

1. 이차함수 $y = 2x^2 - mx + 3$ 과 직선 $y = 2x + 1$ 이 접할 때, 양수 m 의 값은?

① 2

② 3

③ 5

④ 6

⑤ 8

해설

이차함수와 직선이 접하면 두 방정식을 연립했을 때 판별식이 0 이다.

$$\begin{cases} y = 2x^2 - mx + 3 \\ y = 2x + 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 2x^2 - mx + 3 = 2x + 1$$

$$\Rightarrow 2x^2 - (m + 2)x + 2 = 0$$

$$\Rightarrow D = (m + 2)^2 - 16 = 0$$

$$m = 2, -6$$

$$\therefore m = 2 (\because m > 0)$$

2. a, b, c 가 $\triangle ABC$ 의 세변의 길이를 나타낼 때, 다음 등식 $a^3 + a^2b - ab^2 - a^2c + b^2c - b^3 = 0$ 을 만족하는 삼각형의 모양은?

① 직삼각형

② 이등변삼각형

③ 직각삼각형

④ 직각이등변삼각형

⑤ 이등변삼각형 또는 직각삼각형

해설

$$a^3 + a^2b - ab^2 - a^2c + b^2c - b^3 = 0$$

$$a^2(a + b) - b^2(a + b) - c(a^2 - b^2) = 0$$

$$(a + b)(a^2 - ac + bc - b^2) = 0$$

$$(a + b)\{((a - b)(a + b) - c(a - b))\} = 0$$

$$(a + b)(a - b)(a + b - c) = 0$$

$$a + b > 0, a + b - c > 0 \text{ 이므로 } a = b$$

$\therefore a = b$ 인 이등변삼각형

3. x, y 가 실수이고, 복소수 $z = x + yi$ 와 켤레복소수 $\bar{z} = x - yi$ 와의 곱이 $z \cdot \bar{z} = 1$ 일 때, $\frac{1}{2} \left(z - \frac{1}{z} \right) i$ 의 값은?

- ① $\frac{y}{2}$ ② $-y$ ③ $2x$ ④ $\frac{-x}{2}$ ⑤ 100

해설

$z \cdot \bar{z} = 1$ 에서 $\bar{z} = \frac{1}{z}$ 이다.

$$\begin{aligned} \text{그러므로 } \frac{1}{2} \left(z - \frac{1}{z} \right) i &= \frac{1}{2} (z - \bar{z}) i \\ &= \frac{1}{2} (x + yi - x + yi) i \\ &= \frac{1}{2} (2yi) i = -y \end{aligned}$$

4. 이차부등식 $x^2 - 2x - 3 > 3|x - 1|$ 의 해가 이차부등식 $ax^2 + 2x + c < 0$ 의 해와 같을 때, 실수 a, c 의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

1) $x \geq 1$ 일 때,

$$x^2 - 2x - 3 > 3x - 3, \quad x^2 - 5x > 0$$

$$x(x - 5) > 0, \quad x < 0 \text{ 또는 } x > 5$$

$$\therefore x > 5$$

2) $x < 1$ 일 때,

$$x^2 - 2x - 3 > -3x + 3, \quad x^2 + x - 6 > 0$$

$$(x + 3)(x - 2) > 0, \quad x < -3 \text{ 또는 } x > 2$$

$$\therefore x < -3$$

1), 2)에서 $x < -3$ 또는 $x > 5$

한편 $ax^2 + 2x + c < 0$ 의 해가

$x < -3$ 또는 $x > 5$ 이므로

$a < 0$ 이고, $ax^2 + 2x + c = a(x + 3)(x - 5)$ 이다.

$ax^2 + 2x + c = ax^2 - 2ax - 15a$ 에서

$$a = -1, c = 15 \quad \therefore a + c = 14$$

5. 다항식 $f(x)$ 를 $\left(x - \frac{2}{3}\right)$ 로 나눌때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 R 이라고 할 때, 다음 중 $f(x)$ 를 $3x - 2$ 로 나누었을 때의 몫과 나머지는?

① $Q(x), R$

② $3Q(x), R$

③ $Q(x), 3R$

④ $\frac{1}{3}Q(x), R$

⑤ $Q(x), \frac{1}{3}R$

해설

$$\begin{aligned}f(x) &= \left(x - \frac{2}{3}\right)Q(x) + R \\&= 3\left(x - \frac{2}{3}\right) \cdot \frac{1}{3}Q(x) + R \\&= (3x - 2)\frac{1}{3}Q(x) + R\end{aligned}$$

이므로 구하는 몫과 나머지는

몫: $\frac{1}{3}Q(x)$ 나머지: R