

1. 평면위의 한 점 (a, b) 를 x 축의 방향으로 3만큼, y 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 점의 좌표는 $(2, 5)$ 이다. 이 때, $a+b$ 의 값을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$(a+3, b+2) = (2, 5)$ 이므로 $a = -1, b = 3$

따라서 $a+b = 2$

2. 직선 $2x + y + 5 = 0$ 을 x 축의 방향으로 3만큼 y 축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 도형의 방정식은?

- ① $2x + y + 1 = 0$ ② $2x - y + 1 = 0$ ③ $2x + y - 1 = 0$
④ $2x + y + 3 = 0$ ⑤ $2x + y - 2 = 0$

해설

x 축의 방향으로 3만큼 y 축의 방향으로 -2만큼
평행이동하므로 주어진 방정식은

$2(x - 3) + (y + 2) + 5 = 0$ 으로 이동된다.

따라서, $2x + y + 1 = 0$

3. 직선 $3x + 4y - 5 = 0$ 를 x 축의 방향으로 2 만큼, y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동시켰을 때, 이 직선의 y 절편의 값은?

① $\frac{1}{2}$

② $\frac{5}{4}$

③ 3

④ $-\frac{1}{4}$

⑤ -8

해설

직선 $3x + 4y - 5 = 0$ 를

x 축의 방향으로 2 만큼,

y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동시키면

$3(x - 2) + 4(y + 3) - 5 = 0$ 으로 나타낼 수 있다.

이 식을 정리하면 $3x + 4y + 1 = 0$

따라서 이 직선의 y 절편의 값은 $-\frac{1}{4}$ 이다.

4. 점 (2, 3) 을 원점에 대하여 대칭이동한 점의 좌표는 점 (2, 3) 을 x 축 방향으로 m 만큼, y 축 방향으로 n 만큼 평행이동한 점의 좌표와 같다. 이 때, $m + n$ 의 값을 구하면?

- ① -10 ② -11 ③ -12 ④ -13 ⑤ -14

해설

점 (2, 3) 을 원점 대칭 이동시킨 점은 $(-2, -3)$

이 점은 x 축으로 -4, y 축으로 -6만큼 평행이동 시킨 것과 같다

$$\therefore m + n = -4 - 6 = -10$$

5. 좌표평면 위의 점 $(-1, 3)$ 을 점 (a, b) 에 대하여 대칭이동 시킨 점이 $(3, 5)$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 1

④ 3

⑤ 5

해설

$(-1, 3), (3, 5)$ 의 중점이 (a, b) 이다.

$$\Rightarrow \left(\frac{-1+3}{2}, \frac{3+5}{2} \right) = (a, b)$$

$$\Rightarrow a + b = 5$$

6. 점 $(2, 4)$ 를 x 축의 방향으로 2 만큼 평행이동한 다음 직선 $x = 3$ 에 대하여 대칭이동 점의 좌표를 구하면?

① $(1, 3)$

② $(2, 4)$

③ $(3, 5)$

④ $(4, 6)$

⑤ $(5, 7)$

해설

점 $(2, 4)$ 를 다시 x 축의 방향으로
2 만큼 평행이동한 점의 좌표는

$(2 + 2, 4)$, 즉 $(4, 4)$

점 $(4, 4)$ 를 다시 직선 $x = 3$ 에 대하여
대칭이동한 점의 좌표는

$(2 \cdot 3 - 4, 4)$, 즉 $(2, 4)$

7. 평행이동 $(x, y) \rightarrow (x + 2, y - 3)$ 에 의하여 직선 $x + ay + b = 0$ 이 직선 $x - 2y + 10 = 0$ 으로 옮겨졌다고 할 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

① 12

② 14

③ 16

④ 18

⑤ 20

해설

평행이동 $(x, y) \rightarrow (x + 2, y - 3)$ 에 의하여
직선 $x + ay + b = 0$ 은

$(x - 2) + a(y + 3) + b = 0$ 으로 옮겨진다.

이 식을 정리하면 $x + ay + 3a + b - 2 = 0$ 이다.

이 식은 $x - 2y + 10 = 0$ 과 같은 식이므로

계수를 비교하면 $a = -2, 3a + b - 2 = 10$

$\therefore a = -2, b = 18 \quad \therefore a + b = 16$

8. 원 $x^2 + y^2 + 2x + 6y + 1 = 0$ 이 평행이동 $(x, y) \rightarrow (x + m, y + n)$ 에 의하여 원 $x^2 + y^2 - 2x - 4y + r = 0$ 으로 옮겨질 때, $m + n + r$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

원 $x^2 + y^2 + 2x + 6y + 1 = 0$ 에서

$$(x + 1)^2 + (y + 3)^2 = 9 \text{ 이므로}$$

이 원의 중심은 $(-1, -3)$ 이고 반지름의 길이는 3 이다.

한편, 원 $x^2 + y^2 - 2x - 4y + r = 0$ 에서

$$(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 5 - r \text{ 이므로}$$

이 원의 중심은 $(1, 2)$ 이고

반지름의 길이는 $\sqrt{5 - r}$ 이다.

이때, 주어진 평행이동

$(x, y) \rightarrow (x + m, y + n)$ 에 의하여

처음 원의 중심 $(-1, -3)$ 은

옮겨진 원의 중심 $(1, 2)$ 로 옮겨지므로

$$(-1 + m, -3 + n) = (1, 2)$$

따라서, $-1 + m = 1$ 에서 $m = 2$

$-3 + n = 2$ 에서 $n = 5$

또한, 평행이동에 의하여 옮겨진 원의 크기는

변하지 않으므로 옮기기 전과 옮긴 후의

원의 반지름의 길이가 같다.

따라서, $\sqrt{5 - r} = 3$ 에서 $5 - r = 9$

$$\therefore r = -4$$

$$\therefore m + n + r = 2 + 5 - 4 = 3$$

9. 직선 $2x - y + 3 = 0$ 을 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동한 다음 y 축에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식을 구하면?

① $x + 2y + 3 = 0$

② $x + 4y + 6 = 0$

③ $2x + y + 2 = 0$

④ $2x + 4y + 6 = 0$

⑤ $3x + 2y + 1 = 0$

해설

직선 $2x - y + 3 = 0$

직선 $x=y$ 에 대하여
대칭이동 $\rightarrow$ 직선 $2y - x + 3 = 0$

y 축에 대하여
대칭이동 $\rightarrow$ 직선 $2y - (-x) + 3 = 0,$

즉 $x + 2y + 3 = 0$

10. 원 $(x-8)^2 + (y-1)^2 = 4$ 을 직선 $y = 2x$ 에 대하여 대칭이동 시킨 도형의 방정식이 $(x+a)^2 + (y+b)^2 = 4$ 일 때, $a+b$ 의 값은?



① -3

② -1

③ 1

④ 4

⑤ 7

해설

원 중심을 $y = 2x$ 에 대해 대칭시킨다.

대칭된 점을 $O'(-a, -b)$ 이라고 할 때

$\overline{OO'}$ 은 $y = 2x$ 에 수직하고 $\overline{OO'}$ 의 중점은 $y = 2x$ 위에 있다.

$$\Rightarrow \frac{-b-1}{-a-8} \times 2 = -1 \Rightarrow a + 2b = -10 \cdots \textcircled{1}$$

$$\Rightarrow \frac{-b+1}{2} = 2 \times \frac{(-a+8)}{2} \Rightarrow 2a - b = 15 \cdots \textcircled{2}$$

두 식을 연립하면 $a = 4, b = -7$

$$\therefore a + b = -3$$

11. 포물선 $y = x^2$ 을 점 P 에 대하여 대칭이동 시켰더니 포물선 $y = -x^2 + 4x - 2$ 가 되었다. 이 때 점 P 의 좌표는?

① (1, 1)

② (1, 2)

③ (-1, 1)

④ (-1, -1)

⑤ (1, -1)

해설

두 포물선이 한 점에 대하여 서로 대칭이면

두 포물선의 꼭지점도 이 점에 대하여 서로 대칭이다.

포물선 $y = x^2$ 의 꼭지점의 좌표는 $O(0, 0)$ 이고

포물선 $y = -x^2 + 4x - 2$ 의 꼭지점의 좌표는 $A(2, 2)$ 이다.

이 때, 점 P 는 선분 OA 의 중점이므로 P 의 좌표는 $P(1, 1)$ 이다.

12. 점 A 를 직선 $l : y = 2x + 3$ 에 대하여 대칭이동을 한 점을 점 B 라고 할 때, 다음 설명 중 틀린 것은?

- ① 점 A 와 점 B 의 중점은 직선 l 을 지난다.
- ② $\overline{AB}$ 와 직선 l 은 직교한다.
- ③ 점 A 를 지나는 임의의 직선 m 을 l 에 대하여 대칭이동을 하여 생기는 직선은 반드시 점 B 를 지난다.
- ④ 점 A 를 지나는 직선 m 을 직선 l 에 대칭이동을 하여 생긴 직선을 m' 라고 할 때, m 과 m' 의 기울기가 같은 직선 m 은 오직 하나 뿐이다.
- ⑤ 점 B 를 직선 l 에 대하여 대칭이동을 한 점은 A 이다.

해설

점 A 를 지나는 직선 m 을 직선 l 에
대칭이동을 하여 생긴 직선을 m' 라고 할 때,
 m 과 m' 의 기울기가 같은 직선 m 은
직선 l 과 평행한 경우와 수직인 경우 2가지이다.

13. 두 점 A(3,4), B(2,5) 가 직선 $y = ax + b$ 에 대하여 대칭일 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

① 1

② 2

③ -1

④ 3

⑤ 0

해설

중점이 $y = ax + b$ 위의 점이므로,

$$\frac{9}{2} = a \cdot \frac{5}{2} + b \rightarrow 5a + 2b = 9$$

선분 AB 와 $y = ax + b$ 는 서로 수직이므로,

$$\text{선분 AB 의 기울기} : \frac{4-5}{3-2} = -1$$

따라서, $a = 1$

$$5 \cdot 1 + 2b = 9$$

$$\therefore 2b = 4 \quad \therefore b = 2$$

$$\therefore a + b = 1 + 2 = 3$$

14. 다음 중 원 $x^2 + y^2 + 4x - 4y + 4 = 0$ 을 평행이동하여 겹쳐질 수 있는 원의 방정식은?

① $x^2 + y^2 = \frac{1}{3}$

② $x^2 + y^2 = 1$

③ $x^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}$

④ $x^2 + y^2 = 4$

⑤ $(x + 1)^2 + (y - 1)^2 = \frac{1}{2}$

해설

평행이동하여 겹쳐질 수 있으려면
반지름의 길이가 같아야 한다.

$x^2 + y^2 + 4x - 4y + 4 = 0$ 에서 $(x + 2)^2 + (y - 2)^2 = 4$
따라서 겹쳐질 수 있는 원의 방정식은
반지름의 길이가 2인 ④이다.

15. 점 P 를 x 축에 대해 대칭이동하고, x 축 방향으로 -2 만큼, y 축 방향으로 3 만큼 평행이동한 후, 다시 직선 $y = -x$ 에 대하여 대칭이동하였더니 점 P와 일치하였다. 점 P의 좌표를 (x, y) 라 할 때, $x + y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$P(a, b)$ 를 x 축에 대해 대칭이동 $\Rightarrow (a, -b)$,
 x 축으로 -2 만큼, y 축으로 3 만큼 평행이동
 $\Rightarrow (a - 2, -b + 3)$

$y = -x$ 에 대해 대칭이동 $\Rightarrow (b - 3, -a + 2)$

다시 점P와 일치하므로

$b - 3 = a, -a + 2 = b$ 에서

$$a - b = -3 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉠}$$

$$a + b = 2 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉡}$$

$\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡}$ 을 연립하여 풀면, $a = -\frac{1}{2}, b = \frac{5}{2}$

$$\therefore P\left(-\frac{1}{2}, \frac{5}{2}\right)$$

16. 직선 $x + 2y - 3 = 0$ 을 x 축에 대하여 대칭이동한 후 다시 $y = x$ 에 대하여 대칭이동 하였더니, 원 $(x - 1)^2 + (y - a)^2 = 1$ 의 넓이를 이등분하였다. 이 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 5$

해설

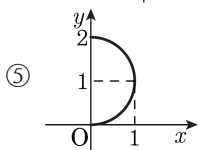
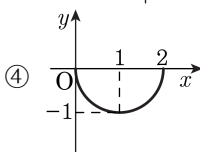
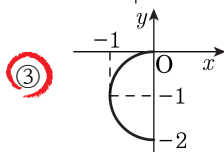
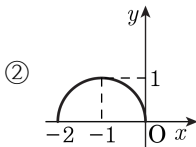
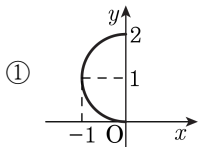
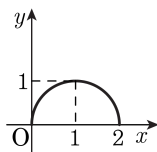
$$x + 2y - 3 = 0 \Rightarrow x - 2y - 3 = 0 (x \text{ 축 대칭이동})$$

$$\Rightarrow y - 2x - 3 = 0 (y = x \text{ 대칭이동})$$

원의 넓이를 이등분하려면, 원의 중심이 직선 위에 있으면 된다.
따라서 중심의 좌표를 직선에 대입한다.

$$\therefore a - 2 - 3 = 0 \quad \therefore a = 5$$

17. 도형 $f(x, y) = 0$ 의 그래프가 아래 그림과 같을 때,
도형 $f(-y, -x) = 0$ 의 그래프로 옳은 것은?



해설

도형 $f(-y, -x) = 0$ 의 그래프는

도형 $f(x, y) = 0$ 의 그래프를

직선 $y = -x$ 에 대하여 대칭이동 한 것이다.

18. 두 점 $A(1,3), B(4,1)$ 과 x 축 위의 점 P 에 대하여 $\overline{AP} + \overline{BP}$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

점 $A(1,3)$ 을 x 축에 대하여
대칭이동한 점을 A' 이라 하면

$A'(1,-3)$

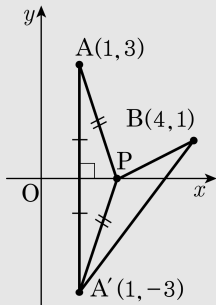
이 때, 다음 그림에서

$$\overline{AP} = \overline{A'P}$$

또, $\overline{AP} + \overline{BP} = \overline{A'P} + \overline{BP} \geq \overline{A'B}$ 이므로

$\overline{AP} + \overline{BP}$ 의 최솟값은

$$\overline{A'B} = \sqrt{(4-1)^2 + \{1-(-3)\}^2} = 5$$



19. 점 $(1, 2)$ 에 대한 점 (a, b) 의 대칭점을 (a', b') 이라 하고, 점 (a, b) 가 직선 $y = 3x + 1$ 위를 움직일 때, 다음 중 점 (a', b') 이 움직이는 도형 위의 점은?

① $(-1, 2)$

② $(0, -1)$

③ $(1, 0)$

④ $(2, 1)$

⑤ $(3, 5)$

해설

$y = 3x + 1$ 위의 점 (a, b) 와 대칭점 (a', b') 의 중점이 $(1, 2)$ 이므로

$$\frac{a' + a}{2} = 1, \quad \frac{b' + b}{2} = 2$$

$$a' = 2 - a,$$

$$b' = 4 - b = 3 - 3a \quad (\because b = 3a + 1)$$

$$\therefore (a', b') = (2 - a, 3 - 3a)$$

$x = 2 - a, y = 3 - 3a$ 라 하고 a 를 소거하면

$$y = 3 - 3(2 - x), \quad y = 3x - 3$$

즉 (a', b') 은 직선 $y = 3x - 3$ 위를 움직인다.

$\therefore (1, 0)$ 이 이 직선 위에 있다.

20. 두 원 $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 1$, $(x-2)^2 + (y-5)^2 = 1$ 은 직선 l 에 대하여 서로 대칭이다. 직선 l 의 방정식은?

① $y = -2x + 3$

② $y = -x + 2$

③ $y = x + 3$

④ $y = -x + 3$

⑤ $y = 2x - 1$

해설

두 원의 중심 $(-2, 1)$, $(2, 5)$ 는 직선 l 에 대하여 대칭이므로 직선 l 은 두 원의 중심을 연결한 선분의 수직이등분선이다.

따라서 직선 l 의 방정식을 $y = ax + b$ 라 하면

i) 두 원의 중심을 지나는 직선의 기울기가

$$\frac{5-1}{2-(-2)} = 1 \text{ 이므로}$$

$$a = -1$$

ii) 두 원의 중심을 연결한 선분의 중점의 좌표는

$$\left(\frac{-2+2}{2}, \frac{5+1}{2} \right) \text{ 에서 } (0, 3) \text{ 이므로 } b = 3 \text{ 이다.}$$

따라서 구하는 직선의 방정식은 $y = -x + 3$ 이다.

