

1. 1 부터 50 까지의 자연수를 모두 곱하면 $A \times (2 \times 5)^n$ 이 될 때, n 의 값을 구하면?

① 10

② 11

③ 12

④ 13

⑤ 14

해설

$1 \times 2 \times 3 \times 4 \times \cdots \times 49 \times 50$ 에서

2 의 배수의 개수 : 25 개

2^2 의 배수의 개수 : 12 개

2^3 의 배수의 개수 : 6 개

2^4 의 배수의 개수 : 3 개

2^5 의 배수의 개수 : 1 개

5 의 배수의 개수 : 10 개

5^2 의 배수의 개수 : 2 개이므로

$$\begin{aligned}\therefore 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times \cdots \times 50 &= 2^{47} \times 5^{12} \times \cdots \\ &= A \times (2 \times 5)^{12}\end{aligned}$$

$$\therefore n = 12$$

2. 40 을 소인수분해하면?

① 1×40

② 2×20

③ $2^2 \times 10$

④ $2^3 \times 5$

⑤ 8×5

해설

40 을 소인수분해하면 다음과 같다. $40 = 2^3 \times 5$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{)40} \\ 2 \overline{)20} \\ 2 \overline{)10} \\ 5 \end{array}$$

3. $24 \times a = 90 \times b = c^2$ 을 만족하는 가장 작은 자연수 c 의 값을 구하여라.
(단, a, b, c 는 모두 자연수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 60

해설

$$24 \times a = 90 \times b = c^2$$

$24 \times a$ 와 $90 \times b$ 가 어떤 수의 제곱수가 되어야 하므로 소인수분해를 해 보면

$$2^3 \times 3 \times a = 2 \times 3^2 \times 5 \times b$$

즉, c 는 24 과 90 의 공배수이므로 $2^3 \times 3^2 \times 5$ 의 배수이다.
그러므로 가장 작은 c^2 은 $2^4 \times 3^2 \times 5^2$ 이어야 한다.

$$\therefore c = 2^2 \times 3 \times 5 = 60$$

4. 다음 중 350 의 약수가 아닌 것은?

① 2

② 2×5

③ 2×7

④ $2^2 \times 5^2$

⑤ $2 \times 5^2 \times 7$

해설

$350 = 2 \times 5^2 \times 7$ 이므로 ④ $2^2 \times 5^2$ 은 약수가 아니다.

5. 다음 중 약수의 개수가 가장 많은 것은?

① 80

② 90

③ 216

④ 168

⑤ 180

해설

$$\textcircled{1} \quad 80 = 2^4 \times 5$$

$$\therefore (4+1) \times (1+1) = 10(\text{개})$$

$$\textcircled{2} \quad 90 = 2 \times 3^2 \times 5$$

$$\therefore (1+1) \times (2+1) \times (1+1) = 12(\text{개})$$

$$\textcircled{3} \quad 216 = 2^3 \times 3^3$$

$$\therefore (3+1) \times (3+1) = 16(\text{개})$$

$$\textcircled{4} \quad 168 = 2^3 \times 3 \times 7$$

$$\therefore (3+1) \times (1+1) \times (1+1) = 16(\text{개})$$

$$\textcircled{5} \quad 180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$$

$$\therefore (2+1) \times (2+1) \times (1+1) = 18(\text{개})$$

6. 130 을 나누어 몫이 7 이고 나머지가 4 인 수는?

① 15

② 16

③ 17

④ 18

⑤ 19

해설

나누는 수를 a 라 하면 $7 \times a + 4 = 130$, $7 \times a = 126$ 이므로
 $a = 18$ 이다.

7. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 16 의 약수의 개수는 5 개이다.
- ② 모든 자연수는 자기 자신의 약수인 동시에 배수이다.
- ③ 모든 자연수는 약수가 2 개 이상이다.
- ④ 21 은 3 의 배수이다.
- ⑤ 6 은 18 의 약수이다.

해설

1 은 약수가 자기 자신뿐이다.

8. 다음 중 3^4 을 나타낸 식은?

① 3×4

② $3 + 3 + 3 + 3$

③ $4 \times 4 \times 4$

④ $3 \times 3 \times 3 \times 3$

⑤ 4×3

해설

$3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^4$ 이다.

9. 다음 중 소수가 아닌 것은?

① 7

② 11

③ 13

④ 19

⑤ 21

해설

소수는 1 보다 큰 자연수 중 1 과 자기 자신만을 약수로 가지는 수이다.

$21 = 3 \times 7$ 이므로 소수가 아니다.

10. 다음 보기 중 옳지 않은 것을 골라라.

보기

- ㉠ 합성수는 모두 짝수이다.
- ㉡ 3의 배수 중 소수는 1개뿐이다.
- ㉢ 2는 가장 작은 소수이다.
- ㉣ 짝수인 소수는 2뿐이다.

▶ 답:

▶ 정답: ㉠

해설

㉠ 15는 합성수이지만 홀수이다.

11. 360 을 소인수분해하였을 때, 각 소인수의 지수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$2 \overline{) 360}$$

$$2 \overline{) 180}$$

$$2 \overline{) 90}$$

$$3 \overline{) 45}$$

$$3 \overline{) 15}$$

$$5$$

$$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$$

$$\therefore 3 + 2 + 1 = 6$$

12. 다음 중 소인수 분해 하였을 때, 소인수가 다른 것끼리 짝지은 것은?

① 28

② 56

③ 112

④ 128

⑤ 196

해설

① $28 = 2^2 \times 7$ 이므로

28 의 소인수는 2, 7

② $56 = 2^3 \times 7$ 이므로

56 의 소인수는 2, 7

③ $112 = 2^4 \times 7$ 이므로

112 의 소인수는 2, 7

④ $128 = 2^7$ 이므로

128 의 소인수는 2

⑤ $196 = 2^2 \times 7^2$ 이므로

196 의 소인수는 2, 7

13. 60에 어떤 자연수를 곱하여 자연수의 제곱이 되게 하려고 할 때, 곱할 수 있는 수 중에서 가장 작은 자연수는?

① 3

② 5

③ 12

④ 15

⑤ 20

해설

$$60 = 2^2 \times 3 \times 5$$

곱해야 할 가장 작은 자연수는 $3 \times 5 = 15$

14. 18 에 적당한 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 이때 곱해야 할 자연수를 가장 작은 것부터 3 개를 써라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

▷ 정답 : 8

▷ 정답 : 18

해설

$$18 = 2 \times 3^2$$

곱해야 할 자연수를 x 라 할 때,

$$(2 \times 3^2) \times x = y^2$$

$$x = 2, 2 \times 2^2, 2 \times 3^2, \dots$$

$$= 2, 8, 18, \dots$$

15. 자연수 $3^a \times 5^4 \times 7^5$ 의 약수의 개수가 120 이다. 이때, a 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$(a + 1)(4 + 1)(5 + 1) = 120$$

$$a + 1 = 4$$

$$\therefore a = 3$$

16. $2^2 \times \square \times 7$ 은 어떤 수를 소인수분해한 식이고 이 수는 약수의 개수가 12 개인 가장 작은 수이다. $\square$ 안에 알맞은 수는?

① 2

② 3

③ 5

④ 7

⑤ 11

해설

$$2^2 \times a^n \times 7$$

$$(2+1) \times (n+1) \times (1+1) = 12 \therefore n = 1$$

2를 제외한 가장 작은 소수는 3이므로

$$3^1 = 3$$

17. 1 부터 50 까지의 자연수 중에서 약수의 개수가 3 개인 자연수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 4 개

해설

자연수 n 의 약수의 개수가 3 개이기 위해서는
1 과 n 이외에 약수가 한 개만 더 있어야하므로
자연수 n 은 소수의 완전제곱수이어야 한다.
따라서 1 부터 50 까지의 완전제곱수를 구하면
 $7^2 = 49 < 50$ 이고 $11^2 = 121 > 50$ 이므로
50 이하인 소수의 완전제곱수는
 $2^2, 3^2, 5^2, 7^2$ 이다.

18. 어떤 수를 7로 나누었더니 몫이 5이고 나머지가 3이었다. 이 수를 9로 나누었을 때의 몫을 x , 나머지를 y 라 할 때, $x+y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

어떤 수를 A 라 하면 $A = 7 \times 5 + 3 = 9 \times 4 + 2$ 이므로 몫이 4, 나머지가 2이다.

따라서 $x + y = 4 + 2 = 6$ 이다.

19. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 골라라.

보기

- ㉠ 약수가 1 개뿐인 수를 소수라고 한다.
- ㉡ 133 은 합성수이다.
- ㉢ 소수의 개수는 유한개이다.
- ㉣ 3 과 1123 은 서로소이다.
- ㉤ 십의 자리의 숫자가 p , 일의 자리의 숫자가 q 인 수가 소수이면 pq 도 소수이다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉡

▶ 정답 : ㉣

해설

- ㉠ 약수가 1 과 자기 자신인 수를 소수라고 한다.
- ㉡ 133 의 약수는 1, 7, 19, 133 이므로 합성수이다.
- ㉢ 소수의 개수는 무한개이다.
- ㉣ 3 과 1123 의 최대공약수는 1 이므로 서로소이다.
- ㉤ $p \times q$ 의 약수가 1, p , q , $p \times q$ 이므로 소수가 아니다.

20. 연속하는 세 자연수 a, b, c 에 대하여 $a + b + c$ 가 15 의 배수가 되는 순서쌍 (a, b, c) 는 모두 몇 개인지 구하여라. (단, $a \leq 100$)

▶ 답: 개

▷ 정답: 20 개

해설

$b = a + 1, c = a + 2$ 이므로,

$$a + (a + 1) + (a + 2) = 15k$$

$\rightarrow 3a = 15k - 3 \rightarrow a = 5k - 1 \rightarrow a$ 는 5 로 나누어서 나머지가 4 인 수이다.

$a \leq 100$ 일 때, a 의 개수는 20 개이다.

$\therefore$ 순서쌍 (a, b, c) 의 개수=20 개

21. 1에서 100까지의 자연수를 다음과 같이 연속한 세 개의 수씩 묶어 차례로 늘어놓았다.

$(1, 2, 3), (2, 3, 4), (3, 4, 5), \dots, (98, 99, 100)$

이 때, 세 수의 합이 21의 배수인 것은 모두 몇 묶음인지 구하면?

① 12

② 13

③ 14

④ 15

⑤ 16

해설

연속하는 세 개의 자연수를

$(a-1, a, a+1)$ ($2 \leq a \leq 99$)라 하면,

$(a-1) + (a) + (a+1) = (21 \text{의 배수})$

$\Rightarrow 3a = (21 \text{의 배수})$

$\Rightarrow a = (7 \text{의 배수})$

$\therefore 2 \leq a \leq 99$ 일 때, 7의 배수는 14개

22. 3^{90} 의 일의 자리의 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

3 의 거듭제곱 수마다 일의 자리 수를 구해보면 3, 9, 7, 1 이 반복되는 것을 알 수 있다.

3의 거듭제곱 수	일의 자리 수
$3^1(=3)$	3
$3^2(=3 \times 3=9)$	9
$3^3(=3 \times 3 \times 3=27)$	7
$3^4(=3 \times 3 \times 3 \times 3=81)$	1
$3^5(=3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3=243)$	3
$3^6(=3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3=729)$	9
$\vdots$	$\vdots$

90 은 4 로 나누었을 때 나머지가 2 이므로 3^{90} 의 일의 자리의 수는 9 이다.

23. 자연수 $2^2 \times 3 \times 5$ 의 약수 중에서 두 번째로 큰 수를 a , 세 번째로 큰 수를 b 라 할 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

① 15

② 30

③ 50

④ 60

⑤ 75

해설

$2^2 \times 3 \times 5$ 의 약수 중 두 번째로 큰 수는 $2 \times 3 \times 5 = 30$, 세 번째로 큰 수는 $2^2 \times 5 = 20$ 이므로, $a + b = 30 + 20 = 50$ 이다.

24. 다음 수를 약수의 개수가 적은 것부터 순서대로 나열한 것은?

보기

㉠ $2^5 \times 3$

㉡ $2^4 \times 5^2$

㉢ $2 \times 3 \times 7$

㉣ $2 \times 3 \times 5 \times 11$

㉤ $3^2 \times 5^3 \times 7$

① ㉠, ㉡, ㉢, ㉣, ㉤

② ㉡, ㉢, ㉠, ㉤, ㉣

③ ㉢, ㉠, ㉡, ㉣, ㉤

④ ㉢, ㉡, ㉤, ㉣, ㉠

⑤ ㉣, ㉠, ㉤, ㉡, ㉢

해설

㉠ 12 개 ㉡ 15 개 ㉢ 8 개 ㉣ 16 개 ㉤ 24 개
따라서 ㉢, ㉠, ㉡, ㉣, ㉤ 순서이다.

25. $20 \times \square$ 의 약수의 개수가 18개일 때, $\square$ 안에 들어갈 가장 작은 자연수는?

① 4

② 8

③ 9

④ 25

⑤ 49

해설

(i) $\square = 2^a$ 일 때 $18 = (8 + 1) \times (1 + 1)$ 이므로

$$\square = 2^6 = 64$$

(ii) $\square \neq 2^a$ 일 때 $18 = (2 + 1) \times (a + 1) \times (1 + 1)$

$a = 2$, 가장 작은 자연수는 $3^2 = 9$

$\therefore$ (i), (ii)에서 가장 작은 자연수는 9