

1. 점 $(2, 1)$ 을 지나고 x 축, y 축에 동시에 접하는 원의 방정식의 반지름의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

원이 점 $(2, 1)$ 을 지나고 x 축, y 축에 접하면
제 1 사분면에 위치하므로 반지름이 r 이면
중심이 (r, r) 이다.

$$(x-r)^2 + (y-r)^2 = r^2 \text{ 이고}$$

또한 $(2, 1)$ 을 지나므로

$$(2-r)^2 + (1-r)^2 = r^2 ,$$

$$(r-1)(r-5) = 0$$

$$\therefore r = 1 \text{ 또는 } 5$$

$$\therefore (x-1)^2 + (y-1)^2 = 1 \text{ 또는 } (x-5)^2 + (y-5)^2 = 5^2$$

$$\therefore 1 + 5 = 6$$

2. 이차항의 계수가 1 인 두 이차다항식의 최대공약수가 $x-1$, 최소공배수가 $x^3 + 2x^2 - x - 2$ 이다. 두 다항식을 $f(x)$, $g(x)$ 라 할 때, $f(3) + g(3)$ 의 값은?

① 14

② 15

③ 16

④ 17

⑤ 18

해설

먼저 $x^3 + 2x^2 - x - 2$ 를 조립제법을 이용하여 인수분해 한다.

$$\begin{array}{r|rrrr}
 1 & 1 & 2 & -1 & -2 \\
 & & 1 & 3 & 2 \\
 -2 & 1 & 3 & 2 & 0 \\
 & & -2 & -2 & \\
 & 1 & 1 & 0 & \\
 : & & & &
 \end{array}$$

$$\Rightarrow x^3 + 2x^2 - x - 2 = (x-1)(x+2)(x+1)$$

최대공약수가 $(x-1)$ 이므로

$$f(x) = (x-1)(x+2), g(x) = (x-1)(x+1) \cdots \textcircled{㉠}$$

$$\text{또는 } f(x) = (x-1)(x+1), g(x) = (x-1)(x+2) \cdots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡} \text{ 두 경우 모두 } f(3) + g(3) = 18$$

3. $\sqrt{-12} + \sqrt{-3}\sqrt{-6} - \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{-2}} = a + bi$ 일 때, $a^2 + b^2$ 의 값은? (단, a, b 는 실수, $i = \sqrt{-1}$)

① 15

② 25

③ 35

④ 45

⑤ 55

해설

$$\sqrt{-12} + \sqrt{-3}\sqrt{-6} - \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{-2}}$$

$$= 2\sqrt{3}i - 3\sqrt{2} + \sqrt{3}i$$

$$= -3\sqrt{2} + 3\sqrt{3}i$$

$$= a + bi$$

$$\text{따라서, } a = -3\sqrt{2}, b = 3\sqrt{3}$$

$$\therefore a^2 + b^2 = 18 + 27 = 45$$

4. $x^2 + xy + ay^2 + x + y - 2$ 가 x, y 의 두 일차식의 곱으로 나타내어질 때, 상수 a 의 값을 구하면 ?

① $\frac{2}{9}$

② $\frac{1}{3}$

③ $\frac{4}{9}$

④ $\frac{5}{9}$

⑤ $\frac{2}{3}$

해설

$$x^2 + xy + ay^2 + x + y - 2$$

$$= x^2 + (y+1)x + ay^2 + y - 2 \text{가}$$

x, y 의 두 일차식의 곱으로 나타내어지려면

$$D = (y+1)^2 - 4(ay^2 + y - 2)$$

$$= y^2 + 2y + 1 - 4ay^2 - 4y + 8$$

$$= (1-4a)y^2 - 2y + 9 \text{에서}$$

$$\frac{D}{4} = 1 - 9(1-4a) = 0$$

$$\therefore 1 - 9 + 36a = 0$$

$$\therefore a = \frac{8}{36} = \frac{2}{9}$$

5. 부등식 $|2x + 2| < a + 3$ 를 만족하는 실수 x 값이 존재하기 위한 실수 a 의 값의 범위는?

① $a \leq -4$

② $a > -4$

③ $a < -3$

④ $a > -3$

⑤ $a \leq -1$

해설

i) $x \geq -1$ 일 때,

$$2x + 2 < a + 3, \quad 2x < a + 1 \quad \therefore x < \frac{1}{2}a + \frac{1}{2}$$

$x \geq -1, x < \frac{1}{2}a + \frac{1}{2}$ 를 만족하는 x 의 값이 존재하기 위해서는

$$\frac{1}{2}a + \frac{1}{2} > -1, \quad a > -3$$

ii) $x < -1$ 일 때,

$$-2x - 2 < a + 3, \quad -2x < a + 5$$

$x < -1, x > -\frac{1}{2}a - \frac{5}{2}$ 를 만족하는 x 의 값이 존재하기 위해서는

$$-\frac{1}{2}a - \frac{5}{2} < -1 \quad \therefore a > -3$$

i), ii)에 의하여 $a > -3$