1. 점 $(2,\ 1)$ 을 지나고 x 축, y 축에 동시에 접하는 원의 방정식의 반지름의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

원이 점 $(2,\ 1)$ 을 지나고 x 축, y 축에 접하면
제 1 사분면에 위치하므로 반지름이 r 이면
중심이 $(r,\ r)$ 이다.
$(x-r)^2+(y-r)^2=r^2$ 이고
또한 $(2,\ 1)$ 을 지나므로
$(2-r)^2+(1-r)^2=r^2$,
$(r-1)(r-5)=0$
$\therefore\ r=1$ 또는 5
$\therefore\ (x-1)^2+(y-1)^2=1$ 또는 $(x-5)^2+(y-5)^2=5^2$
$\therefore 1+5=6$

2. 이차항의 계수가 1인 두 이차다항식의 최대공약수가 $x-1$, 최소공배수가 x^3+2x^2-x-2이다. 두 다항식을 $f(x)$, $g(x)$라 할 때, $f(3)+g(3)$의 값은?

① 14 ② 15 ③ 16 ④ 17 ⑤ 18

해설

먼저 x^3+2x^2-x-2를 조립제법을 이용하여 인수분해 한다.

1	1	2	−1	−2
		1	3	2
−2	1	3	2	0
		−2	−2	
	1	1	0	
:				

$\Rightarrow x^3+2x^2-x-2=(x-1)(x+2)(x+1)$

최대공약수가 $(x-1)$이므로

$f(x)=(x-1)(x+2), g(x)=(x-1)(x+1)\cdots$ ㉠

또는 $f(x)=(x-1)(x+1), g(x)=(x-1)(x+2)\cdots$ ㉡

㉠, ㉡ 두 경우 모두 $f(3)+g(3)=18$

3. $\sqrt{-12}+\sqrt{-3}\sqrt{-6}-\dfrac{\sqrt{6}}{\sqrt{-2}}=a+bi$ 일 때, a^2+b^2 의 값은? (단, a, b 는 실수, $i=\sqrt{-1}$)

① 15 ② 25 ③ 35 ④ 45 ⑤ 55

해설

$\sqrt{-12}+\sqrt{-3}\sqrt{-6}-\dfrac{\sqrt{6}}{\sqrt{-2}}$
$=2\sqrt{3}i-3\sqrt{2}+\sqrt{3}i$
$=-3\sqrt{2}+3\sqrt{3}i$
$=a+bi$
따라서, $a=-3\sqrt{2}, b=3\sqrt{3}$
$\therefore\ a^2+b^2=18+27=45$

4. $x^2 + xy + ay^2 + x + y - 2$가 x, y의 두 일차식의 곱으로 나타내어질 때, 상수 a의 값을 구하면 ?

① $\frac{2}{9}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{4}{9}$ ④ $\frac{5}{9}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

해설

$x^2 + xy + ay^2 + x + y - 2$

$= x^2 + (y+1)x + ay^2 + y - 2$가

x, y의 두 일차식의 곱으로 나타내어지려면

$D = (y+1)^2 - 4(ay^2 + y - 2)$

$= y^2 + 2y + 1 - 4ay^2 - 4y + 8$

$= (1-4a)y^2 - 2y + 9$에서

$\frac{D}{4} = 1 - 9(1-4a) = 0$

$\therefore\ 1 - 9 + 36a = 0$

$\therefore\ a = \frac{8}{36} = \frac{2}{9}$

5. 부등식 $|2x+2| < a+3$를 만족하는 실수 x값이 존재하기 위한 실수 a의 값의 범위는?

① $a \le -4$　　② $a > -4$　　③ $a < -3$
④ $a > -3$　　⑤ $a \le -1$

해설

i) $x \ge -1$일 때,

$2x+2 < a+3,\ 2x < a+1 \quad \therefore x < \frac{1}{2}a + \frac{1}{2}$

$x \ge -1,\ x < \frac{1}{2}a + \frac{1}{2}$를 만족하는 x의 값이 존재하기 위해서는

$\frac{1}{2}a + \frac{1}{2} > -1,\ a > -3$

ii) $x < -1$일 때,

$-2x-2 < a+3,\ -2x < a+5$

$x < -1,\ x > -\frac{1}{2}a - \frac{5}{2}$를 만족하는 x의 값이 존재하기 위해서는

$-\frac{1}{2}a - \frac{5}{2} < -1 \quad \therefore a > -3$

i), ii)에 의하여 $a > -3$