

1. 두 자연수 a, b 는 곱이 4200 이고 합이 145 이다. $a - b$ 를 각각 구하여라.(단, $a > b$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 65

해설

두 자연수 a, b 를 각각 $a = GA, b = GB$ 라 하면,
 $ab = G^2AB = 4200, a + b = G(A + B) = 145$ 이므로
 $G = 5, AB = 168, A + B = 29$ 이다.
따라서 $A = 21, B = 8$ 이므로 $a = 5 \times 21 = 105, b = 5 \times 8 = 40$
이고, $a - b = 65$ 이다.

2. 어느 곤충 학자가 오래된 나무 한 그루에 서식하는 곤충의 수를 집계한 표가 다음과 같다.

곤충의 종류	A	B	C	D	E
전체 곤충의 수에서 차지하는 비율	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{5}$

그런데 곤충의 종류 중 하나와 그 비율은 학자가 다른 자료와 혼동하여 잘못 가져온 것이어서 네 종류의 자료만 올바른 자료라고 한다. 곤충의 총 마리 수가 200 마리를 넘지 않을 때, 곤충 A 는 몇 마리인지 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 20 마리

해설

A, B, C, D, E 의 비율을 나타내는 각각의 분모의 최소공배수를 파악해 보면, 3, 4, 5, 7, 9 이다.

3, 4, 5, 7, 9 중 4 개의 수로 200 이하의 최소공배수가 가능한지 알아보면,

3, 4, 5, 7 → 420 , 3, 4, 5, 9 → 180

3, 4, 7, 9 → 252 , 2, 5, 7, 9 → 315

따라서 D 의 자료가 잘못된 것을 알 수 있고, 곤충의 수는 180 마리가 된다.

∴ (곤충 A 의 마리수) = $180 \times \frac{1}{9} = 20$ (마리)

3. 지성이네 학교에선 가로, 세로의 길이가 각각 200m, 150m 인 운동장 둘레로, 학교 건물이 있는 한 쪽 세로 면을 제외한 나머지 세 면에 “ㄷ”자 형의 그물망을 설치하려고 한다. 기둥을 일정한 간격으로 설치해야 하고 그물망이 시작되는 지점과 끝나는 지점, 그리고 각 모서리에는 반드시 기둥이 설치되어야 한다. 기둥 하나당 설치비용이 50 만 원이라고 할 때, 비용을 최소한으로 하려면 총 비용이 얼마가 나오겠는가? (단, 기둥 설치 외의 비용은 무시한다)

- ① 500 만 원 ② 550 만 원 ③ 600 만 원
 ④ 650 만 원 ⑤ 700 만 원

해설

비용을 최소로 하기 위해선 기둥을 가능한 한 적게 설치해야한다.
 기둥 사이의 간격을 x 라 할 때,
 $200 = x \times \square$, $150 = x \times \triangle$
 x 는 200과 150 의 최대공약수
 $200 = 2^3 \times 5^2$, $150 = 2 \times 3 \times 5^2$
 $\therefore x = 2 \times 5^2 = 50$ (m)
 기둥 사이의 간격을 50m 라 할 때
 가로 $200 = 50$ (m) $\times 4$ (개),
 세로 $150 = 50$ m $\times 3$ (개)
 직사각형 모양의 운동장의 가장자리에 ”ㄷ”자 형으로 망을 설치할 때 필요한 최소의 기둥의 수는
 $\therefore (2 \times 4) + 3 + 1 = 12$ (개)
 이때, 기둥 한 개의 설치비용이 50 만 원이므로
 총 비용은 12×50 (만 원) = 600 (만 원) 이다.

4. 서로 다른 두 자연수 a, b 의 최소공배수는 60 이고, $9a - b = 6$ 일 때, 두 수의 최대공약수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

a, b 의 최대공약수를 G , 최소공배수를 L 이라고 하면 $a = xG$, $b = yG$, $L = xyG$ (단, x 와 y 는 서로소)로 놓을 수 있다.

최소공배수가 60 이므로 $xyG = 60 \cdots \textcircled{1}$

또 $9a - b = 6$ 이므로

$$9xG - yG = 6 \cdots \textcircled{2}$$

각 변끼리 $\frac{\textcircled{2}}{\textcircled{1}}$ 을 계산하면

$$\frac{9xG - yG}{xyG} = \frac{6}{60} \text{ 에서 } \frac{9x - y}{xy} = \frac{1}{10},$$

$$90x - 10y = xy, x(90 - y) = 10y,$$

$y > 0, 90 - y > 0$ 이므로 $1 \leq y \leq 89$ 이고

$xyG = 60$ 이므로 $1 \leq y \leq 60$ 을 만족하는 (x, y) 의 순서쌍은 $(2, 15)$,

$(5, 30), (10, 45), (15, 54)$

x, y 는 서로소인 자연수이므로

$$x = 2, y = 15$$

따라서 두 수의 최대공약수는

$$xyG = 60 \text{ 에서 } G = 2$$

5. 어떤 수 a 로 214, 916, 151, 448 을 나누었더니 그 나머지가 b 로 같을 때, a, b 의 값으로 알맞은 짝은 몇 개인가?

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

214, 916, 151, 448을 a 로 나눈 몫을 Q_1, Q_2, Q_3, Q_4 라 할 때
 $214 = aQ_1 - b,$
 $916 = aQ_2 - b,$
 $151 = aQ_3 - b,$
 $448 = aQ_4 - b$ 이다.
 $214 - 151 = 63 = a(Q_1 - Q_3)$ 이므로
63은 a 로 나누어 떨어진다.
마찬가지의 방법으로 두 수의 차
 $916 - 214, 448 - 214, \dots$ 는 a 로 나누어 떨어진다.
63, 234, 297, 468, 702, 765의 최대공약수는 9이므로
가능한 a 는 3, 9이다. $a = 3$ 일 때, $b = 1$
 $a = 9$ 일 때, $b = 7$
 (a, b) 의 순서쌍은 (3, 1), (9, 7)로 2개이다.