

1. $3^4 = A$ 라 할 때, 다음 중 $9^3 \div 9^7$ 의 값과 같은 것은?

① A

② A^2

③ A^3

④ $\frac{1}{A}$

⑤ $\frac{1}{A^2}$

해설

$$9^3 \div 9^7 = \frac{1}{9^4} = \frac{1}{(3^2)^4} = \frac{1}{(3^4)^2} = \frac{1}{A^2} \text{이다.}$$

2. 다음 안에 알맞은 식을 구하여라.

$$\frac{3}{5}a^2 - \frac{1}{3}a + \frac{1}{7} + \boxed{} = a^2 - \frac{3}{4}a + \frac{1}{2}$$

① $\frac{2}{5}a^2 - \frac{5}{12}a + \frac{5}{14}$

② $\frac{3}{5}a^2 - \frac{3}{4}a - \frac{5}{7}$

③ $-\frac{2}{5}a^2 - \frac{1}{6}a + \frac{5}{7}$

④ $\frac{2}{5}a^2 + \frac{5}{12}a + \frac{5}{14}$

⑤ $\frac{3}{5}a^2 + \frac{3}{4}a - \frac{5}{7}$

해설

$$\begin{aligned}\boxed{} &= a^2 - \frac{3}{4}a + \frac{1}{2} - \left(\frac{3}{5}a^2 - \frac{1}{3}a + \frac{1}{7} \right) \\ &= a^2 - \frac{3}{4}a + \frac{1}{2} - \frac{3}{5}a^2 + \frac{1}{3}a - \frac{1}{7} \\ &= \frac{2}{5}a^2 - \frac{5}{12}a + \frac{5}{14}\end{aligned}$$

3. 어떤 다항식에서 $2x - 5y + 3$ 을 빼어야 할 것을 잘못하여 더했더니 $6x - y + 4$ 가 되었다. 이 때, 바르게 계산한 답은?

- ① $-6x + 4y - 2$ ② $-4x - 4y - 1$
③ $2x + 9y - 2$ ④ $8x - 6y + 7$
⑤ $10x - 11y + 10$

해설

어떤 식을 A 라 하면

$$A + (2x - 5y + 3) = 6x - y + 4$$

$$A = (6x - y + 4) - (2x - 5y + 3) = 4x + 4y + 1$$

$$\therefore (4x + 4y + 1) - (2x - 5y + 3) = 2x + 9y - 2$$

4. $(-9x^2y^2 + 3xy^2) \div \square = 3x - 1$ 일 때, $\square$ 안에 알맞은 식은?

① $2xy^2$

② $-3xy^2$

③ $3xy^2$

④ $-3xy^2 + y$

⑤ $4xy^2 + y$

해설

$$(-9x^2y^2 + 3xy^2) \div \square = 3x - 1$$

$$(-9x^2y^2 + 3xy^2) = (3x - 1) \times \square$$

$$\square = (-9x^2y^2 + 3xy^2) \div (3x - 1)$$

$$= -3xy^2(3x - 1) \div (3x - 1)$$

$$= -3xy^2$$

5. 다음 중 계산 중 옳은 것은?

① $(x^7)^2 \div (x^3)^2 = x^{10}$

② $(3a^3b)^2 \div a^5b = 9ab$

③ $(2x^2 + 5x - 7) + (-3x^2 + 6x + 6) = -x^2 + 11x + 2$

④ $(6a^2b + 4a^2) \div 2a = 3b + 2a$

⑤ $-3x(2x - y) + 9x^2 = 15x^2 + 3xy$

해설

① $x^{14} \div x^6 = x^8$

③ $(2x^2 + 5x - 7) + (-3x^2 + 6x + 6)$
 $= -x^2 + 11x - 1$

④ $(6a^2b + 4a^2) \div 2a = 3ab + 2a$

⑤ $-3x(2x - y) + 9x^2 = 3x^2 + 3xy$

6. 다음 분수 중 무한소수로 나타내어지는 것은?

① $\frac{1}{2^2 \times 5^3}$
④ $\frac{77}{100 - 30}$

② $\frac{5}{16}$
⑤ $\frac{9 \times 11}{2^2 \times 3 \times 12}$

③ $\frac{6}{6^3}$

해설

기약분수의 분모의 소인수가 2 또는 5뿐이면 유한소수이고 그 이외의 수가 있으면 무한소수가 된다.

① $\frac{1}{2^2 \times 5^3}$ (유한소수)

② $\frac{5}{16} = \frac{5}{2^4}$ (유한소수)

③ $\frac{6}{6^3} = \frac{1}{6^2} = \frac{1}{2^2 \times 3^2}$ (무한소수)

④ $\frac{77}{100 - 30} = \frac{77}{70} = \frac{11}{10} = \frac{11}{2 \times 5}$ (유한소수)

⑤ $\frac{9 \times 11}{2^2 \times 3 \times 12} = \frac{11}{2^4}$ (유한소수)

7. 분수 $\frac{a}{2^3 \times 5 \times 7}$ 를 소수로 나타내면 유한소수가 된다고 한다. 두 자리의 자연수 중에서 a 가 될 수 있는 가장 작은 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$\frac{a}{2^3 \times 5 \times 7}$ 에서 a 는 7의 배수이어야 하므로 두 자리 자연수 중 가장 작은 수는 14이다.

8. $\frac{3}{14}$ 을 소수로 나타낼 때, 50 번째 자리의 숫자를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$\frac{3}{14} = 0.214285\dot{7}$$

$(50 - 1) \div 6 = 8 \cdots 1$ 이므로 소수 50 번째 자리의 숫자는 1이다.

9. 다음 중 순환소수 $x = 0.3\dot{1}\dot{5}$ 를 분수로 고치는 가장 편리한 식은?

① $10x - x$

② $100x - 10x$

③ $100x - x$

④ $1000x - x$

⑤ $1000x - 10x$

해설

$$x = 0.3\dot{1}\dot{5}$$

$$10x = 3.1515\cdots \rightarrow \textcircled{1}$$

$$1000x = 315.1515\cdots \rightarrow \textcircled{4}$$

$\textcircled{4} - \textcircled{1}$ 을 하면

$$(1000x - 10x) = 312$$

$$x = \frac{312}{990}$$

10. $\frac{8}{45}, \frac{14}{45}$ 를 각각 소수로 나타내면 $a - 0.\dot{2}, b + 0.\dot{1}$ 이다. $\frac{a}{b}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$\frac{8}{45} = a - 0.\dot{2}, \frac{14}{45} = b + 0.\dot{1}$$

$$a = \frac{8}{45} + \frac{2}{9} = \frac{18}{45}, b = \frac{14}{45} - \frac{1}{9} = \frac{9}{45}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{18}{9} = 2$$

11. $\frac{(x^2y)^3}{(xy^2)^m} = \frac{x^n}{y^5}$ 일 때, $m - n$ 의 값은?

① -2

② 2

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$$\frac{(x^2y)^3}{(xy^2)^m} = \frac{x^6y^3}{x^my^{2m}} = \frac{x^{6-m}}{y^{2m-3}} = \frac{x^n}{y^5}$$

$$6 - m = n, 2m - 3 = 5$$

$$\therefore m = 4, n = 2$$

$$\therefore m - n = 2$$

12. n 이 자연수일 때, $(-1)^{n-1} + a^{2n-2} + (-a)^{2n+1} + a^{2n+1} - (-a)^{2n-2} - (-1)^{n+3}$ 의 값은?

① $-a$

② -2

③ 0

④ 2

⑤ a

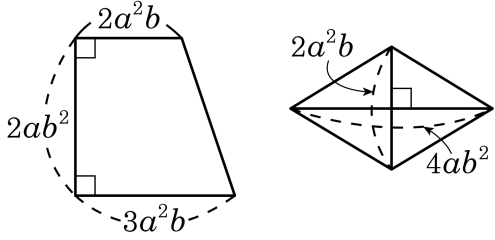
해설

n 이 짝수일 때, $-1 + a^{2n-2} - a^{2n+1} + a^{2n+1} - a^{2n-2} + 1 = 0$

n 이 홀수일 때, $1 + a^{2n-2} - a^{2n-1} + a^{2n+1} - a^{2n+2} - 1 = 0$

따라서 모든 자연수에 대하여 0이다.

13. 다음 그림에서 사다리꼴의 넓이는 마름모의 넓이의 몇 배인가?



- ① 2 배
- ② $\frac{5}{4}$ 배
- ③ $\frac{3}{2}$ 배
- ④ 4 배
- ⑤ $\frac{8}{3}$ 배

해설

(사다리꼴의 넓이)
 $= \{(\text{윗변} + \text{아랫변}) \times \text{높이}\} \times \frac{1}{2}$
(마름모의 넓이)
 $= (\text{한 대각선의 길이}) \times (\text{다른 대각선의 길이}) \times \frac{1}{2}$
(사다리꼴의 넓이)
 $= \{(2a^2b + 3a^2b) \times 2ab^2\} \times \frac{1}{2}$
 $= (5a^2b \times 2ab^2) \times \frac{1}{2} = 5a^3b^3$
(마름모의 넓이) $= (2a^2b \times 4ab^2) \times \frac{1}{2} = 4a^3b^3$
 $5a^3b^3 = \frac{5}{4} \times 4a^3b^3$ 이므로, 사다리꼴의 넓이는 마름모의 넓이의 $\frac{5}{4}$ 배이다.

14. 어떤 식에 $3x^2 + 5x - 4$ 를 빼었더니 $7x^2 + 3x + 1$ 이 되었다. 어떤 식을 구하면?

- ① $-4x^2 + 2x - 3$ ② $-4x^2 - 8x - 5$ ③ $4x^2 + 8x - 3$
④ $10x^2 + 8x - 5$ ⑤ $10x^2 + 8x - 3$

해설

$$\begin{aligned} & 7x^2 + 3x + 1 + (3x^2 + 5x - 4) \\ &= 7x^2 + 3x + 1 + 3x^2 + 5x - 4 \\ &= 10x^2 + 8x - 3 \end{aligned}$$

15. $\frac{1}{45}, \frac{2}{45}, \frac{3}{45}, \dots, \frac{199}{45}, \frac{200}{45}$ 중에서 유한소수이면서, 정수가 아닌 유리수의 개수는?

① 4개 ② 18개 ③ 22개 ④ 62개 ⑤ 66개

해설

$\frac{n}{45} = \frac{n}{3^2 \times 5}$ 이 유한소수가 되게 하는 n 은 9의 배수이므로 22개, 이때 정수가 되게 하는 n 은 45의 배수로 4개이다.
따라서 $22 - 4 = 18$ 개이다.

16. $\frac{1}{11}, \frac{1}{12}, \frac{1}{13}, \dots, \frac{1}{98}, \frac{1}{99}$ 중에서 유한소수로 나타낼 수 있는 것의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 8 개

해설

구하는 수는 두 자리 자연수 중 $2^x, 5^y, 2^x \times 5^y$ 의 꼴로 소인수분해되는 수이다.

2^x 꼴인 수는 $x = 4, 5, 6$ 일 때의 3개

5^y 꼴인 수는 $y = 2$ 일 때의 1개

$2^x \times 5^y$ 꼴인 경우는

$y = 1$ 일 때 $x = 2, 3, 4$ 의 3개

$y = 2$ 일 때 $x = 1$ 의 1개

$\therefore$ 8개

17. 다음 중 유리수 아닌 것을 모두 고르면?

① $-5, -4, -3, -2, -1$

② $0, 0.31532\cdots$

③ 순환소수

④ $0.666\cdots, 0.1\dot{2}$

⑤ $2\pi, 5\pi$

해설

② $0.31532\cdots$ 는 순환하지 않는 무한소수이다.

⑤ $2\pi, 5\pi$ 는 순환하지 않는 무한소수이다.

18. $(25)^3 \div (-5)^n = -5^3$ 일 때, n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$5^6 \div (-5)^n = -5^3$$

$$6 - n = 3$$

$$\therefore n = 3$$

19. 등식 $(-4x^Ay^3) \div 2xy^B \times 2x^3y = Cxy$ 일 때, $A+B+C$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$(-4x^Ay^3) \div 2xy^B \times 2x^3y = Cxy$$

$$\frac{-4x^Ay^3}{2xy^B} \times 2x^3y = -4x^{A+2}y^{4-B} = Cxy$$

$$A+2=1, 4-B=1, C=-4$$

$$A=-1, B=3, C=-4 \text{ 이므로}$$

$$A+B+C=-1+3-4=-2 \text{ 가 된다.}$$

20. $\frac{1}{x} : \frac{1}{y} = 1 : 3$ 일 때, $\frac{x^2 - 2y^2}{xy}$ 의 값은?

① $-\frac{13}{3}$

② $-\frac{12}{5}$

③ $\frac{7}{3}$

④ $-\frac{16}{3}$

⑤ $-\frac{17}{3}$

해설

$\frac{1}{x} : \frac{1}{y} = 1 : 3$, $\frac{3}{x} = \frac{1}{y}$ 이므로 $x = 3y$ 이다.

$$\frac{x^2 - 2y^2}{xy} = \frac{x}{y} - \frac{2y}{x} = \frac{3y}{y} - \frac{2y}{3y} = 3 - \frac{2}{3} = \frac{7}{3}$$

21. $\frac{2^{-11} + 2^{-12} + \dots + 2^{-20}}{2^{-1} + 2^{-2} + \dots + 2^{-10}}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{1024}$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{2^{-11} + 2^{-12} + \dots + 2^{-20}}{2^{-1} + 2^{-2} + \dots + 2^{-10}} \\ &= \frac{2^{-10}(2^{-1} + 2^{-2} + \dots + 2^{-10})}{2^{-1} + 2^{-2} + \dots + 2^{-10}} \\ &= 2^{-10} = \frac{1}{1024} \end{aligned}$$

22. $\frac{a}{2^2 \times 3 \times 5}$ 를 소수로 나타내면 유한소수이고, 이 분수를 기약분수로 고치면 $\frac{3}{b}$ 이다. a 가 10미만인 홀수일 때, $a + b$ 의 값은?

① 28 ② 29 ③ 30 ④ 31 ⑤ 32

해설

$\frac{a}{2^2 \times 3 \times 5}$ 를 소수로 나타낼 때, 유한소수가 되려면 분모에 있는 3이 약분되어야 하므로 a 의 값은 3의 배수가 되어야 한다. 그리고 a 가 10미만의 홀수이므로 a 는 3 또는 9이다. 그런데 이 식을 기약분수로 고치면 $\frac{3}{b}$ 이어야 하므로 $a = 9$ 이다.

$$\text{또한 } \frac{9}{60} = \frac{3^2}{2^2 \times 3 \times 5} = \frac{3}{2^2 \times 5} = \frac{3}{20}$$

$$\therefore b = 20$$

$$\therefore a + b = 9 + 20 = 29$$

23. $a < b < c < 9$ 인 자연수 a, b, c 에 대하여 $0.\dot{a} \times k = 0.0\dot{b}$, $0.0\dot{b} \times k = 0.00\dot{c}$ 일 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{5}$

해설

$$k = \frac{b}{90} \div \frac{a}{9} = \frac{b}{10a}, k = \frac{c}{900} \div \frac{b}{90} = \frac{c}{10b} \text{ 이므로 } k = \frac{b}{10a} = \frac{c}{10b}$$

이다.

$$\therefore b^2 = ac$$

$0 < a < b < c < 9$ 인 정수이므로, $a = 1, b = 2, c = 4$

$$\therefore 0.\dot{a} = \frac{1}{9}, 0.0\dot{b} = \frac{2}{90}, 0.00\dot{c} = \frac{4}{900}$$

$$\text{따라서 } k = \frac{b}{10a} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5} \text{ 이다.}$$

24. $2430 = 3^x + 3^{x+2}$ 을 만족하는 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$2430 = 3^x + 3^{x+2} = 3^x(1 + 3^2) = 3^x \cdot 10$$

$$243 = 3^x$$

$$\therefore x = 5$$

25. 네 개의 수 a, b, c, d 에 대하여 기호 $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$ 와 같이

정의할 때, $\begin{vmatrix} x+2y & x-y \\ 3(x-2y) & 2y-x \end{vmatrix} = 2Ax^2 - 3Bxy + 2Cy^2$ 을 만족하는

A, B, C 의 값을 차례대로 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $A = -2$

▷ 정답 : $B = -3$

▷ 정답 : $C = -1$

해설

$\begin{vmatrix} x+2y & x-y \\ 3(x-2y) & 2y-x \end{vmatrix}$ 을 정의대로 계산하면
 $(x+2y)(2y-x) - (x-y)(3x-6y)$
 $= 2xy - x^2 + 4y^2 - 2xy - 3x^2 + 6xy + 3xy - 6y^2$
 $= -4x^2 + 9xy - 2y^2$
 $2Ax^2 - 3Bxy + 2Cy^2 = -4x^2 + 9xy - 2y^2$ 이므로
 $2A = -4$ 에서 $A = -2$
 $-3B = 9$ 에서 $B = -3$
 $2C = -2$ 에서 $C = -1$