angle ADF$ 이므로 SAS 합동이고 □AECF 는 평행사변형이다.

$\angle ADF = 60°$, $\angle BAD = 120°$, $\angle FAD = 60°$ 이므로, $\angle AFD = 60°$ 이므로

$\triangle ADF$, $\triangle BEC$ 는 정삼각형이다.

$\overline{AE} = \overline{AB} - \overline{BE} = 6 - 4 = 2\ (\text{cm})$ 이다.

그러므로 평행사변형 AECF 의 둘레는

$\overline{AE} + \overline{EC} + \overline{CF} + \overline{AF} = 2 + 4 + 2 + 4 = 12\ (\text{cm})$ 이다.