

1. 20 이하의 자연수 중 약수의 개수가 2개인 수는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

구하고자 하는 수는 20 이하의 소수이다.
2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19로 총 8개이다.

2. 다음 중 소수는 모두 몇 개인가?

1, 19, 29, 39, 49, 51, 59, 89

① 1 개

② 2 개

③ 3 개

④ 4 개

⑤ 5 개

해설

1 의 약수 : 1

39 의 약수 : 1, 3, 13, 39

49 의 약수 : 1, 7, 49

51 의 약수 : 1, 3, 17, 51

따라서 소수는 19, 29, 59, 89 의 4 개이다.

3. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 1 은 소수가 아니다.
- ② 10 은 합성수이다.
- ③ 17 은 소수이다.
- ④ 약수가 2 개인 수는 소수이다.
- ⑤ 두 소수의 합은 언제나 홀수이다.

해설

⑤ (반례) 3 과 5 는 소수이지만 두 소수의 합인 8 은 짝수이다.

4. 40 을 소인수분해하면?

① 1×40

② 2×20

③ $2^2 \times 10$

④ $2^3 \times 5$

⑤ 8×5

해설

40 을 소인수분해하면 다음과 같다. $40 = 2^3 \times 5$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 40} \\ 2 \overline{) 20} \\ 2 \overline{) 10} \\ 5 \end{array}$$

5. 다음 중 240 을 바르게 소인수분해한 것은?

① $2^4 \times 3 \times 5$

② $2^3 \times 3 \times 7$

③ $2^2 \times 3^2 \times 5^2$

④ $2^3 \times 3 \times 5^2$

⑤ $2^2 \times 3^2 \times 5$

해설

$$\begin{array}{r} 2 \overline{)240} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{)120} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{)60} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{)30} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \overline{)15} \end{array}$$

5

$$\therefore 240 = 2^4 \times 3 \times 5$$

6. 다음 중 소인수분해가 옳지 않은 것은?

① $150 = 2 \times 3 \times 5^2$

② $16 = 4^2$

③ $108 = 2^2 \times 3^3$

④ $63 = 3^2 \times 7$

⑤ $168 = 2^3 \times 3 \times 7$

해설

②, $16 = 2^4$

7. 다음 중 소인수분해가 바르게 된 것을 모두 고르면?

① $72 = 2^3 \times 3^2$

② $60 = 2^3 \times 3 \times 5$

③ $54 = 2^2 \times 3^2$

④ $108 = 2^2 \times 3^3$

⑤ $168 = 2^4 \times 7$

해설

② $60 = 2^2 \times 3 \times 5$

③ $54 = 2 \times 3^3$

⑤ $168 = 2^3 \times 3 \times 7$

8. 다음 중 약수의 개수가 다른 하나는?

① 3^{11}

② $2^3 \times 3^2$

③ $3^3 \times 7^2$

④ $3^2 \times 5 \times 7$

⑤ $2^5 \times 5^2$

해설

각각의 약수의 개수를 구하면 다음과 같다.

① $11 + 1 = 12$ (개)

② $(3 + 1) \times (2 + 1) = 12$ (개)

③ $(3 + 1) \times (2 + 1) = 12$ (개)

④ $(2 + 1) \times (1 + 1) \times (1 + 1) = 12$ (개)

⑤ $(5 + 1) \times (2 + 1) = 18$ (개)

9. $3^2 \times 5^3$ 으로 소인수분해되는 자연수의 약수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 12 개

해설

$3^2 \times 5^3$ 의 약수의 개수는 $(2 + 1) \times (3 + 1) = 12$ (개) 이다.

10. 다음 두 수의 최대공약수를 구하여라.

$$2^2 \times 3 \times 5^2, 2 \times 3^3 \times 7^2$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$2 \times 3 = 6$$

11. 세 자연수 8, 12, 16 의 최소공배수는?

① 24

② 32

③ 36

④ 40

⑤ 48

해설

반드시 소수로만 나누는 것이 아니라 공통으로 나누어지는 수 중에서 가능한 한 큰 수로 나누어도 된다.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 8 \quad 12 \quad 16} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 4 \quad 6 \quad 8} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 2 \quad 3 \quad 4} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \quad 3 \quad 2 \end{array}$$

$$(\text{최소공배수}) : 2 \times 2 \times 2 \times 1 \times 3 \times 2 = 48$$

12. 다음 수들의 최대공약수와 최소공배수를 차례로 써라.

$$2 \times 2 \times 3 \times 5$$

$$2 \times 3 \times 3 \times 7$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

▷ 정답 : 1260

해설

최대공약수 : $2 \times 3 = 6$

최소공배수 : $2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 7 = 1260$

13. 다음 두 수의 최소공배수를 소인수의 곱으로 나타낸 것은?

36, 48

① 2×3

② 2×3^2

③ $2^2 \times 3^2$

④ $2^4 \times 3$

⑤ $2^4 \times 3^2$

해설

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 36} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 18} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 9} \\ \hline \end{array}$$

3

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 48} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 24} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 12} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 6} \\ \hline \end{array}$$

3

$$\therefore 36 = 2^2 \times 3^2 \quad \therefore 48 = 2^4 \times 3$$

따라서 최소공배수는 $2^4 \times 3^2$ 이다.

14. 두 수 $2^2 \times 3$, $2^3 \times 7$ 의 최소공배수는?

① $2^2 \times 7$

② $2^3 \times 3$

③ $2 \times 3 \times 7$

④ $2^2 \times 3 \times 7$

⑤ $2^3 \times 3 \times 7$

해설

$2^2 \times 3$, $2^3 \times 7$

최소공배수는 $2^3 \times 3 \times 7$ 이다.

15. 두 수 2×3^2 , 3×5^2 의 최소공배수는?

① $2^2 \times 5$

② $2^3 \times 3$

③ $2 \times 3 \times 5$

④ $2 \times 3^2 \times 5^2$

⑤ $2^2 \times 3^2 \times 7^2$

해설

2×3^2 , 3×5^2

최소공배수는 $2 \times 3^2 \times 5^2$ 이다.

16. 두 자연수 48, 56의 최소공배수는?

① $2^2 \times 6 \times 7$

② $2^4 \times 6 \times 7$

③ $2^3 \times 5 \times 7$

④ $2^4 \times 3 \times 7$

⑤ $2 \times 6 \times 7$

해설

$48 = 2^4 \times 3$, $56 = 2^3 \times 7$ 이므로
최소공배수는 $2^4 \times 3 \times 7$ 이다.

17. 다음 두 수의 최대 공약수와 최소공배수를 각각 구하여라.

$$2 \times 3 \times 3 \times 5$$

$$2 \times 5 \times 5 \times 7$$

- ① 최대공약수 : 2, 최소공배수 : 90
- ② 최대공약수 : 3, 최소공배수 : 1050
- ③ 최대공약수 : 5, 최소공배수 : 350
- ④ 최대공약수 : 6, 최소공배수 : 90
- ⑤ 최대공약수 : 10, 최소공배수 : 3150

해설

$$\text{최대공약수} : 2 \times 5 = 10$$

$$\text{최소공배수} : 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 7 = 3150$$

18. 자연수 a, b 에 대하여 $2^2 \times 5 \times a = b^2$ 을 만족하는 b 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$2^2 \times 5 \times a = b^2$ 을 만족하려면 $2^2 \times 5 \times a$ 를 소인수분해했을 때 각 소인수의 지수가 짝수여야 한다. 따라서 만족하는 자연수 b 의 최솟값은 $a = 5$ 일 때 $2 \times 5 = 10$ 이다.

19. 12 에 가능한 한 작은 자연수 a 를 곱하여 어떤 자연수 b 의 제곱이 되도록 할 때, a, b 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a = 3$

▷ 정답: $b = 6$

해설

$$12 \times a = b^2 \text{ 에서}$$

$$12 = 2^2 \times 3$$

$$a = 3$$

$$2^2 \times 3 \times 3 = b^2$$

$$2^2 \times 3^2 = b^2$$

$$b = 2 \times 3 = 6$$

20. $96 \times m = n^2$ 을 만족하는 가장 작은 자연수 m, n 에 대하여 $m + n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

$$96 = 2^5 \times 3 \text{ 이므로 } m = 2 \times 3$$

$$2^5 \times 3 \times (2 \times 3) = 2^6 \times 3^2, n = 2^3 \times 3 = 24$$

$$m = 6, n = 24$$

$$\therefore m + n = 30$$

21. 135 에 가장 작은 수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 어떤 수를 곱하면 되는가?

① 6

② 10

③ 12

④ 15

⑤ 18

해설

$$135 = 3^3 \times 5$$

곱해야 할 가장 작은 자연수는 $3 \times 5 = 15$

22. 자연수 $A = 2^2 \times 3^n$ 의 약수의 개수가 24 일 때, n 의 값을 구하면?

① 2

② 5

③ 7

④ 8

⑤ 12

해설

$$(2 + 1)(n + 1) = 24$$

$$n + 1 = 8$$

$$\therefore n = 7$$

23. 자연수 $2^3 \times 3^a$ 의 약수의 개수가 12 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$(3 + 1)(a + 1) = 12$$

$$a + 1 = 3$$

$$\therefore a = 2$$

24. 8과 a 가 서로소일 때, a 의 값이 될 수 없는 것은?

① 3

② 5

③ 7

④ 9

⑤ 12

해설

8과 12의 최대공약수는 4이므로 서로소가 아니다.
따라서 a 의 값이 될 수 없는 것은 12이다.

25. 두 수 $2^3 \times 3^4 \times 5$, $2^a \times 5^2$ 의 최대공약수가 $2^2 \times 5$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

최대공약수가 $2^2 \times 5$ 이고

$2^3 \times 3^4 \times 5$ 에서 2 의 지수가 3 이므로

$2^a \times 5^2$ 에서 2 의 지수가 2 이어야 한다.

따라서 $a = 2$

26. 두 수 $2^4 \times 5^4$, $2^3 \times 5^m \times 7$ 의 최대공약수가 $2^3 \times 5^3$ 일 때, m 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

최대공약수가 $2^3 \times 5^3$ 이고

$2^4 \times 5^4$ 에서 5 의 지수가 4 이므로

$2^3 \times 5^m \times 7$ 에서 5 의 지수가 3 이어야 한다.

따라서 $m = 3$

27. 두 수 $2^3 \times 3^4 \times 7^c$, $2^a \times 3^b \times 7^4$ 의 최대공약수가 $2^2 \times 3^2 \times 7^2$ 일 때,
 $a + b + c$ 의 값은?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

최대공약수가 $2^2 \times 3^2 \times 7^2$ 이고

$2^3 \times 3^4 \times 7^c$ 에서 2 의 지수가 3 이므로

$2^a \times 3^b \times 7^4$ 에서 2 의 지수가 2 이어야 한다.

같은 방식으로

$2^3 \times 3^4 \times 7^c$ 에서 3 의 지수가 4 이므로

$2^a \times 3^b \times 7^4$ 에서 3 의 지수가 2 이어야 한다.

또한,

$2^a \times 3^b \times 7^4$ 에서 7 의 지수가 4 이므로

$2^3 \times 3^4 \times 7^c$ 에서 7 의 지수가 2 이어야 한다.

따라서 $a = 2$, $b = 2$, $c = 2$ 이다.

28. $2^2 \times 3 \times 5$, $2 \times 3^2 \times 5$ 의 공배수가 아닌 것은?

① $2^3 \times 3^2 \times 5$

② $2^2 \times 3^3 \times 5 \times 7$

③ $2^3 \times 3 \times 5$

④ $2^2 \times 3^2 \times 5$

⑤ $2^3 \times 3^3 \times 5^3$

해설

$2^2 \times 3 \times 5$, $2 \times 3^2 \times 5$ 의 공배수는 두 수의 최소공배수인 $2^2 \times 3^2 \times 5$ 의 배수이다.

29. 세 자연수 $7 \times x$, $4 \times x$, $10 \times x$ 의 최소공배수가 420 일 때, x 의 값으로 옳은 것은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$7 \times x$, $4 \times x = 2^2 \times x$, $10 \times x = 2 \times 5 \times x$ 의 최소공배수는
 $2^2 \times 5 \times 7 \times x = 420$
따라서 $x = 3$ 이다.

30. $2^2 \times 3^3 \times 5$ 와 $2^2 \times 3 \times 5^2 \times 7$ 의 최대공약수와 최소공배수를 바르게 나타낸 것을 골라라.

① 최대공약수 : $2^2 \times 3^2$, 최소공배수 : $2^2 \times 3^3 \times 5 \times 7$

② 최대공약수 : $2^2 \times 3^2$, 최소공배수 : $2^3 \times 3^3 \times 5 \times 7$

③ 최대공약수 : $2^2 \times 3 \times 5$, 최소공배수 : $2^2 \times 3^3 \times 5^2 \times 7$

④ 최대공약수 : $2^2 \times 3$, 최소공배수 : $2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7$

⑤ 최대공약수 : $2^2 \times 3^3 \times 5$, 최소공배수 : $2^3 \times 3^3 \times 5 \times 7$

해설

$$\begin{array}{r} 2^2 \times 3^3 \times 5 \\ 2^2 \times 3 \times 5^2 \times 7 \\ \hline \end{array}$$

최대공약수 : $2^2 \times 3 \times 5$

최소공배수 : $2^2 \times 3^3 \times 5^2 \times 7$

31. 다음 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

㉠ $2^4 = 8$

㉡ $5 \times 5 \times 5 \times 7 \times 7 = 5^3 \times 7^2$

㉢ $3^2 = 2^3$

㉤ $\frac{1}{2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5} = \frac{1}{2^2 \times 5^3}$

㉥ $\frac{1}{5^2 \times 5^4} = \frac{1}{5^8}$

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉢

③ ㉠, ㉥

④ ㉡, ㉤

⑤ ㉢, ㉥

해설

㉠ $2^4 = 16$

㉢ $3^2 \neq 2^3$

㉥ $\frac{1}{5^2 \times 5^4} = \frac{1}{5^6}$

32. 다음 중 거듭제곱의 표현으로 옳지 않은 것은?

① $3 \times 3 \times 3 = 3^3$

② $2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 2^3 \times 3^2$

③ $a + a + a + a = a^4$

④ $a \times b \times b \times b \times b = a \times b^4$

⑤ $\frac{1}{2 \times 2 \times 2 \times 7 \times 7} = \frac{1}{2^3 \times 7^2}$

해설

③ $a + a + a + a = 4 \times a$

33. 다음 중 3^4 을 나타낸 식은?

① 3×4

② $3 + 3 + 3 + 3$

③ $4 \times 4 \times 4$

④ $3 \times 3 \times 3 \times 3$

⑤ 4×3

해설

$3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^4$ 이다.

34. 석진의 방은 가로가 300cm, 세로가 420cm 이고, 벽의 적당한 높이에 정사각형 모양의 액자를 빈틈없이 띠처럼 둘러 걸어 놓으려고 한다. 가능한 한 큰 액자를 걸려고 할 때, 액자의 한 변의 길이를 구하여라.

▶ 답 : cm

▷ 정답 : 60 cm

해설

걸어 놓으려고 하는 액자의 한 변의 길이는 300 과 420 의 공약수이다.

그런데 가능한 한 큰 액자를 걸려고 했으므로 한 변의 길이는 300 과 420 의 최대공약수이다.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 300 \ 420} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 150 \ 210} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 75 \ 105} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \overline{) 25 \ 35} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \quad 7 \end{array}$$

$$\therefore 2 \times 2 \times 3 \times 5 = 60(\text{cm})$$

35. 두 분수 $\frac{1}{12}$ 과 $\frac{1}{15}$ 의 어느 것에 곱해도 자연수가 되는 가장 작은 수는?

① 40

② 50

③ 60

④ 70

⑤ 80

해설

두 분수에 곱하여 자연수가 되게 하는 n 은 12와 15의 공배수이다.

공배수 중 가장 작은 수는 두 수의 최소공배수이다.

n 의 값 중 가장 작은 수는 60이다.

36. $\frac{n}{18}$, $\frac{n}{24}$ 을 자연수가 되게 하는 n 의 값 중 가장 작은 자연수를 구하는 과정이다.

다음 안에 알맞은 것을 써넣어라.

㉠ 두 분수가 자연수가 되려면 n 은 18 과 24 의 이어야 한다.

㉡ 공배수 중 가장 작은 수는 두 수의 이다.

㉢ n 의 값 중 가장 작은 수는 이다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 공배수

▷ 정답 : 최소공배수

▷ 정답 : 72

해설

㉠ 두 분수가 자연수가 되려면, n 은 18 과 24 의 공배수이어야 한다.

㉡ 공배수 중 가장 작은 수는 두 수의 최소공배수이다.

㉢ n 의 값 중 가장 작은 수는 72이다.

37. 5^2 에 대한 다음 설명 중 옳은 것은?

① 10 과 같다.

② 5 의 제곱이다.

③ 지수는 5 이다.

④ 밑은 2 이다.

⑤ 2^5 보다 크다.

해설

① $5^2 = 5 \times 5 = 25$ 이므로 10 과 같지 않다.

③ 지수는 2 이다.

④ 밑은 5 이다.

⑤ $2^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$ 이므로 5^2 은 2^5 보다 작다.

38. $2^a = 64$, $3^b = 81$, $5^3 = c$ 를 만족하는 세 자연수 a , b , c 에 대하여 $c - a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 115

해설

$$2^1 = 2$$

$$2^2 = 2 \times 2 = 4$$

$$2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$$

$\vdots$

$$2^6 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 64$$

이므로 $a = 6$ 이다.

$$3^1 = 3$$

$$3^2 = 3 \times 3 = 9$$

$$3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$$

$$3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$$

이므로 $b = 4$ 이다.

$$5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125 \text{ 이므로 } c = 125 \text{ 이다.}$$

$$\text{따라서 } c - a - b = 125 - 6 - 4 = 115 \text{ 이다.}$$