

1. 16의 약수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 5 개

해설

16의 약수는 1, 2, 4, 8, 16이다.
따라서 5개이다.

2. 100 이하의 자연수 중 18의 배수의 개수는?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

18, 36, 54, 72, 90 이므로 5개이다.

3. 다음 중 6의 배수는 어느 것인가?

① 134

② 176

③ 214

④ 288

⑤ 362

해설

6의 배수는 2와 3의 공배수이다.

4. $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{2}$ 을 거듭제곱을 사용하여 나타낸 것은?

- ①

$\frac{1}{2 \times 2 \times 3 \times 2 \times 2}$
- ②

$\frac{1}{2 \times 2 \times 2} \times \frac{1}{3 \times 3}$
- ③

$\frac{1}{2^2} \times \frac{1}{3^2}$
- ④

$\frac{1}{2^2 \times 3^2}$
- ⑤

$\frac{1}{2^3 \times 3^2}$

해설

$$\begin{aligned} &\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \\ &= \frac{1}{2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3} \\ &= \frac{1}{2^3 \times 3^2} \end{aligned}$$

5. 4^3 에 대한 다음 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① 12와 같다.
- ② 밑은 4이다.
- ③ 지수는 3이다.
- ④ $4 \times 4 \times 4$ 를 나타낸 것이다.
- ⑤ 3^4 보다 작다.

해설

① $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$ 이므로 12와 같지 않다.

⑤ $3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$

6. 다음 자연수 중 소수가 아닌 것을 모두 고르면?

- ① 1 ② 2 ③ 5 ④ 7 ⑤ 14

해설

- ① 1 은 소수도 합성수도 아니다.
⑤ 14 는 합성수이다.

7. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 1 은 소수가 아니다.
- ② 10 은 합성수이다.
- ③ 17 은 소수이다.
- ④ 약수가 2 개인 수는 소수이다.
- ⑤ 두 소수의 합은 언제나 홀수이다.

해설

⑤ (반례) 3 과 5 는 소수이지만 두 소수의 합인 8 은 짝수이다.

8. 다음 중 소수인 것을 모두 고르면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

1은 소수도 합성수도 아닌 단위수라고 한다.

9. 다음 중 30이하의 소수가 아닌 것은?

① 11

② 17

③ 23

④ 27

⑤ 29

해설

30이하의 소수는 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29 이다.

10. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?(정답 2개)

- ① 161 은 소수가 아니다.
- ② 모든 자연수는 약수가 2 개 이상이다.
- ③ 1 은 소수도 아니고 합성수도 아니다.
- ④ 25 이하의 소수의 개수는 10 개이다.
- ⑤ 소수는 약수가 2 개뿐이다.

해설

- ② 자연수 1은 약수가 1개이다.
- ④ 25 이하의 소수는 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23 이다.

11. 다음 중 240 을 바르게 소인수분해한 것은?

① $2^4 \times 3 \times 5$

② $2^3 \times 3 \times 7$

③ $2^2 \times 3^2 \times 5^2$

④ $2^3 \times 3 \times 5^2$

⑤ $2^2 \times 3^2 \times 5$

해설

$$\begin{array}{r} 2 \overline{)240} \\ 2 \overline{)120} \\ 2 \overline{)60} \\ 2 \overline{)30} \\ 3 \overline{)15} \\ 5 \end{array}$$

$$\therefore 240 = 2^4 \times 3 \times 5$$

12. 40 을 소인수분해하면?

① 1×40

② 2×20

③ $2^2 \times 10$

④ $2^3 \times 5$

⑤ 8×5

해설

40 을 소인수분해하면 다음과 같다. $40 = 2^3 \times 5$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{)40} \\ 2 \overline{)20} \\ 2 \overline{)10} \\ 5 \end{array}$$

13. 7200 을 소인수분해 했을 때, 소인수들의 곱은?

① 18

② 30

③ 45

④ 60

⑤ 72

해설

$$\begin{aligned}7200 &= 2^5 \times 3^2 \times 5^2 \\ \therefore 2 \times 3 \times 5 &= 30\end{aligned}$$

14. 588 을 588 보다 작은 자연수 a 로 나누었더니 약수의 개수가 홀수인 자연수 b 가 되었다. 가능한 b 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 249

해설

약수의 개수가 홀수인 수는 제곱수이므로

$$\frac{588}{a} = \frac{2^2 \times 3 \times 7^2}{a} = k^2 = b \text{ 라 하면,}$$

a 는 3, $2^2 \times 3$, 3×7^2 이 가능하다.

$$a = 3 \text{ 일 때, } b = 14^2 = 196$$

$$a = 2^2 \times 3 \text{ 일 때, } b = 7^2 = 49$$

$$a = 3 \times 7^2 \text{ 일 때, } b = 2^2 = 4$$

588 보다 작다고 했으므로 $a = 2^2 \times 3 \times 7^2$ 일 때는 제외한다.

$$\therefore 196 + 49 + 4 = 249$$

15. $24 \times a = 90 \times b = c^2$ 을 만족하는 가장 작은 자연수 c 의 값을 구하여라.
(단, a, b, c 는 모두 자연수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 60

해설

$$24 \times a = 90 \times b = c^2$$

$24 \times a$ 와 $90 \times b$ 가 어떤 수의 제곱수가 되어야 하므로 소인수분해를 해 보면

$$2^3 \times 3 \times a = 2 \times 3^2 \times 5 \times b$$

즉, c 는 24 과 90 의 공배수이므로 $2^3 \times 3^2 \times 5$ 의 배수이다.

그러므로 가장 작은 c^2 은 $2^4 \times 3^2 \times 5^2$ 이어야 한다.

$$\therefore c = 2^2 \times 3 \times 5 = 60$$

16. 135 에 가장 작은 수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 어떤 수를 곱하면 되는가?

① 6

② 10

③ 12

④ 15

⑤ 18

해설

$$135 = 3^3 \times 5$$

곱해야 할 가장 작은 자연수는 $3 \times 5 = 15$

17. 다음 중 420 의 약수가 아닌 것은?

① 6

② $2^2 \times 3$

③ $2^2 \times 3^2$

④ 2×7

⑤ $2 \times 3 \times 5 \times 7$

해설

$420 = 2^2 \times 3 \times 5 \times 7$ 이므로 ③이 약수가 아니다.

18. 다음 중 350 의 약수가 아닌 것은?

① 2

② 2×5

③ 2×7

④ $2^2 \times 5^2$

⑤ $2 \times 5^2 \times 7$

해설

$350 = 2 \times 5^2 \times 7$ 이므로 ④ $2^2 \times 5^2$ 은 약수가 아니다.

19. 다음 중 2^7 과 약수의 개수가 같은 것은?

① $2^3 \times 3^4$

② $2^2 \times 7^5$

③ $3^2 \times 5 \times 7$

④ $3^3 \times 7$

⑤ 8

해설

2^7 과 약수의 개수는 $7 + 1 = 8$ (개) 이고, 각각의 약수의 개수를 구하면 다음과 같다.

① $(3 + 1) \times (4 + 1) = 20$ (개)

② $(2 + 1) \times (5 + 1) = 18$ (개)

③ $(2 + 1) \times (1 + 1) \times (1 + 1) = 12$ (개)

④ $(3 + 1) \times (1 + 1) = 8$ (개)

⑤ 8을 소인수분해하면 $8 = 2^3$ 이므로 약수의 개수는 $3 + 1 = 4$ (개) 이다.

20. 소인수분해를 이용하여 24의 약수의 개수를 써라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$24 = 2^3 \times 3$ 에서 2^3 의 약수는 1, 2, 2^2 , 2^3 이고 3 의 약수는 1, 3 이므로 24 의 약수는 다음과 같은 표에 나타낼 수 있다.

×	1	2	2^2	2^3
1	1	2	4	8
3	3	6	12	24

따라서 24 의 약수는 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24 이고, 그 개수는 8 개이다.

21. 다음 중 약수의 개수가 나머지와 다른 것은?

① 12

② 18

③ 32

④ 36

⑤ 75

해설

① $12 = 2^2 \times 3$

$\therefore (2+1) \times (1+1) = 6(\text{개})$

② $18 = 2 \times 3^2$

$\therefore (1+1) \times (2+1) = 6(\text{개})$

③ $32 = 2^5$

$\therefore (5+1) = 6(\text{개})$

④ $36 = 2^2 \times 3^2$

$\therefore (2+1) \times (2+1) = 9(\text{개})$

⑤ $75 = 3 \times 5^2$

$\therefore (1+1) \times (2+1) = 6(\text{개})$

22. 72의 약수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 12개

해설

$72 = 2^3 \times 3^2$
약수의 개수는 $4 \times 3 = 12$ (개)이다.

23. 108 의 약수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 12 개

해설

$108 = 2^2 \times 3^3$
약수의 개수 : $(2 + 1) \times (3 + 1) = 12$

24. $2^2 \times 5 \times 7^2 \times 9$ 의 약수의 개수를 구하면?

- ① 36개 ② 42개 ③ 48개 ④ 54개 ⑤ 58개

해설

$$\begin{aligned} &2^2 \times 5 \times 7^2 \times 9 \\ &= 2^2 \times 5 \times 7^2 \times 3^2 \end{aligned}$$

$$(\text{약수의 개수}) = (2 + 1) \times (1 + 1) \times (2 + 1) \times (2 + 1) = 54 \text{ (개)}$$

25. 130 을 나누어 몫이 7 이고 나머지가 4 인 수는?

① 15

② 16

③ 17

④ 18

⑤ 19

해설

나누는 수를 a 라 하면 $7 \times a + 4 = 130$, $7 \times a = 126$ 이므로 $a = 18$ 이다.

26. 100 을 나누어 몫이 5 이고 나머지가 5 인 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 19

해설

나누는 수를 a 라 하면 $5 \times a + 5 = 100$, $5 \times a = 95$ 이므로 $a = 19$ 이다.

27. 두 자연수 a, b 가 있다. a 를 b 로 나누었더니 몫이 16 , 나머지가 3 이었다. 이때, a 를 4 로 나누었을 때의 나머지는?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$a = b \times 16 + 3 = 4 \times b \times 4 + 3$ 이다. 따라서 나머지는 3 이다.

28. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 16 의 약수의 개수는 5 개이다.
- ② 모든 자연수는 자기 자신의 약수인 동시에 배수이다.
- ③ 모든 자연수는 약수가 2 개 이상이다.
- ④ 21 은 3 의 배수이다.
- ⑤ 6 은 18 의 약수이다.

해설

1 은 약수가 자기 자신뿐이다.

29. $2^a = 64$, $3^b = 81$, $5^3 = c$ 를 만족하는 세 자연수 a, b, c 에 대하여

$c - a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 115

해설

$$2^1 = 2$$

$$2^2 = 2 \times 2 = 4$$

$$2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$$

⋮

$$2^6 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 64$$

이므로 $a = 6$ 이다.

$$3^1 = 3$$

$$3^2 = 3 \times 3 = 9$$

$$3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$$

$$3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$$

이므로 $b = 4$ 이다.

$$5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125 \text{ 이므로 } c = 125 \text{ 이다.}$$

$$\text{따라서 } c - a - b = 125 - 6 - 4 = 115 \text{ 이다.}$$

30. 7^{100} 을 계산하면 85 자리의 수가 된다. 이 수의 일의 자리의 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

7 의 거듭제곱 수마다 일의 자리 수를 구해보면 7, 9, 3, 1 이 반복되는 것을 알 수 있다.

7의 거듭제곱 수	일의 자리 수
$7^1(=7)$	7
$7^2(=7 \times 7=49)$	9
$7^3(=7 \times 7 \times 7=343)$	3
$7^4(=7 \times 7 \times 7 \times 7=2401)$	1
$7^5(=7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7=16807)$	7
$\vdots$	$\vdots$

100 은 4 로 나누어 떨어지므로 7^{100} 의 일의 자리의 수는 1 이다.

31. 다음 중 약수가 2 개뿐인 수는?

① 9

② 24

③ 37

④ 42

⑤ 49

해설

약수가 2 개뿐인 수는 소수이다. 소수는 37 이다.

32. $600 = a^x \times b^y \times c^z$ 로 소인수분해될 때, $(a + b + c) \times (x + y + z)$ 의 값은? (단, $a < b < c$)

① 12

② 24

③ 36

④ 48

⑤ 60

해설

$600 = 2^3 \times 3 \times 5^2 = a^x \times b^y \times c^z$ 이므로

$a = 2, b = 3, c = 5, x = 3, y = 1, z = 2$

$\therefore (a + b + c) \times (x + y + z) = (2 + 3 + 5) \times (3 + 1 + 2) = 10 \times 6 = 60$

33. $60 \times 2^3 \times x$ 가 어떤 자연수의 제곱이 될 때, 가장 작은 자연수 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

$60 \times 2^3 \times x = 2^5 \times 3 \times 5 \times x$ 이므로
가장 작은 x 는 $2 \times 3 \times 5 = 30$

34. $3^a \times 5^b$ 이 $3^3 \times 5$ 를 약수로 가질 때, 두 자연수 a, b 의 최솟값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$3^a \times 5^b$ 이 $3^3 \times 5$ 를 약수로 가지므로, a 는 3 이상의 자연수, b 는 1 이상의 자연수가 되어야 한다.

그 중 최솟값은 $a = 3, b = 1$ 일 때이다.

$\therefore a + b = 3 + 1 = 4$

35. 다음 중 약수의 개수가 다른 것은?

① 2^{11}

② $3^5 \times 7$

③ 84

④ 132

⑤ 180

해설

① $11 + 1 = 12$ (개)

② $(5 + 1) \times (1 + 1) = 12$ (개)

③ $84 = 2^2 \times 3 \times 7$ 이므로

$(2 + 1) \times (1 + 1) \times (1 + 1) = 12$ (개)

④ $132 = 2^2 \times 3 \times 11$ 이므로

$(2 + 1) \times (1 + 1) \times (1 + 1) = 12$ (개)

⑤ $180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$ 이므로

$(2 + 1) \times (2 + 1) \times (1 + 1) = 18$ (개)

36. $2^2 \times 5 \times 7$ 의 약수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 12 개

해설

약수의 개수는 $(2 + 1) \times (1 + 1) \times (1 + 1) = 12$ (개)

37. $3^2 \times 5 \times 11^3$ 의 약수의 개수는?

- ① 9 개 ② 12 개 ③ 15 개 ④ 18 개 ⑤ 24 개

해설

약수의 개수는 $(2 + 1) \times (1 + 1) \times (3 + 1) = 24$ (개)

38. 자연수 $3^a \times 5^4 \times 7^5$ 의 약수의 개수가 120 이다. 이때, a 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$(a+1)(4+1)(5+1) = 120$$

$$a+1 = 4$$

$$\therefore a = 3$$

39. $2 \times 3 \times \square$ 는 어떤 수를 소인수분해한 식이고 이 수는 약수의 개수가 8 개인 가장 작은 수이다. $\square$ 안에 알맞은 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$2 \times 3 \times a^n$$

$$(1+1) \times (1+1) \times (n+1) = 8 \therefore n = 1$$

2, 3 을 제외한 가장 작은 소수는 5 이므로 $5^1 = 5$

40. 1 부터 50 까지의 자연수 중에서 약수의 개수가 3 개인 자연수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 4 개

▷ 정답 : 4 개

해설

자연수 n 의 약수의 개수가 3 개이기 위해서는
1 과 n 이외에 약수가 한 개만 더 있어야하므로
자연수 n 은 소수의 완전제곱수이어야 한다.
따라서 1 부터 50 까지의 완전제곱수를 구하면
 $7^2 = 49 < 50$ 이고 $11^2 = 121 > 50$ 이므로
50 이하인 소수의 완전제곱수는
 $2^2, 3^2, 5^2, 7^2$ 이다.