

1. 자연수  $x$  를 소인수분해 했을 때 나타나는 소인수들의 합을 기호  $S(x)$  로 나타내기로 할 때, 어떤 자연수  $m$  을 소인수분해 하면 세 종류의 소인수가 나타나고,  $S(m) = 12$  라고 한다. 이 때, 이를 만족하는  $m$  의 값의 합을 구하여라.  
(예를 들면,  $72 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$  이므로  $S(72) = 2 + 2 + 2 + 3 + 3 = 12$  가 된다.)

▶ 답:

▷ 정답: 102

### 해설

세 종류의 소수의 합이 12 이하인 경우는  
(2, 3, 5), (2, 3, 7) 의 두 가지 경우이다.

$S(m) = 2 + 2 + 3 + 5$  또는  $S(m) = 2 + 3 + 7$  이므로  $m = 2 \times 2 \times 3 \times 5 = 60$  또는  $m = 2 \times 3 \times 7 = 42$

따라서  $60 + 42 = 102$ 이다.

2.  $24 \times a$  가 어떤 자연수  $A$  의 제곱이 될 때,  $A$  의 최솟값은?

① 9

② 12

③ 36

④ 54

⑤ 100

해설

$$24 \times a = 2^3 \times 3 \times a$$

$$\text{가장 작은 } a = 2 \times 3 = 6$$

$$A^2 = 2^3 \times 3 \times 2 \times 3 = 2^4 \times 3^2 = (12)^2$$

$$\therefore A = 12$$

3.  $I, M, O$  는  $I \times M \times O = 2001$  을 만족하는 서로 다른 자연수이다. 이 때,  $I + M + O$  의 최댓값은?

① 23

② 55

③ 99

④ 111

⑤ 671

해설

$2001 = 3 \times 23 \times 29$  이고, 합의 최댓값을 구하므로,  $I, M, O$  는 1, 3, 667 이 된다.

4.  $A = 3^5 \times \square$  의 약수가 18 개일 때,  $\square$  안에 들어갈 수 있는 최소의 자연수는?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

$A = 3^5 \times \square$ 에서

약수의 개수가 18 개이면  $\square$ 가 가장 작은 소인수 2 일 때

$$\square = 2^2 = 4$$

5. 두 수  $2 \times 3 \times 5^{\square}$ ,  $2 \times 3^2 \times 5 \times 7^2$  의 최소공배수가  $2^{\square} \times 3^{\square} \times 5^2 \times 7^{\square}$  일 때,  $\square$ 안에 알맞은 숫자들의 곱을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

### 해설

$2 \times 3 \times 5^{\square}$ ,  $2 \times 3^2 \times 5 \times 7^2$  의 최소공배수를 구하면  $2 \times 3^2 \times 5^{\square} \times 7^2$  이다.

또,  $2 \times 3 \times 5^{\square}$ ,  $2 \times 3^2 \times 5 \times 7^2$  의 최소공배수가  $2^{\square} \times 3^{\square} \times 5^2 \times 7^{\square}$  이므로 위에서 구한 최소공배수와 비교해 보면  $2 \times 3^2 \times 5^2 \times 7^2$  이다.

따라서  $\square$  안에 들어가는 수는 차례대로 2, 1, 2, 2 이고, 구하는 값은 8 이다.

6. 다음의 수 중에서 수직선에 나타냈을 때 왼쪽에서 2 번째 수를  $a$ , 가장 큰 수를  $b$ , 절댓값이 가장 작은 수를  $c$  라 할 때,  $a \times b \times c$  의 값을 구하여라.

$$+5, -3, \frac{7}{2}, -2.4, -\frac{21}{5}, \frac{100}{1}, 0.1$$

▶ 답:

▷ 정답: -30

### 해설

수의 대소를 비교해 보면

$$-\frac{21}{5} < -3 < -2.4 < 0.1 < \frac{7}{2} < +5 < \frac{100}{1}$$

$$a = -3, b = \frac{100}{1}, c = 0.1$$

$$\therefore a \times b \times c = (-3) \times \frac{100}{1} \times 0.1 = -30$$

7.  $\{x\}$ 를  $-x < a < x$ 인 정수  $a$  중 가장 큰 수라고 할 때, 다음을 알맞게 구한 것은 ?

$$\{8.4\} \div \{1.8\}$$

① 2

② 5

③ 6

④ 8

⑤ 9

해설

$$\{8.4\} \div \{1.8\} = 8 \div 1 = 8$$

8.  $0 < a < 1$  일 때, 다음 중 가장 큰 것은?

①  $a$

②  $a^2$

③  $a^3$

④  $\frac{1}{a}$

⑤  $-a$

해설

$a = \frac{1}{2}$  라고 놓으면,

①  $a = \frac{1}{2}$

②  $a^2 = \frac{1}{4}$

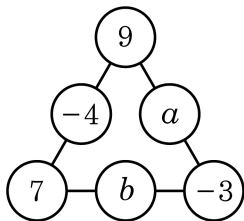
③  $a^3 = \frac{1}{8}$

④  $\frac{1}{a} = 2$

⑤  $-a = -\frac{1}{2}$



9. 다음 그림에서 각 변에 놓인 세 수의 합이 모두 같을 때,  $a \times b$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 48 또는 +48

### 해설

각 변에 놓인 세 수의 합은  $9 + (-4) + 7 = 12$  이다.

$$(i) 9 + a + (-3) = 12$$

$$a + 9 + (-3) = 12$$

$$a + 6 = 12$$

$$\therefore a = 6$$

$$(ii) 7 + b + (-3) = 12$$

$$b + 7 + (-3) = 12$$

$$b + 4 = 12$$

$$\therefore b = 8$$

따라서  $a \times b = 6 \times 8 = 48$  이다.

10. 어떤 유리수에서  $\frac{1}{12}$  을 더하고  $\frac{3}{5}$  을 빼야 하는데  $\frac{1}{12}$  을 빼고  $\frac{3}{5}$  을 더했더니 0.25 가 나왔다. 바르게 계산한 것은?

①  $-\frac{1}{2}$

②  $-\frac{31}{60}$

③  $-\frac{8}{15}$

④  $-\frac{47}{60}$

⑤  $-\frac{17}{30}$

해설

$$a - \frac{1}{12} + \frac{3}{5} = 0.25 = \frac{1}{4}$$

$$a - \frac{5}{60} + \frac{36}{60} = \frac{15}{60}$$

$$a = \frac{15}{60} + \frac{5}{60} - \frac{36}{60} = -\frac{16}{60} = -\frac{4}{15}$$

바르게 계산한 결과는  $-\frac{4}{15} + \frac{1}{12} - \frac{3}{5} = \frac{-16 + 5 - 36}{60} = -\frac{47}{60}$

11. 두 수  $a, b$ 에 대하여  $a * b = (-|a|^2 \div |b^2|) \div (|a| \div |b|)$  으로 정의할 때,  $A \times B$ 를 구하여라.

$$A = (-10) * (+2), B = (+4) * (-4)$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

A와 B를  $a * b = (-|a|^2 \div |b^2|) \div (|a| \div |b|)$  으로 계산하면

$$A = (-10) * (+2)$$

$$= (-| -10 |^2 \div | +2^2 |) \div (| -10 | \div | +2 |)$$

$$= \{-100 \div 4 \div (10 \div 2)\}$$

$$= (-100 \div 4 \div 5) = -5,$$

$$B = (+4) * (-4)$$

$$= (-| +4 |^2 \div | -4^2 |) \div (| +4 | \div | -4 |)$$

$$= \{-16 \div 16 \div (4 \div 4)\}$$

$$= (-16 \div 16 \div 1) = -1$$

$$\therefore A \times B = (-5) \times (-1) = 5$$

12. 두 유리수  $a, b$  에 대하여  $a \times b < 0$ ,  $|a| < |b|$ ,  $a + b < 0$  일 때,  $a$  와  $b$  의 부호로 옳은 것을 골라라.

①  $a > 0, b < 0$

②  $a > 0, b > 0$

③  $a < 0, b > 0$

④  $a < 0, b < 0$

⑤  $a < 0, b = 0$

### 해설

$a \times b < 0$  에서  $a$  와  $b$  는 서로 다른 부호이다.

부호가 다른 두 수의 합의 부호는, 더하는 두 수 중 절댓값이 더 큰 수의 부호를 따라간다.

그런데,  $a + b < 0$  이므로, 절댓값이 큰  $b$  의 부호가 음수라는 것을 알 수 있다. 따라서  $a$  는 양수이다.

$\therefore a > 0, b < 0$

13. 네 자리 자연수  $b3a1$  이 11 의 배수이고,  $c581$  이 9 의 배수일 때,  $\frac{a+b}{c}$  의 값을 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 1

▷ 정답:  $\frac{15}{4}$

### 해설

11 의 배수는 짝수 자리 수의 합에서 홀수 자리 수의 합을 뺀 절댓값이 0 이거나 11 의 배수이면 되므로,

$a + b - 4 = 11k$  이므로,  $a + b = 4, 15$  이다.

9 의 배수는 각 자리의 수를 더한 값이 9 의 배수이므로

$c + 5 + 8 + 1 = 9n$  이므로,  $c = 4$  이다.

$$\therefore \frac{a+b}{c} = 1, \frac{15}{4}$$

14.  $32 \times a$  가 어떤 자연수의 제곱이 될 때,  $a$  가 될 수 있는 수 중 20 보다 작은 수의 개수를 구하면?

- ① 3 개      ② 4 개      ③ 5 개      ④ 6 개      ⑤ 7 개

해설

$32 = 2^5$  이므로

$a$  가 될 수 있는 수는  $2 \times (\text{자연수})^2$  의 꼴이다.

따라서  $a$  가 될 수 있는 20 보다 작은 수는  $2, 2^3, 2 \times 3^2$ , 즉 3 개이다.

15. 자연수  $2^a \times 3^b$  에 24 를 곱하였더니 어떤 자연수의 제곱이 되었다. 이때, 가능한  $a, b$  중 가장 작은  $a, b$  를 올바르게 구한 것을 골라라.

①  $a : 0, b : 0$

②  $a : 0, b : 1$

③  $a : 1, b : 1$

④  $a : 1, b : 0$

⑤  $a : 2, b : 1$

### 해설

$2^a \times 3^b$  이 자연수이려면  $a$  와  $b$  는 0 이상이어야 한다.

또, 어떤 자연수의 제곱이 되는 수는 소인수분해를 했을 때 모든 소인수의 지수가 짝수여야 한다. 따라서,  $2^a \times 3^b$  에  $24 = 2^3 \times 3$  를 곱한 수가 어떤 자연수의 제곱이 되어야 하므로,  $2^a \times 3^b \times 2^3 \times 3 = 2^a \times 2^3 \times 3^b \times 3 = 2^{a+3} \times 3^{b+1}$  에서 2 의 지수인  $(a+3)$  과 3 의 지수인  $(b+1)$  이 모두 짝수여야 한다. 이를 만족하는 가장 작은 수  $a, b$  는 각각 1 과 1 이다.

16. 자연수  $n$  에 대해  $S(n)$  은  $n$  의 약수의 개수이다. 자연수  $a, b$  가 서로 소일 때,  $S(a) + S(b) = 6$  을 만족하는  $S(a \times b)$  의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

### 해설

$S(a) + S(b) = 6$  이므로,

$(S(a), S(b)) = (2, 4), (3, 3), (4, 2)$  이다.

(1)  $(S(a), S(b)) = (2, 4)$  일 때,  $a = x, b = y^3$  이거나  $b = y \times z$  의 형태이므로,

$S(a \times b) = 8$  이다. ( $(S(a), S(b)) = (4, 2)$  일 때도 같다.)

(2)  $(S(a), S(b)) = (3, 3)$  일 때,  $a = x^2, b = y^2$  의 형태이므로,  
 $S(a \times b) = 9$  이다.

$\therefore S(a \times b)$  의 최솟값 = 8



17. 두 자연수  $A, B$  의 최대공약수를  $[A, B]$  로 나타낼 때,  $[A, B] = [C, D] = k$  이다. 다음을 간단히 하여라. (단,  $A$  와  $C, D, B$  와  $C, D$  는 서로소)

$$\left[ \frac{[AB, CD]}{[A+B, C+D]}, \frac{[AD, BC]}{[A+D, B+C]} \right]$$

▶ 답:

▷ 정답:  $k$

해설

$[A, B] = [C, D] = k \rightarrow A, B, C, D$  모두 인수  $k$  를 가진다.

$AB$  와  $CD, AD$  와  $BC$  는 모두 인수  $k^2$  을 가지고,

$(A+B)$  와  $(C+D), (A+D)$  와  $(B+C)$  는 모두 인수  $k$  를 가진다.

$$\therefore \left[ \frac{[AB, CD]}{[A+B, C+D]}, \frac{[AD, BC]}{[A+D, B+C]} \right] = \left[ \frac{k^2}{k}, \frac{k^2}{k} \right] = [k, k] = k$$

18. 어떤 학교에 남자 260 명, 여자 273 명의 신입생이 들어왔다고 한다. 반별 인원수가 같고 각 반에 속한 남녀의 비가 같도록 반을 나누려고 할 때, 최대 몇 반까지 나오는가?

① 14반

② 13반

③ 12반

④ 11반

⑤ 10반

### 해설

잘 수 있는 반의 수를  $x$  라 할 때,

$$260 = x \times \square, 273 = x \times \triangle$$

$x$ 는 260 과 273 의 최대공약수

$$260 = 2^2 \times 5 \times 13, 273 = 3 \times 7 \times 13$$

$$\therefore x = 13$$

19. 1 에서 200 까지의 자연수 중에서 약수의 갯수가 3 개인 수는 모두 몇 개인가?

- ① 6개      ② 8개      ③ 9개      ④ 12개      ⑤ 14개

해설

약수가 3 개인 수는  $p$  를 소수라 할 때  $p^2$  인 수,  
 $13^2 = 169$  ,  $17^2 = 289$  이므로  
 $p$  가 될 수 있는 수는 2, 3, 5, 7, 11, 13 의 6 개

20. 한 자리 자연수  $a, b$  와 두 자리 자연수  $c, d$  에 대하여  
 $\frac{1}{a} + \frac{1}{c} = \frac{1}{5}$ ,  $\frac{1}{b} + \frac{1}{d} = \frac{1}{6}$  일 때,  $cd$  의 최댓값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1260

해설

$\frac{1}{a} + \frac{1}{c} = \frac{1}{5}$  을 만족하는 두 자리 수  $c$  는 반드시 5 의 배수이어야 한다.

따라서  $a = 6$ ,  $c = 30$  이다.

$\frac{1}{b} + \frac{1}{d} = \frac{1}{6}$  을 만족하는 두 자리 수  $d$  는 반드시 6 의 배수이어야 한다.

따라서  $(b, d) = (9, 18), (8, 24), (7, 42)$  이다.

$\therefore (cd \text{의 최댓값}) = 30 \times 42 = 1260$

21. 기호  $[x]$  는  $x$  보다 크지 않은 최대의 정수를 말한다. 기약분수  $\frac{k}{18}$  에 대하여  $[\frac{k}{18}] = 1$  을 만족하는 정수  $k$  의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 19

▷ 정답 : 23

▷ 정답 : 25

▷ 정답 : 29

▷ 정답 : 31

▷ 정답 : 35

#### 해설

$[\frac{k}{18}] = 1$  이므로  $1 \leq \frac{k}{18} < 2$  이다.

$18 \leq k < 36$  중 18 과 서로소인  $k$  를 찾으면 된다.

$\therefore k = 19, 23, 25, 29, 31, 35$

22. 연속하는 5 개의 정수의 합이 0 보다 작을 때, 5 개 중 가장 작은 정수와 가장 큰 정수의 곱의 최솟값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답:  $-3$

### 해설

연속하는 5 개의 정수를 각각  $n, n + 1, n + 2, n + 3, n + 4$  라 두면,

$$5n + 10 < 0, n < -2 \text{ 이다.}$$

$n \times (n + 4)$  는  $n$  이  $-4$  보다 작으면 양의 정수가 되므로,  
 $-3$  일 때 최솟값을 가진다.

따라서  $-3 \times 1 = -3$  이므로 가장 작은 정수와 가장 큰 정수의 곱의 최솟값은  $-3$  이다.