

1.  $x$ 에 대한 다항식  $x^3 - 2x^2 - px + 2$ 가  $x - 2$ 로 나누어떨어지도록 상수  $p$ 의 값을 정하면?

① 1

② -1

③ 2

④ -2

⑤ 3

해설

$x^3 - 2x^2 - px + 2 = f(x)$ 로 놓으면  $f(x)$ 가  $x - 2$ 로 나누어떨어지려면

$f(2) = 0$  이므로,

$$f(2) = 8 - 8 - 2p + 2 = 0$$

$$\therefore p = 1$$

2.  $x$ 에 대한 항등식  $x^2 - 2x + 3 = a + b(x-1) + cx(x-1)$ 에서  $a, b, c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 :  $a = 2$

▷ 정답 :  $b = -1$

▷ 정답 :  $c = 1$

### 해설

계수비교법에 의하여

$$x^2 - 2x + 3 = a + b(x-1) + cx(x-1)$$

$$= cx^2 + (b-c)x + a-b$$

$$x^2 - 2x + 3 = cx^2 + (b-c)x + a-b \text{에서}$$

$$c = 1, b - c = -2, a - b = 3$$

연립하여 풀면

$$\therefore a = 2, b = -1, c = 1$$

3.  $(x+y)a - (x-y)b - (y-z)c - 4z = 0$ 이  $x, y, z$ 의 값에 관계없이 항상 성립할 때, 곱  $abc$ 를 구하면?

① 4

② 8

③ 16

④ 32

⑤ 64

해설

$x, y, z$ 에 대해 정리하면

$$(a-b)x + (a+b-c)y + (c-4)z = 0$$

$x, y, z$ 에 대한 항등식이므로

$$a = b, a + b - c = 0, c = 4$$

$$\therefore a = b = 2, c = 4$$

$$\therefore abc = 16$$

4. 다항식  $x^3 + ax + b$ 가 다항식  $x^2 - x + 1$ 로 나누어 떨어지도록 상수  $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

나누어 떨어지려면 나머지가 0이어야 하므로

$x^2 = x - 1$ 을 대입하면

$$ax + (b - 1) = 0$$

이 등식이  $x$ 에 대한 항등식이므로,

$$a = 0, b - 1 = 0$$

$$\therefore a = 0, b = 1$$

$$\therefore a + b = 1$$

해설

$$x^3 + ax + b$$

$$= (x^2 - x + 1)Q(x)$$

$$= (x^2 - x + 1)(x + b)$$

$$\therefore b = 1, a = 0$$

5.  $\frac{k}{3}(k+1)(k+2) + (k+1)(k+2)$  와 같은 것은?

①  $\frac{1}{6}(k+1)(k+3)(k+4)$

②  $\frac{1}{3}k(k+1)(k+2)$

③  $\frac{1}{3}(k+1)(k+2)(k+3)$

④  $\frac{1}{3}k(k+1)(k+2)(k+3)$

⑤  $\frac{1}{4}(k+1)(2k+1)(3k+2)$

해설

$$(k+1)(k+2) = \frac{3}{3}(k+1)(k+2) \text{ 이므로}$$

공통인수  $\frac{1}{3}(k+1)(k+2)$  로 묶으면

$$(\text{준 식}) = \frac{1}{3}(k+1)(k+2)(k+3)$$

6. 다음 중 다항식  $a^3 - a^2b + ab^2 + ac^2 - b^3 - bc^2$  의 인수인 것은?

①  $a + c$

②  $a - b^2$

③  $a^2 - b^2 + c^2$

④  $a^2 + b^2 + c^2$

⑤  $a^2 + b^2 - c^2$

해설

$$\begin{aligned} & a^3 - a^2b + ab^2 + ac^2 - b^3 - bc^2 \\ &= a^3 - b^3 + (a - b)c^2 - ab(a - b) \\ &= (a - b)(a^2 + ab + b^2) + (a - b)c^2 - ab(a - b) \\ &= (a - b)(a^2 + ab + b^2 + c^2 - ab) \\ &= (a - b)(a^2 + b^2 + c^2) \end{aligned}$$

7.  $x^2 - 2x - y^2 + 2y$ 를 인수분해하였더니,  $(x + ay)(x - by + c)$ 가 되었다.  
이 때,  $a, b, c$ 를 순서대로 쓴 것은?

①  $-1, 0, 1$

②  $-1, 1, 2$

③  $-2, -1, 1$

④  $-1, -1, -2$

⑤  $-1, 2$

해설

$$\begin{aligned}x^2 - 2x - y^2 + 2y &= (x + y)(x - y) - 2(x - y) \\ &= (x - y)(x + y - 2)\end{aligned}$$

$$\therefore a = -1, b = -1, c = -2$$

8. 등식  $(x+1)(x-1)(x^3-x^2+x-1) = x^5-x^4+ax-b$ 가 항상 성립하도록  $a, b$  값을 정할 때,  $a+b$ 의 값을 구하면?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

양변에  $x = 1$ 을 대입하면,  $0 = a - b \cdots \textcircled{\text{㉠}}$

양변에  $x = -1$ 을 대입하면,  $0 = -2 - a - b \cdots \textcircled{\text{㉡}}$

$\textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉡}}$ 에서  $a = b = -1$

$\therefore a + b = -2$

9.  $\frac{2x+3a}{4x+1}$ 가  $x$ 에 관계없이 일정한 값을 가질 때,  $12a$ 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $12a = 2$

해설

$\frac{2x+3a}{4x+1} = k$  (일정값 =  $k$ )라 놓으면  $2x+3a = k(4x+1)$ 에서

$$(2-4k)x + 3a - k = 0$$

이 식은  $x$ 에 대한 항등식이므로,

$$2-4k=0, 3a-k=0$$

$$k = \frac{1}{2} \text{ 이므로 } 3a = k \text{ 에서 } a = \frac{1}{6}$$

$$\therefore 12a = 2$$

10.  $f(x) = 3x^3 + ax^2 + bx - 12$ 가  $x - 1$ 로 나누어 떨어지고,  $x + 1$ 로 나누었을 때는 나머지가  $-14$ 이다. 상수  $a, b$ 의 곱  $ab$ 의 값은?

①  $-12$

②  $12$

③  $-20$

④  $20$

⑤  $-36$

### 해설

나머지 정리에 의해  $f(1) = 0, f(-1) = -14$

$$f(1) = 3 + a + b - 12 = 0 \cdots \textcircled{1}$$

$$f(-1) = -3 + a - b - 12 = -14 \cdots \textcircled{2}$$

①, ②를 연립하면,  $a = 5, b = 4$

$$\therefore ab = 20$$

11. 다항식  $f(x)$ 를  $x-2$ ,  $x+2$ 로 나누었을 때, 나머지가 각각 5, 3이라 한다. 이 때, 다항식  $f(x)$ 를  $x^2-4$ 로 나눈 나머지를 구하면  $ax+b$ 이다.  $4a+b$ 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$f(2) = 5, f(-2) = 3$$

$$\begin{aligned} f(x) &= (x^2 - 4)Q(x) + ax + b \\ &= (x - 2)(x + 2)Q(x) + ax + b \end{aligned}$$

$$f(2) = 2a + b = 5, f(-2) = -2a + b = 3$$

$$a = \frac{1}{2}, b = 4$$

12.  $f(x)$ 를  $x-1$ 로 나눌 때 나머지가 3이다. 또, 이때의 몫을  $x+3$ 으로 나눈 나머지가 2이면  $f(x)$ 를  $x^2+2x-3$ 으로 나눈 나머지를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답:  $2x+1$

해설

$$\begin{aligned}f(x) &= (x-1)Q(x) + 3 \\&= (x-1)\{(x+3)Q'(x) + 2\} + 3 \\&= (x-1)(x+3)Q'(x) + 2(x-1) + 3 \\&= (x^2+2x-3)Q'(x) + 2x+1\end{aligned}$$

따라서, 구하는 나머지는  $2x+1$

13. 다항식  $f(x)$  를  $x - 3$  으로 나누었을 때의 몫이  $Q(x)$ , 나머지가 1 이고,  
또  $Q(x)$  를  $x - 2$  로 나누었을 때의 나머지가  $-2$  이다.  $f(x)$  를  $x - 2$  로  
나누었을 때의 나머지를 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$f(x) = (x - 3)Q(x) + 1$$

$$Q(2) = -2$$

$f(x)$  를  $x - 2$  로 나눈 나머지는  $f(2)$  이다.

$$\begin{aligned} f(2) &= (2 - 3)Q(2) + 1 \\ &= -1 \times (-2) + 1 = 3 \end{aligned}$$

14.  $x$ 에 대한 다항식  $x^3 + ax^2 - x + b$ 를  $x-1$ 로 나누었을 때 몫과 나머지를 다음과 같은 조립제법으로 구하려고 한다. 다음 중 옳지 않은 것은?

|     |     |     |      |     |
|-----|-----|-----|------|-----|
| $k$ | $1$ | $a$ | $-1$ | $b$ |
|     |     | $c$ | $d$  | $a$ |
| $1$ | $4$ | $3$ | $5$  |     |

①  $a = 3$

②  $b = 2$

③  $c = 1$

④  $d = 4$

⑤  $k = -1$

해설

다항식  $x^3 + ax^2 - x + b$ 를  $x-1$ 로 나누었을 때의 몫과 나머지를 조립제법을 이용하여 구하면 다음과 같다.

|     |       |     |       |     |
|-----|-------|-----|-------|-----|
| $1$ | $1$   | $a$ | $-1$  | $b$ |
|     |       | $1$ | $a+1$ | $a$ |
| $1$ | $a+1$ | $a$ | $b+a$ |     |

$k = 1, a = 3, b = 2, c = 1, d = 4$

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

15. 임의의 실수  $x$ 에 대하여  $2x^3 - 5x + 2 = a(x+1)^3 + b(x+1)^2 + c(x+1) + d$ 가 성립할 때,  $a^2 - b^2 + c^2 - d^2$ 의 값을 구하면?

① 56

② 28

③ -28

④ -46

⑤ -56

### 해설

$a, b, c, d$ 는  $2x^2 - 5x + 2$ 를  $(x+1)$ 로 계속 나눠 줄때 나오는 나머지이다.

조립제법을 이용해 보면

|    |   |    |    |   |     |
|----|---|----|----|---|-----|
| -1 | 2 | 0  | -5 | 2 |     |
|    |   | -2 | 2  | 3 |     |
| -1 | 2 | -2 | -3 | 5 | ← d |
|    |   | -2 | 4  |   |     |
| -1 | 2 | -4 | 1  |   | ← c |
|    |   | -2 |    |   |     |
| -1 | 2 | -6 |    |   | ← b |
|    | ↑ |    |    |   |     |
|    | a |    |    |   |     |

$$\therefore a^2 - b^2 + c^2 - d^2 = 2^2 - (-6)^2 + 1^2 - 5^2 = -56$$

16. 다음 중  $x^2 + y^2 + 2xy - 2x - 2y$  의 인수가 아닌 것은?

①  $x + y$

②  $-x - y$

③  $x + y - 2$

④  $x - y$

⑤  $2x + 2y$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준 식}) &= (x^2 + 2xy + y^2) - 2(x + y) \\&= (x + y)^2 - 2(x + y) \\&= (x + y)(x + y - 2)\end{aligned}$$

한편,

$$\begin{aligned}(x + y)(x + y - 2) &= -(-x - y)(x + y - 2) \\&= \frac{1}{2}(2x + 2y)(x + y - 2)\end{aligned}$$

17. 모든 실수  $x$ 에 대하여 등식  $x^{2007} + 1 = a_0 + a_1(x+4) + a_2(x+4)^2 + \cdots + a_{2007}(x+4)^{2007}$  이 성립할 때,  $a_0 + a_1 + a_2 + \cdots + a_{2007}$  의 값은?

①  $(-3)^{2007} + 1$

② 0

③  $3^{2007} + 1$

④ 1

⑤  $3^{2007} + 3$

해설

양변에  $x = -3$ 을 대입하면

$$(-3)^{2007} + 1 = a_0 + a_1 + \cdots + a_{2007}$$

18. 다항식  $(x+1)(x+3)(x+5)(x+7)+a$ 가 이차다항식의 완전제곱꼴이 되도록  $a$ 의 값을 정하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 16

해설

$$\begin{aligned} & (x+1)(x+3)(x+5)(x+7)+a \\ &= (x+1)(x+7)(x+3)(x+5)+a \\ &= (x^2+8x+7)(x^2+8x+15)+a \end{aligned}$$

$x^2+8x=A$ 로 놓으면

$$\begin{aligned} (\text{준식}) &= (A+7)(A+15)+a \\ &= A^2+22A+105+a \\ &= (A+11)^2-16+a \end{aligned}$$

따라서,  $a=16$ 일 때 이차식  $x^2+8x+11$ 의 완전제곱식이 된다.

19.  $a^2 - b^2 = 1$  일 때,  $\{(a+b)^n + (a-b)^n\}^2 - \{(a+b)^n - (a-b)^n\}^2$  의 값은? (단,  $n$ 은 자연수)

① 2

②  $2(a+b)^n$

③ 4

④  $4(a+b)^n$

⑤  $4(a-b)^n$

해설

$(A)^2 - (B)^2$  형태이므로

합차공식을 사용하여 정리하면

$$(\text{준식}) = 4(a+b)^n(a-b)^n = 4(a^2 - b^2)^n = 4$$

20.  $x$ 에 대한 다항식  $f(x)$ 를  $(x-3)^2$ 으로 나누면 나누어 떨어지고,  $x+3$ 으로 나누면 4가 남는다고 한다. 이 때,  $f(x)$ 를  $(x-3)^2(x+3)$ 으로 나눈 나머지는?

①  $(x-3)^2$

②  $3x^2 + 2x - 5$

③  $\frac{1}{5}(x-3)^2$

④  $x^2 + 2x - 5$

⑤  $\frac{1}{9}(x-3)^2$

해설

$$f(-3) = 4$$

$$f(x) = (x-3)^2(x+3)Q(x) + ax^2 + bx + c$$

$f(x) = (x-3)^2(x+3)Q(x) + a(x-3)^2$  ( $\because f(x)$ 는  $(x-3)^2$ 으로 나누어 떨어진다.)

$$f(x) = (x-3)^2 \{(x+3)Q(x) + a\}$$

$$f(-3) = (-3-3)^2 a = 4$$

$$\therefore a = \frac{1}{9}$$

$$\therefore \text{구하는 나머지} : \frac{1}{9}(x-3)^2$$