1. 다음 중 이차방정식이 아닌 것은?

① $3x^2 = 1$
② $4(x+1)(x-2) = 4$
③ $x(x-1)(x+3) = 4x$
④ $(x+4)(x-2) = 5x+7$
⑤ $x^3 - 4x + 6 = x^3 + x^2 - 1$

해설

$x(x-1)(x+3) = 4x$ 에서 x^3 이 존재하므로 이차방정식이 아니다.

2. 다음 중 [ ] 안의 수가 주어진 방정식의 해인 것을 모두 고르면?

① $x^2 - 4x = 3x\,[1]$

② $x^2 + 2x - 8 = 0\,[-2]$

③ $(x+2)^2 = 9x\,[2]$

④ $2x^2 - 7x + 6 = 0\,[2]$

⑤ $2x^2 - 15x - 8 = 0\,[8]$

해설

④ $2 \times 2^2 - 7 \times 2 + 6 = 0$

⑤ $2 \times 8^2 - 15 \times 8 - 8 = 128 - 120 - 8 = 0$

3. 다음 중 이차방정식 $(x-3)(x+7)=0$ 의 해를 구하면?

① $x=3$ 또는 $x=7$
② $x=-3$ 또는 $x=7$
③ $x=-3$ 또는 $x=-7$
④ $x=3$ 또는 $x=-7$
⑤ $x=0$ 또는 $x=3$

해설

$(x-3)(x+7)=0$,
$x-3=0$ 또는 $x+7=0$,
따라서 $x=3$ 또는 $x=-7$ 이다.

4. 이차방정식 $(x-1)(3x-2)=0$ 을 $ax^2+bx+c=0$ 꼴로 나타낼 때, $a+b+c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$(x-1)(3x-2)=3x^2-5x+2$
$=ax^2+bx+c=0$
$a=3,\ b=-5,\ c=2$
$\therefore\ a+b+c=3-5+2=0$

5. 이차방정식 $2x^2 + (k+2)x + 1 = 0$ 이 중근을 가질 때, k 의 값을 구하여라.

① $-1 \pm \sqrt{2}$　② $1 \pm \sqrt{2}$　③ $-2 \pm \sqrt{2}$
④ $-1 \pm 2\sqrt{2}$　⑤ $-2 \pm 2\sqrt{2}$

해설

이차방정식의 판별식을 D라고 할 때
$2x^2 + (k+2)x + 1 = 0$ 이 중근을 가지려면 $D = 0$
$D = (k+2)^2 - 4 \times 2 \times 1 = 0$
$(k+2)^2 = 8$, $k + 2 = \pm 2\sqrt{2}$
$\therefore k = -2 \pm 2\sqrt{2}$

6. 이차방정식 $(x-2)^2-5=0$ 을 풀면?

① $x=2$ 또는 $x=-5$
② $x=2\pm\sqrt{5}$
③ $x=-2\pm\sqrt{5}$
④ $x=2\pm\frac{\sqrt{3}}{2}$
⑤ $x=2$ 또는 $x=5$

해설

$(x-2)^2=5$
$x-2=\pm\sqrt{5}$
$\therefore\ x=2\pm\sqrt{5}$

7. 이차방정식 $(x-2)(x-4)=3$ 를 $(x+p)^2=q$ 의 꼴로 나타내려고 한다. 이 때, $p+q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$(x-2)(x-4)=3$, $x^2-6x=-5$,
$(x-3)^2=4$, $p=-3$, $q=4$,
$\therefore\ p+q=-3+4=1$

8. 이차방정식 $x^2 - 8x + 4 = 0$ 의 근의 개수를 구하여라.

▶ 답 : _____ 개

▷ 정답 : 2 개

해설

$x^2 - 8x + 4 = 0$ 에서

$\frac{D}{4} = (-4)^2 - 1 \times 4 = 16 - 4 > 0$

따라서 서로 다른 두 개의 근을 가진다.

9. 이차 방정식 $3x^2 - ax - 16 = 0$ 의 한 근이 -4 일 때, a 와 다른 한 근의 곱을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{32}{3}$

해설

주어진 식에 x 대신 -4 를 대입하면

$48 + 4a - 16 = 0$

$a = -8$

$3x^2 + 8x - 16 = 0$

$(3x - 4)(x + 4) = 0$

$x = \frac{4}{3},\ x = -4$

(구하는 값)$= \frac{4}{3} \times (-8) = -\frac{32}{3}$

10. 다음 방정식 중에서 중근을 갖는 것의 개수는?

보기

㉠ $x^2-4x+4=0$　　㉡ $4x^2+12x+9=0$

㉢ $x^2-10x+25=0$　　㉣ $\frac{1}{4}x^2+x+1=0$

㉤ $9x^2-30x+25=0$

① 1 개　② 2 개　③ 3 개　④ 4 개　⑤ 5 개

해설

모두 중근을 갖는다.

㉠ $x^2-4x+4=0 \Rightarrow (x-2)^2=0$

$\therefore\ x=2$ (중근)

㉡ $4x^2+12x+9=0 \Rightarrow (2x+3)^2=0$

$\therefore\ x=-\frac{3}{2}$ (중근)

㉢ $x^2-10x+25=0 \Rightarrow (x-5)^2=0$

$\therefore\ x=5$ (중근)

㉣ $\frac{1}{4}x^2+x+1=0 \Rightarrow \left(\frac{1}{2}x+1\right)^2=0$

$\therefore\ x=-2$ (중근)

㉤ $9x^2-30x+25=0 \Rightarrow (3x-5)^2=0$

$\therefore\ x=\frac{5}{3}$ (중근)

11. 다음은 완전제곱식을 이용하여 $3x^2 - 6x - 21 = 0$ 의 해를 구하는 과정이다. 옳은 것은?

$3x^2 - 6x - 21 = 0$ 양변을 A 로 나누면 $x^2 - 2x - 7 = 0$ 상수항을 우변으로 이항하면 $x^2 - 2x = 7$ 양변에 B 를 더하면 $x^2 - 2x + B = 7 + B$ $(x - C)^2 = D$ $x - C = \pm\sqrt{D}$ $\therefore x = C \pm E$

① $CD = 7$
② $A + B = 5$
③ $2A - C = 4$
④ $C - E = 1 \pm \sqrt{2}$
⑤ $B - E = 1 - 2\sqrt{2}$

해설

$3x^2 - 6x - 21 = 0$
양변을 3 으로 나누면 $x^2 - 2x - 7 = 0$
상수항을 우변으로 이항하면 $x^2 - 2x = 7$
양변에 1 를 더하면 $x^2 - 2x + 1 = 7 + 1$
$(x - 1)^2 = 8$
$x - 1 = \pm\sqrt{8}$
$\therefore x = 1 \pm 2\sqrt{2}$
$\therefore A = 3, B = 1, C = 1, D = 8, E = 2\sqrt{2}$

12. 이차방정식 $3x^2 - 6x - 2 = 0$ 의 양의 근을 고르면?

① $x = \frac{3 \pm \sqrt{15}}{3}$ ② $x = \frac{3 + \sqrt{15}}{3}$ ③ $x = \frac{3 \pm \sqrt{3}}{3}$
④ $x = \frac{3 + \sqrt{3}}{3}$ ⑤ $x = \frac{3 - \sqrt{3}}{3}$

해설

근의 공식 (짝수 공식) 으로 풀면

$$x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 3 \times (-2)}}{3} = \frac{3 \pm \sqrt{15}}{3}$$

$\therefore\ 3 < \sqrt{15}$ 이므로 양의 해는 $\frac{3 + \sqrt{15}}{3}$

13. 다음 이차방정식의 두 근의 곱을 구하면?

$$0.3x^2 + 0.2x = 0.5$$

① -3 ② $-\frac{5}{3}$ ③ $-\frac{7}{8}$ ④ 2 ⑤ 5

해설

$3x^2 + 2x = 5$

$3x^2 + 2x - 5 = 0$

$3(x-1)\left(x + \frac{5}{3}\right) = 0$

$\therefore x = 1$ 또는 $-\frac{5}{3}$

따라서 두 근의 곱은 $-\frac{5}{3}$ 이다.

14. 다음 보기에서 이차방정식 중에서 중근을 갖는 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $(x-4)(x-4)=0$

㉡ $x^2-4x=0$

㉢ $x^2+9=6x$

㉣ $2x^2+12x=-9$

㉤ $(x-1)(x+1)=12x^2-5x$

① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉢ ③ ㉡, ㉢ ④ ㉢, ㉣ ⑤ ㉢, ㉤

해설

이차방정식이 중근을 가지려면 $(ax+b)^2=0$이다.

㉠ $x=4$ (중근)

㉢ $x^2+9=6x$

$x^2-6x+9=0 \leftrightarrow (x-3)^2=0$

$\therefore\ x=3$ (중근)

15. n 각형의 대각선의 총수는 $\frac{n(n-3)}{2}$ 개이다. 대각선의 총수가 54 개인 다각형의 변의 수를 구하여라.

▶ 답 : _____ 개

▷ 정답 : 12 개

해설

$\frac{n(n-3)}{2} = 54$ 이므로

$n(n-3) = 108$

$n^2 - 3n - 108 = 0$

$(n-12)(n+9) = 0$

$\therefore\ n = 12$ 또는 $n = -9$

$n > 0$ 이므로 12 각형

따라서 변의 수는 12 개이다.

16. 다음을 만족하는 수들의 제곱의 합은?

어떤 수와 그 수의 제곱의 합은 30이다.

① 61　② 63　③ 65　④ 67　⑤ 77

해설

어떤 수를 x라고 하면

$x + x^2 = 30$

$x^2 + x - 30 = 0$

$x = -6$ 또는 $x = 5$

$\therefore\ 36 + 25 = 61$

17. 둘레의 길이가 32cm 이고, 넓이가 56cm^2 인 직사각형의 가로의 길이를 x 라 할 때, 다음 중 옳은 것은?

① $x(32-x)=56$
② $x(16-x)=28$
③ $x(32-x)=28$
④ $x(16-x)=56$
⑤ $x(32-x)=112$

해설

가로의 길이를 $x$cm 라 하면, 세로의 길이는 $(16-x)$cm 이다.
$\therefore x(16-x)=56$

18. 이차방정식 $(x-1)^2 = a+4$ 에 대한 보기의 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

㉠ $a=0$ 이면 두 근의 곱은 3 이다.

㉡ $a=-4$ 이면 중근 1 을 갖는다.

㉢ $a=-5$ 이면 실수인 해를 갖지 않는다.

① ㉡　② ㉢　③ ㉠, ㉡　④ ㉠, ㉢　⑤ ㉡, ㉢

해설

㉠ $a=0$ 이면 $(x-1)^2 = 4$, $x-1 = \pm 2$
따라서 $x=3$ 또는 $x=-1$ 이므로 두 근의 곱은 -3 이다.
㉡ $a=-4$ 이면 $(x-1)^2 = 0$
따라서 $x=1$ (중근) 이다.
㉢ $a=-5$ 이면 $(x-1)^2 = -1$, 실수의 제곱은 음수가 될 수 없으므로 실수의 해가 없다.

19. $3\left(x+\frac{1}{3}\right)^2-2\left(x+\frac{1}{3}\right)-1=0$ 의 두 근의 합은?

① 0　　② 1　　③ $\frac{1}{2}$　　④ $-\frac{5}{6}$　　⑤ $-\frac{1}{3}$

해설

$x+\frac{1}{3}=A$로 치환하면

$3A^2-2A-1=(3A+1)(A-1)=0$

$A=-\frac{1}{3}$ 또는 $A=1$

$x=-\frac{2}{3}$ 또는 $x=\frac{2}{3}$

따라서 두 근의 합은 $-\frac{2}{3}+\frac{2}{3}=0$이다.

20. 내 나이는 동생의 나이보다 5 살 많고, 동생 나이의 제곱은 내 나이의 2 배보다 2 살이 적을 때 내 나이를 구하면?

① 7 살 ② 8 살 ③ 9 살 ④ 10 살 ⑤ 11 살

해설

내 나이와 동생의 나이를 각각 x, $x-5$ 라 하면

$(x-5)^2 = 2x-2$

$x^2 - 12x + 27 = 0$

$(x-9)(x-3) = 0$

$\therefore\ x = 9$ (살) $(\because x > 5)$

21. 땅으로부터 높이 15m 되는 다이빙대에서 수영선수가 위를 향해 초속 27m 로 다이빙을 했다. x 초 후 수영선수가 지상으로부터의 떨어져있는 높이는 $(-3x^2+27x+15)$m 라고 할 때, 수영선수의 높이가 57m 가 되는 데 걸리는 나중 시간은?

① 2 초 ② 5 초 ③ 7 초 ④ 9 초 ⑤ 11 초

해설

$-3x^2+27x+15=57$
$3(x^2-9x+14)=0$
$3(x-2)(x-7)=0$
$x=2,\ 7$
따라서 나중 시간은 7 초 이다.

22. 어떤 정사각형의 가로의 길이를 $3\,\mathrm{cm}$ 길게 하고, 세로의 길이를 $5\,\mathrm{cm}$ 짧게 하여 직사각형을 만들었더니 그 넓이가 $105\,\mathrm{cm}^2$ 가 되었다. 처음 정사각형의 넓이는?

① $16\,\mathrm{cm}^2$ ② $25\,\mathrm{cm}^2$ ③ $64\,\mathrm{cm}^2$
④ $144\,\mathrm{cm}^2$ ⑤ $225\,\mathrm{cm}^2$

해설

정사각형의 한 변의 길이를 $x\,\mathrm{cm}$라고 하면, $(x+3)(x-5)=105$ 이므로
$x^2-2x-15=105$
$x^2-2x-120=0$
$(x+10)(x-12)=0$
$x=12\ (\because x>0\ )$
따라서 처음 정사각형의 넓이는 $12\times12=144(\mathrm{cm}^2)$ 이다.

23. 세 이차방정식 $x^2+8x+12=0$ 과 $2x^2+9x-18=0$, $2x^2+4mx-12m=0$ 이 공통근을 가질 때, m 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$x^2+8x+12=0 \rightarrow (x+6)(x+2)=0$

$\therefore x=-6,\ -2$

$2x^2+9x-18=0 \rightarrow (x+6)(2x-3)=0$

$\therefore x=-6,\ \frac{3}{2}$

이므로 두 방정식의 공통근은 $x=-6$ 이다.

따라서 이차방정식 $2x^2+4mx-12m=0$ 도

근으로 -6 을 가지므로 $x=-6$ 을 대입하면

$2\times(-6)^2+4\times(-6)m-12m=0$

$36m=72$

$\therefore m=2$

24. 이차방정식 $x^2+(-m+3)x+24=0$의 두 근의 차가 2일 때, 다음 중 옳은 것의 개수는?

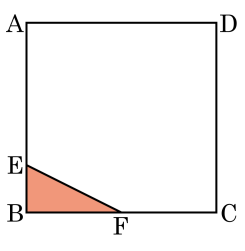
㉠ 주어진 이차방정식의 해는 4, 6밖에 없다.
㉡ 작은 근을 α라 하고 $\alpha<0$이면 $m>0$이다.
㉢ 작은 근을 α라 하고 $\alpha>0$이면 $m=13$이다.
㉣ 주어진 식을 만족하는 모든 m의 값의 합은 6이다.

① 0개 ② 1개 ③ 2개 ④ 3개 ⑤ 4개

해설

두 근을 α, $\alpha+2$라 하면
$\alpha(\alpha+2)=24$에서 $\alpha=4$또는 -6
㉠ $\{4,6\}$또는 $\{-6,-4\}$
㉡ $\alpha<0$이면 두 근은 -6, -4이고 $m-3=-6-4=-10$
$m=-7$이므로 $m<0$이다.
㉢ $\alpha>0$이면 두 근은 4, 6이고
$m-3=4+6=10$
$\therefore m=13$
㉣ $m=-7$, 13이므로 모든 m의 값의 합은 6이다

25. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 20 cm 인 정사각형 ABCD 가 있다. 점 F 는 변 BC 위를 점 C 로부터 B 까지 매초 2 cm 의 속력으로 움직이고, 점 E 는 변 AB 위를 점 B 로부터 A 까지 매초 1 cm 의 속력으로 움직이고 있다. 두 점 E, F 가 동시에 출발하였다면 몇 초 후에 △BEF 의 넓이가 정사각형 넓이의 $\frac{1}{16}$ 배가 되는지 구하여라.



▶ 답 : _____ 초

▷ 정답 : 5 초

해설

x초 후에 $\overline{BF} = (20 - 2x)$ cm , $\overline{BE} = x$ cm

△BEF 의 넓이는 $\frac{1}{2}\overline{BF} \times \overline{BE}$ 이고,

정사각형 넓이인 $20 \times 20 = 400\,\text{cm}^2$ 의 $\frac{1}{16}$ 배 인 $25\,\text{cm}^2$ 이므로

$\frac{1}{2}(20 - 2x)x = 25$

$x^2 - 10x + 25 = 0$

$(x - 5)^2 = 0$

$\therefore\ x = 5$ (초)(단, $0 < x < 10$)