

1. 평면위의 한 점 (a, b) 를 x 축의 방향으로 3만큼, y 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 점의 좌표는 $(2, 5)$ 이다. 이 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$(a + 3, b + 2) = (2, 5)$ 이므로 $a = -1, b = 3$
따라서 $a + b = 2$

2. 직선 $2x + y + 5 = 0$ 을 x 축의 방향으로 3만큼 y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동한 도형의 방정식은?

- ㉠ $2x + y + 1 = 0$ ㉡ $2x - y + 1 = 0$ ㉢ $2x + y - 1 = 0$
㉣ $2x + y + 3 = 0$ ㉤ $2x + y - 2 = 0$

해설

x 축의 방향으로 3만큼 y 축의 방향으로 -2 만큼

평행이동하므로 주어진 방정식은

$2(x - 3) + (y + 2) + 5 = 0$ 으로 이동된다.

따라서, $2x + y + 1 = 0$

3. 직선 $3x + 4y - 5 = 0$ 를 x 축의 방향으로 2 만큼, y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동시켰을 때, 이 직선의 y 절편의 값은?

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{5}{4}$ ③ 3 ④ $-\frac{1}{4}$ ⑤ -8

해설

직선 $3x + 4y - 5 = 0$ 를
 x 축의 방향으로 2 만큼,
 y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동시키면
 $3(x - 2) + 4(y + 3) - 5 = 0$ 으로 나타낼 수 있다.
이 식을 정리하면 $3x + 4y + 1 = 0$
따라서 이 직선의 y 절편의 값은 $-\frac{1}{4}$ 이다.

4. 점 $(2, 3)$ 을 원점에 대하여 대칭이동한 점의 좌표는 점 $(2, 3)$ 을 x 축 방향으로 m 만큼, y 축 방향으로 n 만큼 평행이동한 점의 좌표와 같다. 이 때, $m + n$ 의 값을 구하면?

① -10 ② -11 ③ -12 ④ -13 ⑤ -14

해설

점 $(2, 3)$ 을 원점 대칭 이동시킨 점은 $(-2, -3)$
이 점은 x 축으로 -4 , y 축으로 -6 만큼 평행이동 시킨 것과 같다
 $\therefore m + n = -4 - 6 = -10$

5. 좌표평면 위의 점 $(-1, 3)$ 을 점 (a, b) 에 대하여 대칭이동 시킨 점이 $(3, 5)$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 1 ④ 3 ⑤ 5

해설

$(-1, 3), (3, 5)$ 의 중점이 (a, b) 이다.

$$\Rightarrow \left(\frac{-1+3}{2}, \frac{3+5}{2} \right) = (a, b)$$

$$\Rightarrow a + b = 5$$

6. 점 $(2, 4)$ 를 x 축의 방향으로 2 만큼 평행이동한 다음 직선 $x = 3$ 에 대하여 대칭이동 점의 좌표를 구하면?
- ① $(1, 3)$ ② $(2, 4)$ ③ $(3, 5)$
④ $(4, 6)$ ⑤ $(5, 7)$

해설

점 $(2, 4)$ 를 다시 x 축의 방향으로
2 만큼 평행이동한 점의 좌표는
 $(2 + 2, 4)$, 즉 $(4, 4)$
점 $(4, 4)$ 를 다시 직선 $x = 3$ 에 대하여
대칭이동한 점의 좌표는
 $(2 \cdot 3 - 4, 4)$, 즉 $(2, 4)$

7. 평행이동 $(x, y) \rightarrow (x+2, y-3)$ 에 의하여 직선 $x+ay+b=0$ 이 직선 $x-2y+10=0$ 으로 옮겨졌다고 할 때, $a+b$ 의 값을 구하면?

① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

해설

평행이동 $(x, y) \rightarrow (x+2, y-3)$ 에 의하여
직선 $x+ay+b=0$ 은
 $(x-2)+a(y+3)+b=0$ 으로 옮겨진다.
이 식을 정리하면 $x+ay+3a+b-2=0$ 이다.
이 식은 $x-2y+10=0$ 과 같은 식이므로
계수를 비교하면 $a=-2, 3a+b-2=10$
 $\therefore a=-2, b=18 \quad \therefore a+b=16$

8. 원 $x^2 + y^2 + 2x + 6y + 1 = 0$ 이 평행이동 $(x, y) \rightarrow (x + m, y + n)$ 에 의하여 원 $x^2 + y^2 - 2x - 4y + r = 0$ 으로 옮겨질 때, $m + n + r$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

원 $x^2 + y^2 + 2x + 6y + 1 = 0$ 에서
 $(x + 1)^2 + (y + 3)^2 = 9$ 이므로
이 원의 중심은 $(-1, -3)$ 이고 반지름의 길이는 3 이다.
한편, 원 $x^2 + y^2 - 2x - 4y + r = 0$ 에서
 $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 5 - r$ 이므로
이 원의 중심은 $(1, 2)$ 이고
반지름의 길이는 $\sqrt{5 - r}$ 이다.
이때, 주어진 평행이동
 $(x, y) \rightarrow (x + m, y + n)$ 에 의하여
처음 원의 중심 $(-1, -3)$ 은
옮겨진 원의 중심 $(1, 2)$ 로 옮겨지므로
 $(-1 + m, -3 + n) = (1, 2)$
따라서, $-1 + m = 1$ 에서 $m = 2$
 $-3 + n = 2$ 에서 $n = 5$
또한, 평행이동에 의하여 옮겨진 원의 크기는
변하지 않으므로 옮기기 전과 옮긴 후의
원의 반지름의 길이가 같다.
따라서, $\sqrt{5 - r} = 3$ 에서 $5 - r = 9$
 $\therefore r = -4$
 $\therefore m + n + r = 2 + 5 - 4 = 3$

9. 직선 $2x - y + 3 = 0$ 을 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동한 다음 y 축에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식을 구하면?
- ① $x + 2y + 3 = 0$

② $x + 4y + 6 = 0$

③ $2x + y + 2 = 0$

④ $2x + 4y + 6 = 0$

⑤ $3x + 2y + 1 = 0$

해설

직선 $2x - y + 3 = 0$

직선 $x=y$ 에 대하여
대칭이동

→

직선 $2y - x + 3 = 0$

y 축에 대하여
대칭이동

→

직선 $2y - (-x) + 3 = 0,$

즉 $x + 2y + 3 = 0$

10. 원 $(x-8)^2 + (y-1)^2 = 4$ 을 직선 $y = 2x$ 에 대하여 대칭이동 시킨 도형의 방정식이 $(x+a)^2 + (y+b)^2 = 4$ 일 때, $a+b$ 의 값은?

① -3 ② -1 ③ 1 ④ 4 ⑤ 7

해설

원 중심을 $y = 2x$ 에 대해 대칭시킨다.

대칭된 점을 $O'(-a, -b)$ 이라고 할 때

$\overline{OO'}$ 은 $y = 2x$ 에 수직하고 $\overline{OO'}$ 의 중점은 $y = 2x$ 위에 있다.

$$\Rightarrow \frac{-b-1}{-a-8} \times 2 = -1 \Rightarrow a+2b = -10 \cdots \textcircled{1}$$

$$\Rightarrow \frac{-b+1}{2} = 2 \times \frac{(-a+8)}{2} \Rightarrow 2a-b = 15 \cdots \textcircled{2}$$

두 식을 연립하면 $a = 4, b = -7$

$$\therefore a+b = -3$$

11. 포물선 $y = x^2$ 을 점 P 에 대하여 대칭이동 시켰더니 포물선 $y = -x^2 + 4x - 2$ 가 되었다. 이 때 점 P 의 좌표는?

㉠ (1, 1)

㉡ (1, 2)

㉢ (-1, 1)

㉣ (-1, -1)

㉤ (1, -1)

해설

두 포물선이 한 점에 대하여 서로 대칭이면

두 포물선의 꼭지점도 이 점에 대하여 서로 대칭이다.

포물선 $y = x^2$ 의 꼭지점의 좌표는 O(0, 0) 이고

포물선 $y = -x^2 + 4x - 2$ 의 꼭지점의 좌표는 A(2, 2) 이다.

이 때, 점 P 는 선분 OA 의 중점이므로 P 의 좌표는 P(1, 1) 이다.

12. 점 A 를 직선 $l : y = 2x + 3$ 에 대하여 대칭이동을 한 점을 점 B 라고 할 때, 다음 설명 중 틀린 것은?
- ① 점 A 와 점 B 의 중점은 직선 l 을 지난다.
 - ② $\overline{AB}$ 와 직선 l 은 직교한다.
 - ③ 점 A 를 지나는 임의의 직선 m 을 l 에 대하여 대칭이동을 하여 생기는 직선은 반드시 점 B 를 지난다.
 - ④ 점 A 를 지나는 직선 m 을 직선 l 에 대칭이동을 하여 생긴 직선을 m' 라고 할 때, m 과 m' 의 기울기가 같은 직선 m 은 오직 하나 뿐이다.
 - ⑤ 점 B 를 직선 l 에 대하여 대칭이동을 한 점은 A 이다.

해설

점 A 를 지나는 직선 m 을 직선 l 에 대칭이동을 하여 생긴 직선을 m' 라고 할 때, m 과 m' 의 기울기가 같은 직선 m 은 직선 l 과 평행한 경우와 수직인 경우 2 가지이다.

13. 두 점 A(3,4), B(2,5) 가 직선 $y = ax + b$ 에 대하여 대칭일 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ -1 ④ 3 ⑤ 0

해설

중점이 $y = ax + b$ 위의 점이므로,

$$\frac{9}{2} = a \cdot \frac{5}{2} + b \rightarrow 5a + 2b = 9$$

선분AB 와 $y = ax + b$ 는 서로 수직이므로,

$$\text{선분AB 의 기울기} : \frac{4-5}{3-2} = -1$$

따라서, $a = 1$

$$5 \cdot 1 + 2b = 9$$

$$\therefore 2b = 4 \quad \therefore b = 2$$

$$\therefore a + b = 1 + 2 = 3$$

14. 다음 중 원 $x^2 + y^2 + 4x - 4y + 4 = 0$ 을 평행이동하여 겹쳐질 수 있는 원의 방정식은?

- ① $x^2 + y^2 = \frac{1}{3}$ ② $x^2 + y^2 = 1$
③ $x^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}$ ④ $x^2 + y^2 = 4$
⑤ $(x + 1)^2 + (y - 1)^2 = \frac{1}{2}$

해설

평행이동하여 겹쳐질 수 있으려면

반지름의 길이가 같아야 한다.

$x^2 + y^2 + 4x - 4y + 4 = 0$ 에서 $(x + 2)^2 + (y - 2)^2 = 4$

따라서 겹쳐질 수 있는 원의 방정식은

반지름의 길이가 2인 ④이다.

15. 점 P를 x 축에 대해 대칭이동하고, x 축 방향으로 -2 만큼, y 축 방향으로 3 만큼 평행이동한 후, 다시 직선 $y = -x$ 에 대하여 대칭이동하였더니 점 P와 일치하였다. 점 P의 좌표를 (x, y) 라 할 때, $x + y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$P(a, b)$ 를 x 축에 대해 대칭이동 $\Rightarrow (a, -b)$,
 x 축으로 -2 만큼, y 축으로 3 만큼 평행이동
 $\Rightarrow (a - 2, -b + 3)$

$y = -x$ 에 대해 대칭이동 $\Rightarrow (b - 3, -a + 2)$

다시 점P와 일치하므로

$b - 3 = a, -a + 2 = b$ 에서

$a - b = -3 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉠}$

$a + b = 2 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉡}$

$\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡}$ 을 연립하여 풀면, $a = -\frac{1}{2}, b = \frac{5}{2}$

$\therefore P\left(-\frac{1}{2}, \frac{5}{2}\right)$

16. 직선 $x + 2y - 3 = 0$ 을 x 축에 대하여 대칭이동한 후 다시 $y = x$ 에 대하여 대칭이동 하였더니, 원 $(x - 1)^2 + (y - a)^2 = 1$ 의 넓이를 이등분하였다. 이 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 5$

해설

$$x + 2y - 3 = 0 \Rightarrow x - 2y - 3 = 0 (x \text{ 축 대칭이동})$$

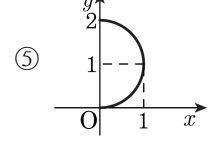
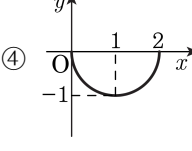
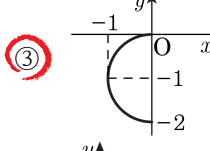
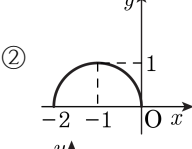
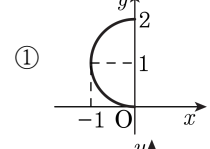
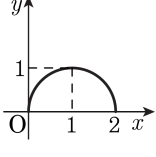
$$\Rightarrow y - 2x - 3 = 0 (y = x \text{ 대칭이동})$$

원의 넓이를 이등분하려면, 원의 중심이 직선 위에 있으면 된다.

따라서 중심의 좌표를 직선에 대입한다.

$$\therefore a - 2 - 3 = 0 \quad \therefore a = 5$$

17. 도형 $f(x, y) = 0$ 의 그래프가 아래 그림과 같을 때,
 도형 $f(-y, -x) = 0$ 의 그래프로 옳은 것은?



해설

도형 $f(-y, -x) = 0$ 의 그래프는
 도형 $f(x, y) = 0$ 의 그래프를
 직선 $y = -x$ 에 대하여 대칭이동 한 것이다.

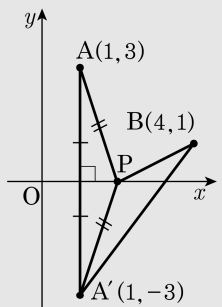
18. 두 점 A (1,3), B (4,1) 과 x 축 위의 점 P 에 대하여 $\overline{AP} + \overline{BP}$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

점 A (1,3) 을 x 축에 대하여 대칭이동한 점을 A' 이라 하면
A' (1,-3)
이 때, 다음 그림에서
 $\overline{AP} = \overline{A'P}$
또, $\overline{AP} + \overline{BP} = \overline{A'P} + \overline{BP} \geq \overline{A'B}$ 이므로
 $\overline{AP} + \overline{BP}$ 의 최솟값은
 $\overline{A'B} = \sqrt{(4-1)^2 + \{1-(-3)\}^2} = 5$



19. 점 $(1, 2)$ 에 대한 점 (a, b) 의 대칭점을 (a', b') 이라 하고, 점 (a, b) 가 직선 $y = 3x + 1$ 위를 움직일 때, 다음 중 점 (a', b') 이 움직이는 도형 위의 점은?

- ① $(-1, 2)$ ② $(0, -1)$ ③ $(1, 0)$
④ $(2, 1)$ ⑤ $(3, 5)$

해설

$y = 3x + 1$ 위의 점 (a, b) 와 대칭점 (a', b') 의 중점이 $(1, 2)$ 이므로
 $\frac{a' + a}{2} = 1, \frac{b' + b}{2} = 2$
 $a' = 2 - a,$
 $b' = 4 - b = 3 - 3a \quad (\because b = 3a + 1)$
 $\therefore (a', b') = (2 - a, 3 - 3a)$
 $x = 2 - a, y = 3 - 3a$ 라 하고 a 를 소거하면
 $y = 3 - 3(2 - x), y = 3x - 3$
즉 (a', b') 은 직선 $y = 3x - 3$ 위를 움직인다.
 $\therefore (1, 0)$ 이 이 직선 위에 있다.

20. 두 원 $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 1$, $(x-2)^2 + (y-5)^2 = 1$ 은 직선 l 에 대하여 서로 대칭이다. 직선 l 의 방정식은?

- ① $y = -2x + 3$
- ② $y = -x + 2$
- ③ $y = x + 3$
- ④ $y = -x + 3$
- ⑤ $y = 2x - 1$

해설

두 원의 중심 $(-2, 1)$, $(2, 5)$ 는 직선 l 에 대하여 대칭이므로 직선 l 은 두 원의 중심을 연결한 선분의 수직이등분선이다.

따라서 직선 l 의 방정식을 $y = ax + b$ 라 하면

i) 두 원의 중심을 지나는 직선의 기울기가

$\frac{5-1}{2-(-2)} = 1$ 이므로

$a = -1$

ii) 두 원의 중심을 연결한 선분의 중점의 좌표는

$\left(\frac{-2+2}{2}, \frac{5+1}{2}\right)$ 에서 $(0, 3)$ 이므로 $b = 3$ 이다.

따라서 구하는 직선의 방정식은 $y = -x + 3$ 이다.

