l. 16의 약수의 개수를 구하여라.

<u>기</u>

정답 : 5 개

16의 약수는 1, 2, 4, 8, 16이다. 따라서 5개이다.

- . 100이하의 자연수 중 18의 배수의 개수는?
  - ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤5

해설 18, 36, 54, 72, 90 이므로 5개이다. 다음 중 6의 배수는 어느 것인가?

① 134

- 2 176
- 3 214







```
해설
```

6의 배수는 2와 3 의 공배수이다.

4. 
$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{2}$$
을 거듭제곱을 사용하여 나타낸 것은?

$$\begin{array}{c}
1 \\
2 \times 2 \times 3 \times 2 \times 2 \\
3 \frac{1}{2^2} \times \frac{1}{3^2}
\end{array}$$

$$\frac{\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{2}}{= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3}}$$

$$= \frac{1}{2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3}$$

 $=\frac{}{2^3\times 3^2}$ 

# $4^3$ 에 대한 다음 설명 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① 12 와 같다.

5.

- ② 밑은 4 이다.
- ③ 지수는 3 이다.
- ④ 4×4×4를 나타낸 것이다.
- ⑤ 3<sup>4</sup> 보다 작다.

## 해설

- ①  $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$  이므로 12 와 같지 않다.
- $3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$

- 다음 자연수 중 소수가 아닌 것을 모두 고르면?

① 1 은 소수도 합성수도 아니다.

⑤ 14 는 합성수이다.

- **7.** 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?
  - ① 1 은 소수가 아니다.
  - ② 10 은 합성수이다.
  - ③ 17 은 소수이다.
  - ④ 약수가 2 개인 수는 소수이다.
  - ⑤ 두 소수의 합은 언제나 홀수이다.

-<mark>해설</mark> ⑤ (반례) 3 과 5 는 소수이지만 두 소수의 합인 8 은 짝수이다. 3. 다음 중 소수인 것을 모두 고르면?



에 를 1은 소수도 합성수도 아닌 단위수라고 한다. 다음 중 30이하의 소수가 아닌 것은?

② 17

③ 23



(5) 29

30 이하의 소수는 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29 이다.

# **10.** 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것을 모두 고르면?(정답 2개)

- ① 161 은 소수가 아니다.
- ②모든 자연수는 약수가 2 개 이상이다.
  - ③ 1 은 소수도 아니고 합성수도 아니다.
- ④ 25 이하의 소수의 개수는 10 개이다.
- ⑤ 소수는 약수가 2 개뿐이다.

## 해설

- ② 자연수 1은 약수가 1개이다.
- ④ 25 이하의 소수는 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23 이다.

# 11. 다음 중 240 을 바르게 소인수분해한 것은?

- ①  $2^4 \times 3 \times 5$  ②  $2^3 \times 3 \times 7$  ③  $2^2 \times 3^2 \times 5^2$ 
  - $\textcircled{4} \ \ 2^3 \times 3 \times 5^2 \qquad \qquad \textcircled{5} \ \ 2^2 \times 3^2 \times 5$

# **12.** 40 을 소인수분해하면?

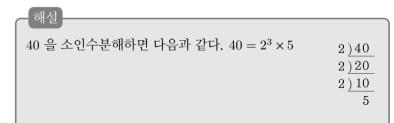
① 1×40

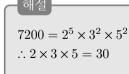
 $2 \times 20$ 

 $3 2^2 \times 10$ 

(4)  $2^3 \times 5$ 

⑤ 8×5





**14.** 588 = 588 보다 작은 자연수 a 로 나누었더니 약수의 개수가 홀수인 자연수 b 가 되었다. 가능한 b 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답:

➢ 정답 : 249

약수의 개수가 홀수인 수는 제곱수이므로 
$$\frac{588}{a} = \frac{2^2 \times 3 \times 7^2}{a} = k^2 = b$$
라 하면,

$$a = 3$$
일 때,  $b = 14^2 = 196$ 

 $a = 2^2 \times 3$  일 때.  $b = 7^2 = 49$ 

$$a = 3 \times 7^2$$
 일 때,  $b = 2^2 = 4$   
588 보다 작다고 했으므로  $a = 2^2 \times 3 \times 7^2$  일 때는 제외한다.

$$\therefore 196 + 49 + 4 = 249$$

**15.**  $24 \times a = 90 \times b = c^2$  을 만족하는 가장 작은 자연수 c 의 값을 구하여라. (단, a, b, c 는 모두 자연수이다.)

해설 
$$24 \times a = 90 \times b = c^2$$
 
$$24 \times a \text{ 와 } 90 \times b \text{ 가 어떤 수의 제곱수가 되어야 하므로 소인수분 해를 해 보면$$

 $2^3 \times 3 \times a = 2 \times 3^2 \times 5 \times b$ 즉. c = 24 과 90 의 공배수이므로  $2^3 \times 3^2 \times 5$  의 배수이다.

그러므로 가장 작은  $c^2$  은  $2^4 \times 3^2 \times 5^2$  이어야 한다.

$$\therefore c = 2^2 \times 3 \times 5 = 60$$

16. 135 에 가장 작은 수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 어떤 수를 곱하면 되는가?

① 6 ② 10 ③ 12 ④ 15 ⑤ 18

```
135 = 3^3 \times 5
곱해야 할 가장 작은 자연수는 3 \times 5 = 15
```

**17.** 다음 중 420 의 약수가 <u>아닌</u> 것은?

$$2^2 \times 3$$

 $\bigcirc 2 \times 3 \times 5 \times 7$ 

$$3 2^2 \times 3^2$$

(4) 2 × 7

 $420 = 2^2 \times 3 \times 5 \times 7$  이므로 ③이 약수가 아니다.

$$2 \times 5$$

$$3 2 \times 7$$

$$\textcircled{4}2^2 \times 5^2$$

 $350 = 2 \times 5^2 \times 7$  이므로 ④  $2^2 \times 5^2$  은 약수가 아니다.

**19.** 다음 중  $2^7$  과 약수의 개수가 같은 것은?

①  $2^3 \times 3^4$ 

②  $2^2 \times 7^5$ 

 $3^2 \times 5 \times 7$ 

 $4)3^3 \times 7$ 

**(5)** 8

## 해설

 $2^7$  과 약수의 개수는 7+1=8 (개)이고, 각각의 약수의 개수를 구하면 다음과 같다.

- ①  $(3+1) \times (4+1) = 20$  (개)
  - ②  $(2+1) \times (5+1) = 18$  (개)
- ③  $(2+1) \times (1+1) \times (1+1) = 12$  (개)
- $(3+1)\times(1+1)=8$  (기)
- ⑤ 8을 소인수분해하면  $8 = 2^3$  이므로 약수의 개수는 3 + 1 = 4 (개)이다.

20. 소인수분해를 이용하여 24의 약수의 개수를 써라.

답:

▷ 정답: 8

#### 해설

24 = 2<sup>3</sup> × 3 에서 2<sup>3</sup> 의 약수는 1, 2, 2<sup>2</sup>, 2<sup>3</sup> 이고 3 의 약수는1, 3 이므로 24 의 약수는 다음과 같은 표에 나타낼 수 있다.

×	1	2	$2^2$	$2^3$
1	1	2	4	8
3	3	6	12	24

따라서 24 의 약수는 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24 이고, 그 개수는 8 개이다.

## **21.** 다음 중 약수의 개수가 나머지와 <u>다른</u> 것은?

① 12 ② 18 ③ 32 ④ 36 ⑤ 75

$$\therefore (2+1) \times (1+1) = 6(7)$$

$$2 18 = 2 \times 3^2$$

$$\therefore (1+1) \times (2+1) = 6(71)$$

$$3) 32 = 2^5$$

∴ 
$$(5+1) = 6(7 \%)$$

④ 
$$36 = 2^2 \times 3^2$$
  
∴  $(2+1) \times (2+1) = 9(7)$ 

(5) 
$$75 = 3 \times 5^2$$

$$∴ (1+1) × (2+1) = 6(71)$$

**22.** 72의 약수의 개수를 구하여라.

72 = 2<sup>3</sup> × 3<sup>2</sup> 약수의 개수는 4 × 3 = 12 (개)이다. **23.** 108 의 약수의 개수를 구하여라.



108 = 
$$2^2 \times 3^3$$
  
약수의 개수:  $(2+1) \times (3+1) = 12$ 

- **24.**  $2^2 \times 5 \times 7^2 \times 9$  의 약수의 개수를 구하면?
  - ④ 54 개 ① 36개 ② 42개 ③ 48개 ⑤ 58개



 $2^2 \times 5 \times 7^2 \times 9$  $= 2^2 \times 5 \times 7^2 \times 3^2$ (약수의 개수)=  $(2+1) \times (1+1) \times (2+1) \times (2+1) = 54$  (개)

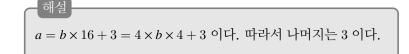
- **25.** 130 을 나누어 몫이 7 이고 나머지가 4 인 수는?
  - ① 15 ② 16 ③ 17 ④ 18 ⑤ 19

해설 나누는 수를 a 라 하면  $7 \times a + 4 = 130$ ,  $7 \times a = 126$  이므로 a = 18 이다.

- **26.** 100 을 나누어 몫이 5 이고 나머지가 5 인 수를 구하여라.
  - ▶ 답:
  - ➢ 정답 : 19

```
나누는 수를 a 라 하면 5 \times a + 5 = 100, 5 \times a = 95 이므로 a = 19 이다.
```

**27.** 두 자연수 a, b 가 있다. a = b 로 나누었더니 몫이 16, 나머지가 3이었다. 이때, a = 4 로 나누었을 때의 나머지는?



# **28.** 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

- ① 16 의 약수의 개수는 5 개이다.
- ② 모든 자연수는 자기 자신의 약수인 동시에 배수이다.
- ③ 모든 자연수는 약수가 2 개 이상이다.
  - ④ 21 은 3 의 배수이다.
- ⑤ 6 은 18 의 약수이다.

- 해설

1 은 약수가 자기 자신뿐이다.

**29.**  $2^a = 64$ ,  $3^b = 81$ ,  $5^3 = c$  를 만족하는 세 자연수 a, b, c 에 대하여 c - a - b 의 값을 구하여라.

### 답:



$$2^{1} = 2$$
 $2^{2} = 2 \times 2 = 4$ 

$$2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$$

$$2^6 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 64$$
  
이므로  $a = 6$  이다.

$$3^1 = 3$$

 $3^2 = 3 \times 3 = 9$ 

$$3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$$
  
 $3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$ 

이므로 
$$b=4$$
 이다.

$$5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$$
 이므로  $c = 125$  이다.

따라서 c-a-b=125-6-4=115 이다.

**30.** 7<sup>100</sup> 을 계산하면 85 자리의 수가 된다. 이 수의 일의 자리의 수를 구하여라.

답:

▷ 정답: 1

## 해설

7 의 거듭제곱 수마다 일의 자리 수를 구해보면 7, 9, 3, 1 이 반복되는 것을 알 수 있다.

7의 거듭제곱 수	일의 자리 수
7 <sup>1</sup> (=7)	7
$7^2(=7 \times 7 = 49)$	9
$7^3 (=7 \times 7 \times 7 = 343)$	3
$7^4 (=7 \times 7 \times 7 \times 7 = 2401)$	1
$7^5(=7\times7\times7\times7\times7=16807)$	7
:	:

100 은 4 로 나누어 떨어지므로  $7^{100}$  의 일의 자리의 수는 1 이다.

**31.** 다음 중 약수가 2 개뿐인 수는?

 $\bigcirc$  9

- (2) 24
- (4) 42

약수가 2 개뿐인 수는 소수이다. 소수는 37 이다.

**32.**  $600 = a^x \times b^y \times c^z$  로 소인수분해될 때,  $(a+b+c) \times (x+y+z)$  의 값은? (단, a < b < c)

600 = 
$$2^3 \times 3 \times 5^2 = a^x \times b^y \times c^z$$
 이旦로  
 $a = 2, b = 3, c = 5, x = 3, y = 1, z = 2$   
 $\therefore (a+b+c)\times(x+y+z) = (2+3+5)\times(3+1+2) = 10\times6 = 60$ 

**33.**  $60 \times 2^3 \times x$  가 어떤 자연수의 제곱이 될 때, 가장 작은 자연수 x 의 값을 구하여라.



$$60 \times 2^3 \times x = 2^5 \times 3 \times 5 \times x$$
 이므로  
가장 작은  $x \leftarrow 2 \times 3 \times 5 = 30$ 

**34.**  $3^a \times 5^b$  이  $3^3 \times 5$ 를 약수로 가질 때, 두 자연수 a, b 의 최솟값의 합을 구하여라.

- ▶ 답:
- ▷ 정답: 4

 $3^a \times 5^b$  이  $3^3 \times 5$ 를 약수로 가지므로, a = 3 이상의 자연수, b = 1 이상의 자연수가 되어야 한다.

그 중 최솟값은 *a* = 3, *b* = 1 일 때이다.

 $\therefore a + b = 3 + 1 = 4$ 

35. 다음 중 약수의 개수가 다른 것은?

①  $2^{11}$ 

 $2 3^5 \times 7$ 

③ 84

4 132

**⑤** 180

해설

① 
$$11 + 1 = 12$$
 (케)

②  $(5+1) \times (1+1) = 12$  (개) ③  $84 = 2^2 \times 3 \times 7$  이므로

$$(2+1) \times (1+1) \times (1+1) = 12$$
 (카)

④ 132 = 2<sup>2</sup> × 3 × 11 이므로

$$(2+1) \times (1+1) \times (1+1) = 12 (7)$$

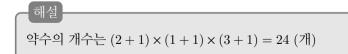
⑤  $180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$  이므로

 $(2+1) \times (2+1) \times (1+1) = 18 (71)$ 

**36.**  $2^2 \times 5 \times 7$  의 약수의 개수를 구하여라.

```
약수의 개수는 (2+1) \times (1+1) \times (1+1) = 12 (개)
```

**37.** 
$$3^2 \times 5 \times 11^3$$
 의 약수의 개수는?



**38.** 자연수  $3^a \times 5^4 \times 7^5$  의 약수의 개수가 120 이다. 이때, a 의 값은?

$$(a+1)(4+1)(5+1) = 120$$

$$a+1=4$$

$$\therefore a=3$$

**39.** 2 × 3 × 는 어떤 수를 소인수분해한 식이고 이 수는 약수의 개수가 8 개인 가장 작은 수이다. 안에 알맞은 수를 구하여라.



```
2 × 3 × a<sup>n</sup>
(1+1) × (1+1) × (n+1) = 8 ∴ n = 1
2, 3 을 제외한 가장 작은 소수는 5 이므로 5<sup>1</sup> = 5
```

**40.** 1 부터 50 까지의 자연수 중에서 약수의 개수가 3 개인 자연수의 개수를 구하여라.

개

답:

➢ 정답: 4개

해설

자연수 n 의 약수의 개수가 3 개이기 위해서는 1 과 n 이외에 약수가 한 개만 더 있어야하므로 자연수 n 은 소수의 완전제곱수이어야 한다. 따라서 1 부터 50 까지의 완전제곱수를 구하면  $7^2 = 49 < 50$  이고  $11^2 = 121 > 50$  이므로 50 이하인 소수의 완전제곱수는  $2^2$ ,  $3^2$ ,  $5^2$ ,  $7^2$  이다.