**1.** $x^3+x^2+2$를 다항식 $x^2+2x-1$로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$ 나머지를 $R(x)$라 할 때, $Q(x)+R(x)$의 값은?

① $2x-3$ ② $2x$ ③ $3x+2$

④ $4x$ ⑤ $4x+1$

해설

$x^3+x^2+2$를 $x^2+2x-1$로 직접 나누면

$Q(x)=x-1,\quad R(x)=3x+1$

$\therefore\ Q(x)+R(x)=4x$

**2.** $x+y+z=1$, $xy+yz+zx=2$, $xyz=3$일 때, $(x+1)(y+1)(z+1)$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$(x+1)(y+1)(z+1)$$
$$= xyz+xy+yz+zx+x+y+z+1$$
$$=7$$

**3.** 이차항의 계수가 1인 세 이차식 $A$, $B$, $C$가 다음 세 조건을 만족할 때, $A$를 구하면?

| |
|---|
| ㉠ $A$, $B$의 최대공약수는 $x-2$이다.<br>㉡ $B$, $C$의 최대공약수는 $x+1$이다.<br>㉢ $A$, $C$의 최소공배수는 $x^3-2x^2-x+2$이다. |

① $x^2-4x+3$ ② $x^2-3x+2$ ③ $x^2-2x+1$
④ $x^2-2x-3$ ⑤ $x^2-x+2$

해설

이차항의 계수가 1인 세 이차식 $A$, $B$, $C$에 대하여
$A$, $B$의 최대공약수가 $x-2$이므로
$A=(x-2)(x-\alpha)$, $B=(x-2)(x-\beta)$
$B$, $C$의 최대공약수가 $x+1$이므로
$B=(x+1)(x-2)$, $C=(x+1)(x-\gamma)$
$A$, $C$의 최소공배수는
$x^3-2x^2-x+2=(x+1)(x-2)(x-1)$
$\therefore\ x-\alpha=x-\gamma=x-1$
$\therefore\ A=(x-2)(x-1)=x^2-3x+2$

**4.** $x = \dfrac{1-i}{1+i}$ 일 때, $x + x^2 + x^3 + \dots + x^{2006} + x^{2007}$ 의 값을 계산하면?

① $-1-i$ ② $-1$ ③ $-i$

④ $1$ ⑤ $i$

해설

$x = \dfrac{1-i}{1+i} = -i \quad x^2 = -1 \quad x^3 = i \quad x^4 = 1$

$\therefore x + x^2 + x^3 + x^4 = 0$ 이므로, 4개의 항마다 합이 0이 된다.

$\Rightarrow x + x^2 + x^3 + \cdots + x^{2006} + x^{2007}$

$= 0 + 0 + \cdots + x^{2005} + x^{2006} + x^{2007}$

$= (x^4)^{501} \cdot x + (x^4)^{501} \cdot x^2 + (x^4)^{501} \cdot x^3$

$= -i - 1 + i$

$= -1$

**5.** $\alpha = -2 + i$ , $\beta = 1 - 2i$ 일 때 $\alpha\overline{\alpha} + \overline{\alpha}\beta + \alpha\overline{\beta} + \beta\overline{\beta}$ 의 값은?
(단, $\overline{\alpha}$, $\overline{\beta}$ 는 각각 $\alpha$, $\beta$ 의 켤레복소수이고, $i = \sqrt{-1}$ 이다.)

① 1　② 2　③ 4　④ 10　⑤ 20

해설

$$\alpha\overline{\alpha} + \overline{\alpha}\beta + \alpha\overline{\beta} + \beta\overline{\beta}$$
$$= \alpha(\overline{\alpha} + \overline{\beta}) + \beta(\overline{\alpha} + \overline{\beta})$$
$$= (\alpha + \beta)(\overline{\alpha} + \overline{\beta})$$
$$= (\alpha + \beta)(\overline{\alpha + \beta})$$
$$= (-1 - i)(-1 + i)$$
$$= 2$$

**6.** 복소수 $z$의 켤레복소수가 $\bar{z}$일 때, $(2+3i)z+(2-3i)\bar{z}=2$ 를 만족시키는 복소수 $z$ 는?

① 존재하지 않는다.
② 단 한 개 있다.
③ 두 개 뿐이다.
④ 세 개 뿐이다.
⑤ 무수히 많다.

**해설**

$z=a+bi$ 라 하면 $\bar{z}=a-bi$ (단, $a,\ b$ 는 실수)

$(2+3i)(a+bi)+(2-3i)(a-bi)=2$

$2a+2bi+3ai-3b+2a-2bi-3ai-3b=2$

$4a-6b=2 \qquad \therefore\ 2a-3b=1$

$2a-3b=1$ 을 만족하는 실수 $a,\ b$ 의 순서쌍은 무수히 많으므로 주어진 조건을 만족하는 복소수 $z$ 는 무수히 많다.

**7.** 이차방정식 $x^2 - ax + 12 = 0$의 두 근이 3, $b$일 때, $ab$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 28

해설

$x = 3$이 $x^2 - ax + 12 = 0$의 근이므로

$9 - 3a + 12 = 0 \quad \therefore\ a = 7$

이 때 $x^2 - 7x + 12 = 0$에서 $(x - 3)(x - 4) = 0$

그러므로 $x = 3$ 또는 $x = 4$

$\therefore\ b = 4 \quad \therefore\ ab = 28$

**8.** $a>0,\ b>0$일 때, $\sqrt{a}\sqrt{b}=\sqrt{ab}$이고, $a<0,\ b<0$일 때, $\sqrt{a}\sqrt{b}=-\sqrt{ab}$이다. 이러한 성질을 이용하여 이차방정식 $x^2+3x+1=0$의 두 근을 $\alpha,\beta$라 할 때, $(\sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta})^2$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-5$

해설

$\alpha+\beta=-3,\ \alpha\beta=1$

$\therefore \alpha<0,\ \beta<0$

$\sqrt{\alpha}\cdot\sqrt{\beta}=-\sqrt{\alpha\beta}$

$(\sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta})^2=(\alpha+\beta)+2\sqrt{\alpha}\cdot\sqrt{\beta}$

$=(\alpha+\beta)-2\cdot\sqrt{\alpha\beta}=-3-2\cdot 1=-5$

**9.** 축의 방정식이 $x = 3$ 이고, 점 $(2,\ 5)$ 를 지나고, $y$ 절편이 37 인 이차함수의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $1$

해설

축의 방정식이 $x = 3$ 이므로

$y = a(x-3)^2 + q$

점 $(2,\ 5)$ 와 $y$ 절편 $(0,\ 37)$를 지나므로

$5 = a + q,\ 37 = 9a + q$

$a = 4,\ q = 1$

$\therefore\ y = 4(x-3)^2 + 1$

따라서 $x = 3$ 일 때, 최솟값은 $1$ 이다.

**10.** $x$의 범위가 $-2 \le x \le 3$일 때, 함수 $f(x) = x^2 + 2x + C$ 의 최소값이 4가 되도록 상수 $C$ 의 값을 정할 때, 함수 $f(x)$ 의 최대값은?

① 8 ② 12 ③ 16 ④ 20 ⑤ 24

해설

$f(x) = (x+1)^2 + C - 1$
주어진 범위에서 $x = -1$ 일 때
최소값을 가지므로
$f(-1) = C - 1 = 4 \quad \Rightarrow \quad C = 5$
$\Rightarrow \quad f(x) = (x+1)^2 + 4$
주어진 범위에서 $x = 3$ 일 때 최대값을 가진다.
$\Rightarrow \quad f(3) = 4^2 + 4 = 20$

**11.** 함수 $f(x) = x^2 - 4x + 2$ 에 대하여 $1 \le x \le 4$ 에서 $f(f(x))$ 의 최솟값은?

① $-6$　② $-5$　③ $-4$　④ $-3$　⑤ $-2$

**해설**

$f(x) = x^2 - 4x + 2 = (x-2)^2 - 2$

$1 \le x \le 4$ 에서 $-2 \le f(x) \le 2$ 이므로

$f(x) = t$ 로 놓으면

$$\begin{aligned} f(f(x)) &= f(t) = t^2 - 4t + 2 \\ &= (t-2)^2 - 2 (-2 \le t \le 2) \end{aligned}$$

따라서, $t = 2$ 일 때 최솟값은 $-2$ 이다.

**12.** 두 방정식 $(x+y-1)(x-y-1)=0$, $x^2-y^2=0$을 동시에 만족하는 순서쌍 $(x, y)$의 개수는?

① 없다. ② 1개 ③ 2개 ④ 3개 ⑤ 4개

**해설**

구하는 순서쌍 $(x, y)$는 연립방정식

$$\begin{cases} (x+y-1)(x-y-1)=0 & \cdots\cdots ㉠ \\ x^2-y^2=0 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$$ 의 해이다.

㉠에서 $y=\pm(x-1)$ $\cdots\cdots$ ㉢

㉢을 ㉡에 대입하면 $x^2-(x-1)^2=0$, $2x-1=0$

$\therefore\ x=\frac{1}{2}$, ㉢에서 $y=\frac{1}{2},\ -\frac{1}{2}$

$\therefore\ (x, y)=\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right), \left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right)$

$\therefore$ 2개

**13.** $x$에 대한 삼차식 $f(x)$에 대하여 $f(x)+8$은 $(x+2)^2$으로 나누어 떨어지고, $1-f(x)$는 $x^2-1$로 나누어 떨어질 때, $f(x)$의 상수항은?

① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

해설

$f(x)+8=(x+2)^2(ax+b)\cdots$㉠

$1-f(x)=(x^2-1)Q(x)\cdots$㉡

㉡에서 $f(1)=1,\ f(-1)=1$

그러므로 ㉠에서

$1+8=9(a+b)\cdots$㉢

$1+8=-a+b\cdots$㉣

㉢, ㉣에서 $a=-4,\ b=5$

$\therefore\ f(x)=(x+2)^2(-4x+5)-8$

$\therefore$ 상수항은 $f(0)=2^2\cdot5-8=12$

**14.** $1000^{10}$을 $1001$로 나눌 때 몫과 나머지를 각각 $Q(x)$, $R$라 할 때, 다음 중 나머지 $R$를 구하기 위한 가장 적절한 식은?

① $x^{10} = xQ(x) + R$

② $x^{10} = (x-1)Q(x) + R$

③ $x^{10} = (x+1)Q(x) + R$

④ $x^{10} = (x-1)^{10}Q(x) + R$

⑤ $x^{10} = (x+1)Q(x) + R + 1$

해설

$1000^{10} = 1001 \cdot Q(x) + R$에서 $1000 = x$라 하면

$x^{10} = (x+1)Q(x) + R$

$x = -1$을 대입하면 $R = 1$을 구할 수 있다.

**15.** 다음 식을 인수분해 하면 $(x+py)(x+qy+r)^2$ 이다. 이 때, $p^2+q^2+r^2$ 의 값을 구하여라.

| |
|---|
| $[x^3-y^3+x^2y-xy^2+2x^2-2y^2+x-y]$ |

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$x^3-y^3+x^2y-xy^2+2x^2-2y^2+x-y$

$=(x-y)(x^2+xy+y^2)+xy(x-y)+2(x+y)(x-y)+(x-y)$

$=(x-y)\{(x+y)^2+2(x+y)+1\}$

$=(x-y)(x+y+1)^2$

$p=-1, q=1, r=1$

$\therefore\ p^2+q^2+r^2=3$

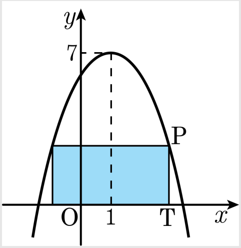
**16.** 이차함수 $y=-x^2+2x+5$ 의 그래프와 $x$ 축으로 둘러싸인 도형에 내접하고, 한 변이 $x$ 축 위에 오는 직사각형을 만들 때, 이 직사각형의 둘레의 길이의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$y=-x^2+2x+5$ 의 그래프를 그리면 다음과 같다.

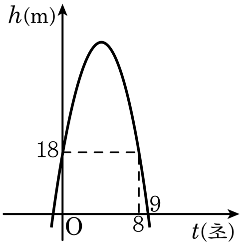



포물선 위의 임의의 점 P 의 좌표는
$(t,\ -t^2+2t+5)$ 이다.
직사각형의 가로의 길이는 $2(t-1)$ ,
직사각형의 세로의 길이는 $-t^2+2t+5$ 이다.

$$\begin{aligned}(\text{둘레의 길이}) &= 2\{2(t-1)-t^2+2t+5\} \\ &= 2(-t^2+4t+3) \\ &= -2t^2+8t+6 \\ &= -2(t-2)^2+14\end{aligned}$$

$t=2$ 일 때, 최댓값은 14 이다.

**17.** 다음은 지면으로부터 18m 의 높이에서 던져 올린 물체의 $t$ 초 후의 높이 $h$m 를 그래프로 나타낸 것이다. 이 물체가 최고 높이에 도달할 때까지 걸린 시간과 그 때의 높이를 구하여라.




▶ 답 : ____초

▶ 답 : ____m

▷ 정답 : 4초

▷ 정답 : 50m

해설

이차함수의 식을 $h = at^2 + bt + c$ 로 놓고 세 점 $(0,\ 18)$, $(8,\ 18)$, $(9,\ 0)$ 의 좌표를 각각 대입하면

$18 = c$, $18 = 64a + 8b + c$, $0 = 81a + 9b + c$ 이므로 연립하여 풀면 $a = -2$, $b = 16$, $c = 18$ 이다.

즉, $h = -2t^2 + 16t + 18 = -2(t - 4)^2 + 50$

따라서 $t = 4$ 일 때, $h$ 는 최댓값 50 을 갖는다.

**18.** 삼차방정식 $(x-1)(x^2-ax+2a)=0$이 중근을 가질 때, 실수 $a$의 값을 모두 구하면?

① $-1$ ② $0, 8$ ③ $-1, 8$

④ $-1, 0, -8$ ⑤ $-1, 0, 8$

해설

( i ) $x=1$을 중근으로 가질 때

$x=1$을 $x^2-ax+2a=0$에 대입하면 $a=-1$

( ii ) $x^2-ax+2a=0$이 중근을 가질 때

$D=a^2-8a=0$

$\therefore\ a=0$ 또는 $8$

( i ), ( ii )에 의하여 $a=-1,\ 0,\ 8$

**19.** 연립방정식 $\begin{cases} x^2-3xy-2y^2=8 \cdots\cdots ㉠ \\ xy+3y^2=1 \quad \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$ 의 근 $x, y$를 구할 때, $x+y$의 값을 모두 구하면?

① $-\frac{7}{2}, -1, 1, \frac{7}{2}$ ② $-\frac{7}{2}, \frac{7}{2}$ ③ $-1, 1$

④ $-\frac{7}{2}, 1$ ⑤ $1, \frac{7}{2}$

해설

㉠ $-$ ㉡ $\times 8$ 에서 $x^2-11xy-26y^2=0$, $(x+2y)(x-13y)=0$

$x+2y=0 \cdots\cdots$ ㉢

$x-13y=0 \cdots\cdots$ ㉣

㉡, ㉢에서 $y^2=1$

$\therefore\ y=\pm 1,\ x=\mp 2$(복호동순)

㉡, ㉣에서 $16y^2=1$

$\therefore\ y=\pm\frac{1}{4},\ x=\pm\frac{13}{4}$(복호동순)

$\therefore\ x+y=-1,\ 1,\ \frac{7}{2},\ -\frac{7}{2}$

**20.** $(x-2)^4 = a(x-3)^4 + b(x-3)^3 + c(x-3)^2 + d(x-3) + e$ 가 $x$ 에 대한 항등식일 때, $2c - bd$ 의 값은?

① $-8$　　② $-4$　　③ $0$　　④ $4$　　⑤ $8$

**해설**

$x$ 에 대한 항등식 이므로 $x$ 에 대한 적당한 수를 넣어 식을 만든다.

i ) $x = 3 \Rightarrow e = 1$

ii ) $x = 2 \Rightarrow a - b + c - d + 1 = 0$

iii) $x = 4 \Rightarrow a + b + c + d + 1 = 16$

iv ) $x = 4 \Rightarrow 16a - 8b + 4c - 2d + 1 = 1$

v ) $x = 5 \Rightarrow 16a + 8b + 4c - 2d + 1 = 1$

위 5개의 식을 연립하여 $a, b, c, d$ 의 값을 구한다.

$a = 1,\ b = 4,\ c = 6,\ d = 4,\ e = 1$

$\therefore 2c - bd = -4$

**해설**

$x - 2 = t$ 라 하면 $x - 3 = t - 1$

(준식) : $t^4 = a(t-1)^4 + b(t-1)^3 + c(t-1)^2 + d(t-1) + e$

다음처럼 조립제법으로 $t - 1$ 로 계속 나눌 때, 나오는 나머지가 순서대로 $e, d, c, b$ 이고 마지막 몫이 $a$ 이다.

$$\begin{array}{r|rrrrr}
1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 & & 1 & 1 & 1 & 1 \\ \hline
1 & 1 & 1 & 1 & 1 & \boxed{1} = e \\
 & & 1 & 2 & 3 & \\ \hline
1 & 1 & 2 & 3 & \boxed{4} = d & \\
 & & 1 & 3 & & \\ \hline
1 & 1 & 3 & \boxed{6} = c & & \\
 & & 1 & & & \\ \hline
a = & 1 & \boxed{4} = b & & &
\end{array}$$

$\therefore 2c - bd = -4$