

1. 집합 $A = \{x \mid x = 3 \times n - 1, n = 5 \text{ 미만의 자연수}\}$ 일 때, 집합 A 의 모든 원소의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 26

해설

$A = \{2, 5, 8, 11\}$ 이므로 모든 원소의 합은 $2 + 5 + 8 + 11 = 26$ 이다.

2. 집합 $A = \{1, 2, \emptyset, \{1, 2\}\}$ 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① $\{1, 2\} \subset A$ ② $\emptyset \subset A$ ③ $\{\emptyset, 2\} \subset A$
④ $A \subset A$ ⑤ $\{\emptyset, \{1, 2\}\} \not\subset A$

해설

$\{\emptyset, \{1, 2\}\} \subset A$ 이다.

3. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

- ① 공집합은 집합 A 의 부분집합이 아니다.
- ② 집합 $B = \{x \mid x \text{는 } 4 \text{의 약수}\}$ 는 집합 A 의 부분집합이 아니다.
- ③ $\{2, 3, 4\}$ 는 집합 A 의 부분집합이다.
- ④ $n(A) = n(B)$ 를 만족하는 집합 B 는 하나만 존재한다.
- ⑤ 집합 $B = \{1, 2, 3, 6, 12\}$ 일 때, $A = B$ 이다.

해설

집합 A 를 원소나열법으로 나타내면

$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ 이다.

- ① 공집합은 모든 집합의 부분집합이다.
- ② 집합 $B = \{1, 2, 4\}$ 이므로 집합 A 의 부분집합이다.
- ③ $\{2, 3, 4\} \subset A$ 이다.
- ④ $n(A) = 6$ 이고, $n(B) = 4$ 인 집합은 무수히 많이 존재한다.
- ⑤ $4 \notin B$ 이므로 $A \neq B$ 이다.

4. 전체집합 $U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 조건 $x^2 - 2 > 0$ 의 진리집합은?

① \emptyset

② $\{0, 1\}$

③ $\{3, 4, 5\}$

④ $\{2, 3, 4, 5\}$

⑤ U

해설

주어진 조건 $x^2 - 2 > 0$ 에
 $x = 0$ 을 대입하면 $0 - 2 > 0$ (거짓)
 $x = 1$ 을 대입하면 $1 - 2 > 0$ (거짓)
 $x = 2$ 를 대입하면 $4 - 2 > 0$ (참)
 $x = 3$ 을 대입하면 $9 - 2 > 0$ (참)
 $x = 4$ 를 대입하면 $16 - 2 > 0$ (참)
 $x = 5$ 를 대입하면 $25 - 2 > 0$ (참)
따라서 구하는 진리집합은 $\{2, 3, 4, 5\}$

5. 조건 p, q 가 $p : x < 1$ 또는 $x \geq 2, q : \frac{a}{2} < x \leq 3a$ 일 때, ' $\sim p$ 이면 q 이다.' 가 참이 되기 위한 a 의 범위는?

- ① $\frac{2}{3} < a \leq 2$ ② $\frac{2}{3} \leq a < 2$ ③ $1 \leq a < 2$
④ $1 < a \leq 2$ ⑤ $\frac{2}{3} < a < 2$

해설

명제의 대우는 ' $\sim q$ 이면 p 이다'

$\sim q : x \leq \frac{a}{2}$ 또는 $x > 3a, p : x < 1$ 또는 $x \geq 2$ 이므로 명제의 대우가 참이 되려면 $\frac{a}{2} < 1$ 이고 $3a \geq 2$ 가 되어야 한다.

$a < 2$ 이고 $a \geq \frac{2}{3}$ 이므로 $\frac{2}{3} \leq a < 2$ 이다.

6. $p \rightarrow q$ 와 $q \rightarrow \sim r$ 가 모두 참일 때, 다음 중에서 반드시 참이라고 할 수 없는 것은?

① $p \rightarrow \sim r$

② $\sim q \rightarrow \sim p$

③ $r \rightarrow \sim q$

④ $\sim p \rightarrow r$

⑤ $r \rightarrow \sim p$

해설

$p \rightarrow q$ 가 참이고 $q \rightarrow \sim r$ 가 참이므로 삼단논법에 의하여 $p \rightarrow \sim r$ (①)이 참이고, 대우 $r \rightarrow \sim p$ (⑤)도 참이다.
또, 각각의 대우 $\sim q \rightarrow \sim p$ (②), $\sim r \rightarrow \sim q$ (③)가 모두 참이다.

7. 다음 두 조건 $p : 2 \leq x \leq 5$, $q : x \geq a$ 에 대하여 p 는 q 이기 위한 충분조건이 되도록 상수 a 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

p 가 q 이기 위한 충분조건이므로 각각의 진리집합을 P, Q 라 할 때, $P \subset Q$ 이 성립해야 한다. 따라서 $2 \leq x \leq 5$ 를 만족하는 영역은 $x \geq a$ 를 만족하는 영역에 포함되어야 함으로 $a \leq 2$ 따라서 a 의 최댓값은 2

8. 실수 a, b, c, x, y 에 대하여 항상 성립하는 부등식(절대부등식)을 다음 [보기] 중에서 고를 때, 옳은 표현의 개수는?

보기

- (㉠) $x^2 - xy + y^2 \geq 0$
- (㉡) $x^2 - x + 1 > 0$
- (㉢) $|a + b| \leq |a| + |b|$
- (㉣) $a + b \geq 2\sqrt{ab}$
- (㉤) $(a + b)(b + c)(c + a) \geq 8abc$
- (㉥) $(a^2 + b^2)(x^2 + y^2) \geq (ax + by)^2$

- ① 6개 ② 5개 ③ 4개 ④ 3개 ⑤ 2개

해설

- (㉠) $a + b \geq 2\sqrt{ab}$ (단, $a = b$ 일때 등호성립)
- (㉤) $(a + b)(b + c)(c + a) \geq 8abc$ (단, $a = b = c$ 일때 등호성립)

9. $a > 0, b > 0$ 일 때, 다음 식의 최솟값을 구하여라.

$$\left(a + \frac{1}{b}\right)\left(b + \frac{4}{a}\right)$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$a > 0, b > 0$ 이므로 산술평균과 기하평균의 관계를 이용하면

$$\left(a + \frac{1}{b}\right)\left(b + \frac{4}{a}\right) = ab + \frac{4}{ab} + 5$$

$$\geq 2\sqrt{ab \cdot \frac{4}{ab}} + 5 = 9$$

따라서, 최솟값은 9

10. $a > 0, b > 0, c > 0$ 일 때, $\frac{2b}{a} + \frac{2c}{b} + \frac{2a}{c}$ 의 최소값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 6

해설

산술-기하평균 부등식에 의해,

$$\frac{2b}{a} + \frac{2c}{b} + \frac{2a}{c} \geq 3 \cdot \sqrt[3]{\frac{2b}{a} \times \frac{2c}{b} \times \frac{2a}{c}} = 3 \times 2 = 6$$

$$\therefore \frac{2b}{a} + \frac{2c}{b} + \frac{2a}{c} \geq 6$$

11. 제곱의 합이 일정한 두 실수 x, y 에 대하여 $2x+3y$ 의 값이 최대일 때, x 와 y 사이의 관계는?

① $x = y$

② $2x = 3y$

③ $3x = 2y$

④ $x = y^2$

⑤ $x^2 = y^2$

해설

$x^2 + y^2 = k$ 라 하면

$$(x^2 + y^2)(2^2 + 3^2) \geq (2x + 3y)^2$$

(\because 코시-슈바르츠 부등식에 의하여)

$$\therefore 13k \geq (2x + 3y)^2$$

$$\therefore -\sqrt{13k} \leq 2x + 3y \leq \sqrt{13k}$$

이 때, 등호는 $\frac{x}{2} = \frac{y}{3}$ 일 때 성립하므로

$$3x = 2y$$

12. 함수 $f(x)$ 가 $f(x) = x^2 + 2x - 3$ 이고 임의의 실수 x 에 대하여 $g(x+1) = f(x-1)$ 이 성립할 때, $g(0)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

등식 $g(x+1) = f(x-1)$ 의 양변에

$x = -1$ 을 대입하면

$$g((-1)+1) = g(0) = f((-1)-1)$$

$$= f(-2) = (-2)^2 + 2 \times (-2) - 3$$

$$= -3$$

13. 두 함수 $f(x) = 2x+5$, $g(x) = -3x+k$ 에 대하여 $(f \circ g)(x) = (g \circ f)(x)$ 가 성립할 때, 상수 k 의 값은?

① -20 ② -10 ③ 0 ④ 10 ⑤ 20

해설

$$\begin{aligned}(f \circ g)(x) &= (g \circ f)(x) \text{에서} \\ -6x + 2k + 5 &= -6x - 15 + k \\ \therefore k &= -20\end{aligned}$$

14. $f(x) = \frac{1}{1-x}$ 일 때, $g(f(x)) = x$ 가 되는 함수 $g(x)$ 는?

- ① $1-x$ ② $\frac{1}{1-x}$ ③ $\frac{x}{x-1}$ ④ $\frac{x-1}{x}$ ⑤ $\frac{x-1}{x+1}$

해설

$$f(x) = \frac{1}{1-x} \text{ 일 때}$$

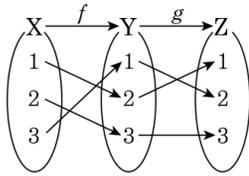
$$g(f(x)) = x \text{ 에서 } f(x) = t \text{ 로 놓으면}$$

$$\frac{1}{1-x} = t \text{ 에서 } (1-x)t = 1, t - xt = 1$$

$$xt = t - 1, x = \frac{t-1}{t} \text{ 이므로 } g(t) = \frac{t-1}{t}$$

$$\therefore g(x) = \frac{x-1}{x}$$

15. 두 함수 f, g 의 대응 관계가 다음 그림과 같을 때, $(f^{-1} \circ g)(2)$ 의 값은 얼마인가?



- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$(f^{-1} \circ g)(2) = f^{-1}(g(2)) = f^{-1}(2)$
 f 의 역대응을 살펴보면 $f^{-1}(2) = 1$

16. $x^4 - 5x^2 + 1 = 0$ 이고 $x < -1$ 일 때 $x - \frac{1}{x}$ 의 값을 구하면?

- ① $-\sqrt{3}$ ② $-\sqrt{2}$ ③ 1 ④ $\sqrt{3}$ ⑤ $\sqrt{2}$

해설

$$x^4 - 5x^2 + 1 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = 5$$

$$\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = x^2 + \frac{1}{x^2} - 2 = 3$$

$$x - \frac{1}{x} = -\sqrt{3} \quad (\because x < -1)$$

17. 0이 아닌 실수 x, y 가 $\frac{x-y}{4x+2y} = \frac{1}{3}$ 을 만족할 때, 유리식 $\frac{x^2-5y^2}{2xy}$ 의 값은?

- ① -2 ② 1 ③ 0 ④ 2 ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} \frac{x-y}{4x+2y} = \frac{1}{3} &\Rightarrow 3x-3y = 4x+2y & x = -5y \\ \therefore \frac{x^2-5y^2}{2xy} &= \frac{20y^2}{-10y^2} = -2 \end{aligned}$$

18. 유리식 $\frac{b+3c}{2a} = \frac{3c+2a}{b} = \frac{2a+b}{3c} = k$ 일 때, k 의 값을 구하면? (단, $abc \neq 0$)

- ① 2 또는 -1 ② 0 또는 -1 ③ -1 또는 -1
④ 2 또는 3 ⑤ -2 또는 -1

해설

$$\frac{b+3c}{2a} = \frac{3c+2a}{b} = \frac{2a+b}{3c} = k$$

$$\frac{b+3c}{2a} = k, \frac{3c+2a}{b} = k, \frac{2a+b}{3c} = k$$

각각 정리하면

$$b+3c = 2ak \cdots ①$$

$$3c+2a = bk \cdots ②$$

$$2a+b = 3ck \cdots ③$$

$$① + ② + ③ : 2(b+3c+2a) = k(2a+b+3c)$$

$$\Rightarrow k = 2 \text{ 또는 } 2a+b+3c = 0$$

$2a+b+3c = 0$ 인 경우,

$$① \text{에 대입해 보면 } -2a = 2ak, k = -1$$

$$\therefore k = 2, -1$$

19. $y = \frac{2x}{2x+1}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3, y 축의 방향으로 2만큼

평행이동한 그래프는?

① $y = 2 - \frac{2x}{2x-5}$
③ $y = 3 - \frac{1}{2x-5}$
⑤ $y = 3 + \frac{3x}{2x-5}$

② $y = 2 + \frac{2x}{2x-5}$
④ $y = 2 + \frac{x}{2x-5}$

해설

$x \rightarrow x-3, y \rightarrow y-2$ 를 식에 대입하면

$$\begin{aligned} y &= \frac{2x}{2x+1} = \frac{2(x-3)}{2(x-3)+1} + 2 \\ &= \frac{2x-6}{2x-5} + 2 \\ &= \frac{(2x-5)-1}{2x-5} + 2 \\ &= 3 - \frac{1}{2x-5} \end{aligned}$$

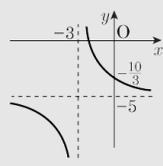
20. 다음 중 함수 $y = \frac{5}{x+3} - 5$ 의 그래프가 지나지 않는 사분면은?

- ① 제1사분면
- ② 제2사분면
- ③ 제3사분면
- ④ 제4사분면
- ⑤ 모든 사분면을 지난다.

해설

$$y = \frac{5}{x+3} - 5$$

$$x = 0 \text{ 일 때 } y = \frac{5}{0+3} - 5 = -\frac{10}{3}$$



따라서 제1사분면을 지나지 않는다.

21. 무리식 $\sqrt{2x+3} - \frac{2}{\sqrt{5-x}}$ 의 값이 실수가 되도록 하는 정수 x 의 개수는?

- ① 3개 ② 4개 ③ 5개 ④ 6개 ⑤ 7개

해설

$$2x+3 \geq 0, 5-x > 0$$

$$\therefore -\frac{3}{2} \leq x < 5$$

따라서 정수 x 는 $-1, 0, 1, 2, 3, 4$ 의 6개이다.

22. 실수 x, y 에 대하여 $\frac{\sqrt{y}}{\sqrt{x}} = -\sqrt{\frac{y}{x}}$ 일 때, 다음 식을 간단히 하면?

$$\sqrt{x^2+3}\sqrt{(x+y)^3} + \sqrt[4]{(x-y)^4}$$

- ① x ② $x-y$ ③ $-x+y$
④ $-x-y$ ⑤ $-x+2y$

해설

$$\frac{\sqrt{y}}{\sqrt{x}} = -\sqrt{\frac{y}{x}} \Leftrightarrow x < 0, y \geq 0 \text{ 이므로}$$

$$\sqrt{x^2} = |x| = -x, \sqrt[3]{(x+y)^3} = x+y, \sqrt[4]{(x-y)^4} = |x-y| =$$

$$-x+y$$

$$\therefore \sqrt{x^2+3}\sqrt{(x+y)^3} + \sqrt[4]{(x-y)^4}$$

$$= -x + x + y - x + y = -x + 2y$$

23. $x = 2 + \sqrt{3}$, $y = 2 - \sqrt{3}$ 일 때, $\sqrt{x} + \sqrt{y}$ 의 값으로 옳은 것은?

- ① $\sqrt{2}$ ② 2 ③ $\sqrt{6}$ ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ $2\sqrt{3}$

해설

$$\begin{aligned}(\sqrt{x} + \sqrt{y})^2 &= x + y + 2\sqrt{xy} \quad (x > 0, y > 0) \\ &= 4 + 2 = 6 \\ \therefore \sqrt{x} + \sqrt{y} &= \sqrt{6} \quad (\because \sqrt{x} + \sqrt{y} > 0)\end{aligned}$$

해설

$$\begin{aligned}&\sqrt{2 + \sqrt{3}} + \sqrt{2 - \sqrt{3}} \\ &= \sqrt{\frac{4 + 2\sqrt{3}}{2}} + \sqrt{\frac{4 - 2\sqrt{3}}{2}} \\ &= \frac{\sqrt{(\sqrt{3} + 1)^2}}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{(\sqrt{3} - 1)^2}}{\sqrt{2}} \\ &= \frac{(\sqrt{3} + 1) + (\sqrt{3} - 1)}{\sqrt{2}} \\ &= \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \sqrt{6}\end{aligned}$$

24. 함수 $y = \sqrt{-2x+a}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동하였더니 함수 $y = \sqrt{-2x+4-3}$ 의 그래프와 겹쳐졌다. 이 때, 상수 a, b 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a = 2$

▷ 정답: $b = -3$

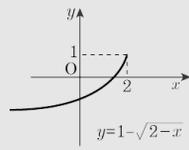
해설

함수 $y = \sqrt{-2x+a}$ 의 그래프를
 x 축의 방향으로 1만큼, y 축의 방향으로 b 만큼
평행이동한 함수의 그래프의 식은
 $y = \sqrt{-2(x-1)+a+b} = \sqrt{-2x+2+a+b}$
이 식이 $y = \sqrt{-2x+4-3}$ 과 같으므로
 $2+a=4, b=-3$
 $\therefore a=2, b=-3$

25. 함수 $y = 1 - \sqrt{2-x}$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳은 것은?

- ① 정의역은 $\{x \mid x \geq 2\}$ 이다.
- ② 치역은 $\{y \mid y \geq 1\}$ 이다.
- ③ 그래프는 점 $(-2, -1)$ 을 지난다.
- ④ 그래프는 $y = -\sqrt{x}$ 의 그래프를 평행이동한 것이다.
- ⑤ 그래프는 제 1, 2, 3사분면을 지난다.

해설



- ① 정의역은 $\{x \mid x \leq 2\}$ 이다.
- ② 치역은 $\{y \mid y \leq 1\}$ 이다.
- ④ 그래프는 $y = -\sqrt{x}$ 의 그래프를 평행이동한 것이다.
- ⑤ 그래프는 제 1, 3, 4사분면을 지난다.

26. $-\frac{1}{3} \leq x \leq \frac{8}{3}$ 에서 함수 $y = \sqrt{3x+a} + 2$ 의 최댓값이 b , 최솟값이 2 일 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$y = \sqrt{3x+a} + 2 = \sqrt{3\left(x + \frac{a}{3}\right)} + 2$$

주어진 함수의 그래프는 $y = \sqrt{3x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 $-\frac{a}{3}$ 만큼, y 축의 방향으로 2 만큼 평행이동한 것이므로 x 의 값이 증가할 때, y 의 값도 증가한다.

i) $x = -\frac{1}{3}$ 일 때 최솟값을 가지므로

$$2 = \sqrt{3 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) + a} + 2 \quad \therefore a = 1$$

ii) $x = \frac{8}{3}$ 일 때 최댓값을 가지므로

$$b = \sqrt{3 \cdot \frac{8}{3} + 1} + 2 = 5$$

i), ii) 에서 $a+b = 1+5 = 6$

27. 두 함수 $y = \sqrt{x+3}$ 와 $y = x+k$ 의 그래프가 서로 다른 두 개의 교점을 갖도록 상수 k 의 값의 범위를 구하면?

- ① $1 \leq k < \frac{13}{4}$ ② $2 \leq k < \frac{13}{4}$ ③ $3 \leq k \leq \frac{13}{4}$
 ④ $3 < k < \frac{13}{4}$ ⑤ $3 \leq k < \frac{13}{4}$

해설

직선과 포물선이 접하려면 $\sqrt{x+3} = x+k$

$$\therefore x+3 = (x+k)^2$$

$x^2 + (2k-1)x + (k^2-3) = 0$ 에서

$$D = (2k-1)^2 - 4(k^2-3) = 0$$

$$4k^2 - 4k + 1 - 4k^2 + 12 = 0$$

$$\therefore -4k + 13 = 0$$

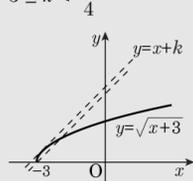
$$\therefore k = \frac{13}{4}$$

또, 직선 $y = x+k$ 가 점 $(-3, 0)$ 을 지날 때

$$0 = -3+k \quad \therefore k = 3$$

따라서 서로 다른 두 개의 교점을 가질 때의 k 의 값의 범위는

$$3 \leq k < \frac{13}{4}$$



28. 정의역이 $\{x \mid x > -1\}$ 인 두 함수 $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$, $g(x) = \sqrt{3x+4} - 2$

에 대하여 $(g \circ (f^{-1} \circ g)^{-1} \circ g)(4)$ 의 값을 구하면?

- ① -1 ② $-\frac{3}{4}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{4}$

해설

$$\begin{aligned} & (g \circ (f^{-1} \circ g)^{-1} \circ g)(4) \\ &= (g \circ (g^{-1} \circ f) \circ g)(4) \\ &= ((g \circ g^{-1}) \circ f \circ g)(4) \\ &= (f \circ g)(4) \end{aligned}$$

이때, $g(4) = \sqrt{3 \cdot 4 + 4} - 2 = 2$ 이므로

구하는 값은 $f(g(4)) = f(2) = \frac{1}{3}$ 이다.

29. 무리함수 $y = \sqrt{x-a} + 1$ 에 대하여 $f^{-1}(2) = 3$ 일 때, 상수 a 의 값을 구하면?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} f(3) &= 2 \\ \therefore 2 &= \sqrt{3-a} + 1 \\ \therefore a &= 2 \end{aligned}$$

30. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 9 \text{의 배수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } \square \text{의 배수}\}$ 에 대하여 $A \subset B$ 일 때, \square 안에 들어갈 수 있는 수를 모두 골라라.

2, 3, 9, 11, 15, 18

▶ 답:

▶ 답:

▶ 정답: 3

▶ 정답: 9

해설

$A \subset B$ 이면 \square 는 9의 약수이어야 한다. 따라서, \square 안에 들어갈 수 있는 수는 1, 3, 9 중 하나이며 보기 중에는 3, 9이다.

31. 다음 조건을 만족하는 두 집합 A, B 에 대하여 $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

- ㉠ $A = \{2, a, a^2\}, B = \{b, c, 4\}$
㉡ $A \subset B, B \subset A$
㉢ a, b, c 가 서로 다른 자연수

▶ 답 :

▷ 정답 : 22

해설

$A \subset B, B \subset A$ 이므로 $A = B$

$4 \in B$ 이므로 $4 \in A$

$a = 4$ 또는 $a^2 = 4$

(i) $a = 4$ 일 때, $A = \{2, 4, 16\}, B = \{b, c, 4\}$

$\therefore b = 2, c = 16$ 또는 $b = 16, c = 2$

(ii) $a^2 = 4$ 일 때, $a = 2$ (a 는 자연수)

$A = \{2, 2^2\} = \{2, 4\}, B = \{b, c, 4\}$

b 또는 c 가 2 이어야 하므로 a, b, c 가 서로 다른 자연수가 될 수 없다.

$\therefore a + b + c = 4 + 2 + 16 = 22$

32. $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 부분집합 중에서 1 또는 2를 포함하는 부분집합의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 24 개

해설

(i) 1을 포함하는 경우
 $2^{5-1} = 2^4 = 16$ (개)
(ii) 2를 포함하는 경우
 $2^{5-1} = 16$ (개)
(iii) 1과 2를 모두 포함하는 경우
 $2^{5-2} = 8$ (개)
따라서 구하는 부분집합의 개수는
 $16 + 16 - 8 = 24$ (개)이다.

33. 두 집합 $A = \{4, 6, x\}$, $B = \{1, 3, x+3\}$ 에 대하여 $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 를 만족할 때, x 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$A \cup B = \{1, 3, 4, 6, x, x+3\} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 이므로
 $x = 2$, $x+3 = 5$ 이다. 따라서 $x = 2$

34. 두 집합 A, B 에 대하여 $A = \{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$, $B = \{5, 9, 14\}$ 이고 $A \cap X = X$, $(A \cap B) \cup X = X$ 를 만족할 때 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면? (정답 2 개)

① $X \subset A$

② $X \subset (A \cap B)$

③ $\{5, 9\} \subset X$

④ $(A \cap B) \subset X \subset A$

⑤ $(A \cap B) \subset X \subset B$

해설

$A \cap X = X$ 일 때 $X \subset A$ 이고 $(A \cap B) \cup X = X$ 이면 $(A \cap B) \subset X$ 를 만족한다.

② $(A \cap B) \subset X$ 이므로 옳지 않다.

③ $A \cap B = \{5, 9\}$ 이므로 $\{5, 9\} \subset X$ 이다.

⑤ $(A \cap B) \subset X \subset A$ 이지만 $X \subset B$ 라고 할 수 없기 때문에 $(A \cap B) \subset X \subset B$ 이라고 할 수 없다.

35. 전체집합 $U = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A = \{2, 6, 8\}, B^c \cap A = \{8\}$ 일 때, 집합 B 가 될 수 있는 모든 집합의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 4 개

해설

$A = \{2, 6, 8\}, B^c \cap A = \{8\}$ 이므로 남은 원소는 4, 10 이므로 B 가 될 수 있는 모든 집합의 개수는 4개이다.

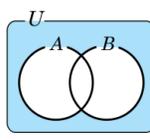
36. 다음 중 옳은 것은?

- ① $A \subset B$ 이면 $A \cap B = B$
- ② $B \subset A$ 이면 $A \cup B = B$
- ③ $A \cup \emptyset = \emptyset$
- ④ $A \subset B, B \not\subset A$ 이면 $A \cap B = A$
- ⑤ $A \subset (A \cap B) \subset (A \cup B)$

해설

- ① $A \subset B$ 이면 $A \cap B = A$
- ② $B \subset A$ 이면 $A \cup B = A$
- ③ $A \cup \emptyset = A$
- ⑤ $(A \cap B) \subset A \subset (A \cup B)$

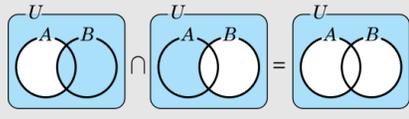
37. 다음 중 다음 벤 다이어그램의 색칠한 부분이 나타내는 집합을 모두 고르면?



- ① $(A \cap B)^c$ ② $A^c \cap B^c$
 ③ $U - (A \cap B)$ ④ $U - (A \cup B)$
 ⑤ $(A \cup B)^c$

해설

$$A^c \cap B^c = (A \cup B)^c$$

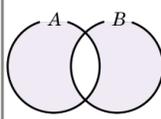


38. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 연산 Δ 를 $A\Delta B = (A-B) \cup (B-A)$ 로 정의할 때, 다음 중에서 $(A\Delta B)\Delta A$ 와 같은 집합은?

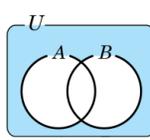
- ① A ② B ③ $A \cap B$ ④ $A \cup B$ ⑤ $A - B$

해설

$A\Delta B = (A-B) \cup (B-A)$ 를 벤다이어그램으로 나타내면 다음과 같다. $(A\Delta B)\Delta A = [(A\Delta B)-A] \cup [A-(A\Delta B)] = (B-A) \cup (A \cap B) = B$



39. 다음 벤 다이어그램에서 $n(U) = 45$, $n(A) = 17$, $n(B) = 24$, $n(A \cap B) = 8$ 일 때, 색칠한 부분에 해당하는 집합의 원소의 개수를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

색칠하지 않은 부분이 의미하는 집합은 $A \cup B$ 이다.
따라서 색칠한 부분에 해당하는 원소의 개수는 전체집합의 원소의 개수에서 $A \cup B$ 의 원소의 개수를 뺀 것과 같다.
 $n(A \cup B) = 17 + 24 - 8 = 33$ 이므로 $n(U) - n(A \cup B) = 45 - 33 = 12$ 이다.

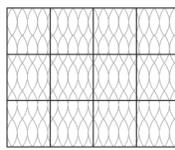
40. 세 조건 p, q, r 를 만족하는 집합을 각각 P, Q, R 라고 하면 $P \cup Q = P, Q \cap R = R$ 인 관계가 성립한다. 이 때, 다음 중 반드시 참인 명제가 아닌 것은?

- ① $r \rightarrow p$ ② $\sim p \rightarrow \sim q$ ③ $\sim p \rightarrow \sim r$
 ④ $\sim r \rightarrow \sim p$ ⑤ $\sim q \rightarrow \sim r$

해설
 $P \cup Q = P, Q \cap R = R$ 이면
 $Q \subset P, R \subset Q$ 이므로 $q \rightarrow p, r \rightarrow q$ 가 참
 $R \subset Q \subset P$ 이므로 $r \rightarrow p$ 가 참
 $Q \subset P, R \subset Q$ 이면 $Q^c \supset P^c, R^c \supset Q^c$ 이므로 $\sim p \rightarrow \sim q, \sim q \rightarrow \sim r$ 이 참

해설
 '주어진 명제가 참일 때, 그 대우도 참'을 이용하여 $q \rightarrow p, r \rightarrow q$ 가 참이면 $\sim p \rightarrow \sim q, \sim q \rightarrow \sim r$ 가 참임을 쉽게 판단할 수 있다.

41. 어떤 농부가 길이 120m인 철망을 가지고 아래 그림과 같이 열두 개의 작은 직사각형 모양으로 이루어진 가축의 우리를 만들려고 한다. 전체 우리의 최대넓이를 구하여라.



- ① 120 m² ② 180 m² ③ 240 m²
 ④ 300 m² ⑤ 360 m²

해설

전체의 가로를 x , 세로를 y 라 하면
 $4x + 5y = 120$
 넓이 : xy
 $4x + 5y = 120 \geq 2\sqrt{4x \cdot 5y}$
 $60 \geq \sqrt{20xy}, 3600 \geq 20xy$
 $\therefore 180 \geq xy$
 따라서 넓이의 최대값은 180

해설

$xy = x \times \frac{1}{5}(120 - 4x)$
 $= -\frac{4}{5}x^2 + 24x$
 $= -\frac{4}{5}(x^2 - 30x + 225 - 225)$
 $= -\frac{4}{5}(x - 15)^2 + 180$
 $x = 15(\text{m}), y = 12(\text{m})$ 일 때,
 최대넓이는 180 m²

42. 함수 $f(x) = x + 3$ 에 대하여 $f^1 = f, f^{n+1} = f \circ f^n (n = 1, 2, 3, \dots)$ 으로 정의할 때, $f^{100}(100)$ 의 값은?

- ① 300 ② 400 ③ 500 ④ 600 ⑤ 700

해설

$$f^1(x) = x + 3$$

$$f^2(x) = f(f^1(x)) = f(x + 3) = x + 6$$

$$f^3(x) = f(f^2(x)) = f(x + 6) = x + 9$$

∴ 이므로

$$f^n(x) = x + 3n (n = 1, 2, 3, \dots) \text{ 으로}$$

추정할 수 있다.

$$\text{따라서, } f^{100}(x) = x + 300 \text{ 이므로}$$

$$f^{100}(100) = 100 + 300 = 400$$

43. 함수 $f(x)$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 하자. $x \neq 1$ 인 모든 실수 x 에 대하여

$$f\left(2g(x) - \frac{x}{x-1}\right) = x \text{라 할 때, } f(2) \text{의 값을 구하면?}$$

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} f(f^{-1}(x)) &= x \\ \therefore 2g(x) - \frac{x}{x-1} &= g(x) \\ \Rightarrow g(x) &= \frac{x}{x-1} \\ f(2) &= k \text{라고 하면} \\ g(k) &= 2 \Rightarrow k = 2 \end{aligned}$$

44. $\begin{cases} 2x+1 & (x \geq 1) \\ x+2 & (x < 1) \end{cases}$ 에 대하여 $f^{-1}(5) + f^{-1}(k) = -2$ 일 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $k = -2$

해설

$$f(x) = \begin{cases} 2x+1 & (x \geq 1) \\ x+2 & (x < 1) \end{cases} \text{에서}$$

$x \geq 1$ 일 때, $f(x) \geq 3$ 이며

$x < 1$ 일 때, $f(x) < 3$ 이다.

이 때, $f^{-1}(5) + f^{-1}(k) = -2$ 에서

$f^{-1}(5) = a$ 라고 놓으면

$$f(a) = 5 \geq 3 \text{ 이므로 } f(a) = 2a + 1 = 5$$

$$\therefore a = 2$$

그러므로 $f^{-1}(k) = -4$

$$f(-4) = -4 + 2 = k \text{ } (\because -4 < 3)$$

$$\therefore k = -2$$

45. $2 \leq x \leq 4$ 일 때, 함수 $y = \frac{3x-4}{x-1}$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 한다. Mm 의 값은?

- ① $\frac{2}{3}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{8}{3}$ ④ $\frac{16}{3}$ ⑤ $\frac{20}{3}$

해설

$$y = \frac{3x-4}{x-1} = \frac{-1}{x-1} + 3$$

$$x = 2 \text{ 일 때 최솟이므로, } M = \frac{-1}{2-1} + 3 = 2$$

$$x = 4 \text{ 일 때 최대이므로, } m = \frac{-1}{4-1} + 3 = \frac{8}{3}$$

$$\therefore Mm = 2 \times \frac{8}{3} = \frac{16}{3}$$

46. 함수 $y = -\frac{2}{x} + 2$ 의 그래프와 직선 $y = 2x + k$ 가 서로 만나지 않을 때, 정수 k 의 개수는?

- ① 3 개 ② 4 개 ③ 5 개 ④ 6 개 ⑤ 7 개

해설

$-\frac{2}{x} + 2 = 2x + k$ 에서 $-2 + 2x = 2x^2 + kx$
 $2x^2 + (k-2)x + 2 = 0$ 이 이차방정식의 판별식을
 D 라 하면 $D = (k-2)^2 - 16 < 0$ 에서
 $k^2 - 4k - 12 < 0, (k+2)(k-6) < 0$
 $\therefore -2 < k < 6$
따라서 이를 만족하는 정수 k 의 값은
 $-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5$ 의 7개이다.

47. $\sqrt{11-6\sqrt{2}}$ 의 소수 부분 x 에 대하여 $y = x + \frac{1}{x}$ 일 때, $\sqrt{x(y-2)}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\sqrt{2}-1$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{11-6\sqrt{2}} &= \sqrt{11-2\sqrt{18}} \\ &= \sqrt{(\sqrt{9}-\sqrt{2})^2} \\ &= 3-\sqrt{2} \\ &= 1 \cdots \Rightarrow \text{소수부분 } x : 2-\sqrt{2} \\ y = x + \frac{1}{x} &= 2-\sqrt{2} + \frac{1}{2-\sqrt{2}} \\ &= 2-\sqrt{2} + \frac{2+\sqrt{2}}{2} \\ &= 3-\frac{\sqrt{2}}{2} \\ y-2 &= 1-\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{2-\sqrt{2}}{2} \\ \sqrt{x(y-2)} &= \sqrt{(2-\sqrt{2})\left(\frac{2-\sqrt{2}}{2}\right)} \\ &= \sqrt{3-2\sqrt{2}} = \sqrt{(\sqrt{2}-1)^2} \\ &= \sqrt{2}-1\end{aligned}$$

48. 세 집합 $A = \{x|x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$, $B = \{x|x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$, $C = \{x|x \text{는 } 6 \text{의 배수}\}$ 에 대하여 4 미만의 자연수를 나타내는 집합을 모두 골라라.

- | | | |
|-----------------------|-----------------------|--------------------|
| ㉠ $A \cap B \cap C$ | ㉡ $A \cap B - C$ | ㉢ $A \cap B^c - C$ |
| ㉣ $A \cap B \cap C^c$ | ㉤ $A^c \cap B \cap C$ | |

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: ㉡

▷ 정답: ㉣

해설

$A = \{1, 2, 3, 6\}$, $B = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$, $C = \{6, 12, 18, \dots\}$

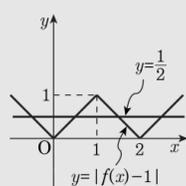
$A \cap B = \{1, 2, 3, 6\}$ 에서 집합 C 를 빼면 $\{1, 2, 3\}$ 즉 4 미만의 자연수가 남는다.

49. 함수 $f(x) = |x - 1|$ 에 대하여 $(f \circ f)(x) = \frac{1}{2}$ 의 실근의 개수를 구하면?

- ① 0개 ② 1개 ③ 2개 ④ 3개 ⑤ 4개

해설

$(f \circ f)(x) = |f(x) - 1|$ 이므로
 $y = |f(x) - 1|$ 의 그래프는 다음 그림과 같다.



따라서 함수 $y = |f(x) - 1|$ 의 그래프와

직선 $y = \frac{1}{2}$ 이 4 개의 점에서

만나므로 주어진 방정식의 실근의 개수는 4 개이다.

50. 함수 $f(x)$ 의 역함수를 $g(x)$, 함수 $f(2x-1)$ 의 역함수를 $h(x)$ 라고 할 때, 다음 중 옳은 것은?

① $h(x) = 2g(x) + 1$

② $h(x) = 2g(x) - 1$

③ $h(x) = \frac{1}{2}\{g(x) + 1\}$

④ $h(x) = g\left(\frac{x}{2} + 1\right)$

⑤ $h(x) = \frac{1}{2}g(2x-1) + 1$

해설

$f(x)$ 의 역함수가 $g(x)$ 이므로

$$y = f(2x-1) \Leftrightarrow 2x-1 = g(y) \cdots \text{㉠}$$

$f(2x-1)$ 의 역함수가 $h(x)$ 이므로

$$y = f(2x-1) \Leftrightarrow x = h(y) \cdots \text{㉡}$$

$$\text{㉠, ㉡에서 } x \text{ 를 소거하면 } 2h(y) - 1 = g(h)$$

$$\text{그러므로 } h(y) = \frac{1}{2}\{g(h) + 1\}$$

$$\therefore h(x) = \frac{1}{2}\{g(x) + 1\}$$