1. $f(x) = x^3 - ax^2 + bx - 2$가 $(x-1)(x+2)$로 나누어 떨어지도록 상수 $a+b$의 값을 정하시오.

▶ 답:

▷ 정답: -3

해설

$f(x) = x^3 - ax^2 + bx - 2$ 라 놓으면,
$f(1) = 1 - a + b - 2 = 0$
$\therefore \ -a + b = 1 \cdots$ ㉠
$f(-2) = -8 - 4a - 2b - 2 = 0$
$\therefore \ 2a + b = -5 \cdots$ ㉡
㉠, ㉡에서 $a = -2,\ b = -1$

2. 임의의 실수 x에 대하여 $x^2+2ax+2a+3 \geq 0$이 성립하기 위한 상수 a의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$x^2+2ax+2a+3 \geq 0$이 항상 성립할 조건은
$D/4 = a^2-2a-3 = (a+1)(a-3) \leq 0$
$\therefore -1 \leq a \leq 3$
a의 최솟값은 -1

3. 두 원 $x^2+y^2-4x=0$, $x^2+y^2-6x-2y+8=0$ 의 두 교점과 점$(1,\ 0)$ 을 지나는 원의
방정식을 바르게 구한 것은?

① $x^2+y^2-8x-y-4=0$

② $x^2+y^2-8x-4y+16=0$

③ $x^2+y^2-5x-y+16=0$

④ $x^2+y^2-5x-4y+16=0$

⑤ $x^2+y^2-5x-y+4=0$

해설

문제에서 주어진 두 원의 교점을
지나는 임의의 원
또는 직선의 방정식은
$(x^2+y^2-4x)m+(x^2+y^2-6x-2y+8)=0$ 이다.
위 방정식이 나타내는 원이 점 $(1,0)$ 을 지나므로
$x=1$, $y=0$ 을 대입하면
$-3m+3=0$
$\therefore m=1$
$(x^2+y^2-4x)+(x^2+y^2-6x-2y+8)=0$
$2x^2+2y^2-10x-2y+8=0$,
$x^2+y^2-5x-y+4=0$

4. x 의 이차방정식 $x^2 - ax + a^2 - 3 = 0$ 의 두 실근을 α, β 라 할 때, $\alpha^2 + \beta^2$ 의 최댓값과 최솟값의 합을 구하면?

① 8　　② 9　　③ 10　　④ 11　　⑤ 12

해설

$x^2 - ax + a^2 - 3 = 0 \cdots$ ㉠

㉠는 두 실근을 가지므로,

$D = a^2 - 4(a^2 - 3) \geq 0$, 즉 $a^2 - 4 \leq 0 \therefore \ -2 \leq a \leq 2$

그런데 α, β 는 ㉡의 두 근이므로,

근과 계수와의 관계에서

$\alpha + \beta = a,\ \alpha\beta = a^2 - 3$

$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = a^2 - 2(a^2 - 3) = 6 - a^2$

여기서, $-2 \leq a \leq 2$ 이므로

$0 \leq a^2 \leq 4$

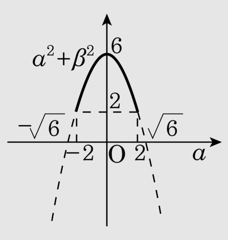
$\therefore\ 2 \leq 6 - a^2 \leq 6$

$\therefore\ 2 \leq \alpha^2 + \beta^2 \leq 6$

따라서 $\alpha^2 + \beta^2$ 은

$a = 0$ 일 때 최대이고, 최댓값 : 6

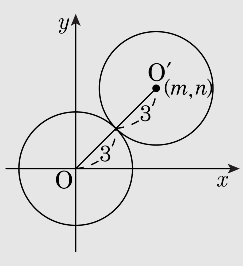
$a = \pm 2$ 일 때 최소이고, 최소값 : 2



5. 좌표평면 위의 원 $x^2+y^2=9$와 이 원을 x 축의 방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동한 도형의 교점이 1개일 때, m^2+n^2의 값은?

① 20 ② 25 ③ 30 ④ 36 ⑤ 40

해설



중심이 O(0, 0)이고
반지름의 길이가 3인 원을,
x 축의 방향으로 m 만큼,
y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동하면
중심이 $\mathrm{O}'(m,n)$이고
반지름의 길이가 3인 원이다.
두 원의 크기가 같으므로 내접할 수 없고,
두 원의 교점이 1개이므로 두 원은 서로 외접한다.
따라서 중심거리가 반지름의 길이의 합과 같으므로
$\overline{\mathrm{OO}'}=\sqrt{m^2+n^2}=3+3=6$
$\therefore m^2+n^2=36$