1. 두 다항식 A, B에 대하여 연산 $A \ominus B$와 $A \otimes B$을 다음과 같이 정의하기로 한다.

$A \ominus B = A - 3B,\ A \otimes B = (A+B)B$

$P = 2x^3 + 2x^2y + 3xy^2 - y^3,\ Q = x^3 + x^2y + xy^2$이라 할 때,

$(P \ominus Q) \otimes Q$를 x, y에 관한 다항식으로 나타내면?

① $x^4y^2 + xy^5$　　② $x^4y^2 - xy^5$　　③ $x^3y^2 - xy^4$

④ $x^3y^2 + xy^4$　　⑤ $2x^3y^2 - xy^4$

해설

정의에 따라 $(P \ominus Q) \otimes Q$를 변형하면

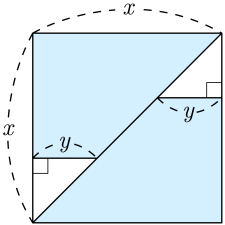
$$\begin{aligned}(P \ominus Q) \otimes Q &= (P - 3Q) \otimes Q \\ &= (P - 3Q + Q)Q \\ &= (P - 2Q)Q \quad \cdots \text{①}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&P - 2Q \\ &= 2x^3 + 2x^2y + 3xy^2 - y^3 - 2(x^3 + x^2y + xy^2) \\ &= xy^2 - y^3\end{aligned}$$

이므로 ①식은

$$\begin{aligned}(P \ominus Q) \otimes Q &= (xy^2 - y^3)(x^3 + x^2y + xy^2) \\ &= x^4y^2 + x^3y^3 + x^2y^4 - x^3y^3 \\ &\quad - x^2y^4 - xy^5 \\ &= x^4y^2 - xy^5\end{aligned}$$

2. 다음 그림은 한변의 길이가 x인 정사각형을 대각선을 따라 자른 후 직각이등변삼각형 2개를 떼어낸 도형이다. 이때, 색칠한 부분의 넓이를 x, y에 관한 식으로 나타내어라.



① $xy-y^2$　② x^2-y^2　③ x^2-y

④ $\dfrac{xy-y^2}{2}$　⑤ $\dfrac{x-y}{2}$

해설

$$x^2-2\times\frac{1}{2}\times y\times y=x^2-y^2$$

3. 다음 곱셈공식을 전개한 것 중 바른 것은?

① $(x-y-1)^2 = x^2 + y^2 + 1 - 2xy - 2x - 2y$

② $(a+b)^2(a-b)^2 = a^4 - 2a^2b^2 + b^4$

③ $(-x+3)^3 = x^3 - 9x^2 + 27x - 27$

④ $(a-b)(a^2+ab-b^2) = a^3 - b^3$

⑤ $(p-1)(p^2+1)(p^4+1) = p^{16} - 1$

해설

① $(x-y-1)^2 = x^2 + y^2 + 1 - 2xy - 2x + 2y$
③ $(-x+3)^3 = -x^3 + 9x^2 - 27x + 27$
④ $(a-b)(a^2+ab+b^2) = a^3 - b^3$
⑤ $(p-1)(p+1)(p^2+1)(p^4+1) = p^8 - 1$

4. 다항식 $f(x)=3x^3+ax^2+bx+12$가 $x-2$로 나누어 떨어지고 또, $x-3$으로도 나누어 떨어지도록 상수 $a+b$의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -5

해설

$f(x)$ 가 $x-2$ 로 나누어 떨어지려면

$f(2)=24+4a+2b+12=0$

$\therefore\ 4a+2b+36=0 \quad \cdots\cdots$ ㉠

또, $f(x)$ 가 $x-3$ 으로 나누어 떨어지려면

$f(3)=81+9a+3b+12=0$

$\therefore\ 9a+3b+93=0 \quad \cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=-13,\ b=8$

5. x^2-2x-y^2+2y를 인수분해하였더니, $(x+ay)(x-by+c)$가 되었다. 이 때, $a,\ b,\ c$를 순서대로 쓴 것은?

① $-1,\ 0,\ 1$ ② $-1,\ 1,\ 2$ ③ $-2,\ -1,\ 1$

④ $-1,\ -1,\ -2$ ⑤ $-1,\ 2$

해설

$$\begin{aligned} x^2-2x-y^2+2y &= (x+y)(x-y)-2(x-y) \\ &= (x-y)(x+y-2) \end{aligned}$$

$\therefore\ a=-1,\ b=-1,\ c=-2$

6. $\left(x^4-8x^2-9\right) \div \left(x^2-9\right)$ 를 계산하여라.

① x^2+1 ② x^2-1 ③ x^2+2

④ x^2-2 ⑤ x^2+3

해설

$x^4-8x^2-9=\left(x^2-9\right)\left(x^2+1\right)$

$\therefore$ (준식)$=x^2+1$

7. x^3-4x^2+x+6을 인수분해하면 $(x+a)(x+b)(x+c)$이다. $a^2+b^2+c^2$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$f(x)=x^3-4x^2+x+6$이라 놓으면,
$x=-1$일 때, $-1-4-1+6=0$
따라서, $f(x)$는 $(x+1)$로 나누어 떨어진다.
즉, $f(x)$는 $(x+1)$의 인수를 갖는다.
즉, $f(x)=(x+1)Q(x)$꼴
$Q(x)$는 조립제법으로 구한다.

-1	1	-4	1	6
		-1	5	-6
	1	-5	6	0

$f(x)=(x^2-5x+6)(x+1)$
$\therefore\ f(x)=(x-3)(x-2)(x+1)$
$\therefore\ a^2+b^2+c^2=(-3)^2+(-2)^2+1^2=14$

8. 실수 x 에 대하여 복소수 $(1+i)x^2-(1+3i)x-(2-2i)$ 가 순허수가 되도록 하는 x 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$(1+i)x^2-(1+3i)x-(2-2i)$

$=(x^2-x-2)+(x^2-3x+2)i$

순허수가 되려면 (실수 부분)=0, (허수 부분)$\neq 0$이어야 하므로

$x^2-x-2=0$, $x^2-3x+2\neq 0$

(i) $x^2-x-2=0$ 에서 $(x+1)(x-2)=0$

$\therefore\ x=-1$ 또는 $x=2$

(ii) $x^2-3x+2\neq 0$ 에서 $(x-1)(x-2)\neq 0$

$\therefore\ x\neq 1$ 또는 $x\neq 2$

따라서 (i), (ii) 에 의하여 $x=-1$

9. $i + 2i^2 + 3i^3 + \cdots + 50i^{50}$ 의 값은?

① $-26 - 25i$ ② $-26 + 25i$ ③ 0

④ $-25 + 26i$ ⑤ $25 + 26i$

해설

$i + 2i^2 + 3i^3 + \cdots + 50i^{50}$

$= \{i + 2 \cdot (-1) + 3 \cdot (-i) + 4 \cdot 1\} + \{5i + 6 \cdot (-1) + 7 \cdot (-i) + 8 \cdot 1\}$

$+ \cdots + \{45i + 46 \cdot (-1) + 47 \cdot (-i) + 48 \cdot 1\} + 49i + 50 \cdot (-1)$

$12(2 - 2i) + 49i - 50 = -26 + 25i$

10. $x = 1998$, $y = 4331$ 일 때, $\dfrac{x+yi}{y-xi} + \dfrac{y-xi}{x+yi}$ 의 값은?

① 0　　② 1　　③ -1　　④ i　　⑤ $-i$

해설

$$\frac{x+yi}{y-xi} + \frac{y-xi}{x+yi}$$

$$= \frac{(x+yi)^2 + (y-xi)^2}{(y-xi)(x+yi)}$$

$$= \frac{x^2 + 2xyi - y^2 + y^2 - 2xyi - x^2}{(y-xi)(x+yi)} = 0$$

11. x에 대한 이차방정식 $2mx^2+(5m+2)x+4m+1=0$이 중근을 갖도록 하는 실수 m의 값은?

① $-\frac{3}{2}$, -2 ② $-\frac{7}{12}$, $-\frac{1}{2}$ ③ $-\frac{7}{2}$, 2
④ $-\frac{2}{7}$, 2 ⑤ $\frac{2}{7}$, $\frac{3}{2}$

해설

주어진 이차방정식의 판별식을 D라고 하면 중근을 가질 조건은 $D=0$이므로

$D=(5m+2)^2-4\cdot 2m\cdot(4m+1)=0$

$25m^2+20m+4-32m^2-8m=0$

$7m^2-12m-4=0$

$(7m+2)(m-2)=0$

$\therefore m=-\frac{2}{7}$ 또는 2

12. 이차방정식 $x^2+(a+1)x+a-5=0$의 두 실근을 β, β^2이라 할 때, $a+\beta+\beta^2$의 값은?

① -3 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 3

해설

두 근의 합은 $\beta+\beta^2=-a-1$이므로

$a+\beta+\beta^2=a-a-1=-1$

13. $(a+b)(a^2-ab+b^2)(a^3-b^3)$ 의 전개식으로 옳은 것은?

① a^3+b^3 ② a^6+b^6 ③ a^6-b^6

④ a^9+b^9 ⑤ a^9-b^9

해설

(준 식)$=(a^3+b^3)(a^3-b^3)=a^6-b^6$

14. x에 관계없이 $\dfrac{x-a}{2x-b}$가 항상 일정한 값을 가질 때, 상수 a, b에 대하여 $\dfrac{b}{a}$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$\dfrac{x-a}{2x-b}=k$라 놓으면,

$(2k-1)x+(a-bk)=0$

$\therefore\ 2k-1=0,\ a=bk$이므로

$k=\dfrac{1}{2},\ a=\dfrac{1}{2}b$이다.

$\therefore\ \dfrac{b}{a}=2$

15. $x^3+2x^2-x+1=a(x-1)^3+b(x-1)^2+c(x-1)+d$가 x의 값에 관계없이 항상 성립하도록 하는 상수 $a+b+c+d$의 값은?

① 11　② 12　③ 13　④ 14　⑤ 15

해설

양변에 $x=2$를 대입하면

$8+8-2+1=a+b+c+d$

$\therefore\ a+b+c+d=15$

해설

(i) a,b,c,d의 값을 각각 구하려면 우변을 전개하여 계수비교를 하거나

(ii) 조립제법 : 좌변을 $x-1$로 연속으로 나눌 때 나오는 나머지가 순서대로 d,c,b가 되고 마지막 몫의 계수가 a이다.

16. 다항식 $f(x)$를 $x-1$로 나눈 나머지가 3이고, $x+1$로 나눈 나머지가 -1일 때, $(x^2+x+2)f(x)$를 x^2-1로 나눈 나머지를 $R(x)$라 할 때, $R(1)$구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

나머지 정리에 의해 $f(1)=3, f(-1)=-1$

$(x^2+x+2)f(x)=(x^2-1)Q(x)+ax+b$

$x=1, x=-1$ 을 대입한다.

$4f(1)=12=a+b\cdots$ ㉠

$2f(-1)=-2=-a+b\cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면,

$a=7,\ b=5$

$\therefore$ 나머지 $R(x)=7x+5$

$R(1)=12$

17. x^5+x+1을 $x+1$로 나눈 몫을 $Q(x)$라고 할 때, $Q(x)$를 $x-1$로 나눈 나머지를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

$x^5+x+1=(x+1)Q(x)+R$

$x=-1$을 양변에 대입하면 $R=-1$

$\therefore\ x^5+x+1=(x+1)Q(x)-1 \cdots$ ㉠

$Q(x)$를 $x-1$로 나눈 나머지는 $Q(1)$

㉠에 $x=1$을 대입하면 $3=2Q(1)-1$

$\therefore\ Q(1)=2$

18. x^3-4x^2+5x-3 을 $A(x-3)^3+B(x-3)^2+C(x-3)+D$ 로 나타낼 때, $ABCD$ 의 값을 구하면?

① -20 ② 40 ③ -60 ④ 120 ⑤ -120

해설

x^3-4x^2+5x-3 을 $x-3$ 에 대해 내림차순으로 정리하기 위해 $x-3$ 으로 반복하여 나누면 나머지가 차례로 D, C, B, A 가 되므로

$$
\begin{array}{c|cccccc}
3 & 1 & -4 & 5 & -3 & & \\
 & & 3 & -3 & 6 & & \\
\hline
3 & 1 & -1 & 2 & \boxed{3} & \leftarrow & d \\
 & & 3 & 6 & & & \\
\hline
3 & 1 & 2 & \boxed{8} & \leftarrow & c & \\
 & & 3 & & & & \\
\hline
 & 1 & \boxed{5} & \leftarrow b & & & \\
 & \uparrow & & & & & \\
 & a & & & & &
\end{array}
$$

$\therefore\ ABCD=1\times5\times8\times3=120$

19. $\dfrac{2007^3 - 1}{2007 \times 2008 + 1}$ 의 값은?

① 2004　② 2005　③ 2006　④ 2007　⑤ 2008

해설

$2007 = a$로 놓고

주어진 식을 a에 대한 식으로 변형하면

$$\frac{a^3 - 1}{a(a+1)+1} = \frac{a^3 - 1}{a^2 + a + 1}$$

$$= \frac{(a-1)(a^2+a+1)}{a^2+a+1}$$

$$= a - 1 = 2007 - 1 = 2006$$

20. 최대공약수가 $x-1$, 최소공배수가 x^3-7x+6인 두 이차다항식의 합은?

① $2x^2+x+3$ ② $2x^2+3x-1$ ③ x^2-x-2

④ $2x^2-x-1$ ⑤ x^2-3x-2

해설

최대공약수가 $x-1$이므로
두 다항식을 $A(x-1)$, $B(x-1)$
(A, B는 서로소인 일차식)으로 놓으면
$x^3-7x+6=AB(x-1)$
$(x-1)(x-2)(x+3)=AB(x-1)$
$\therefore\ AB=(x-2)(x+3)$
A, B는 일차식이어야 하므로

$$\begin{cases} A=x-2 \\ B=x+3 \end{cases} \text{ 또는 } \begin{cases} A=x+3 \\ B=x-2 \end{cases}$$

따라서 두 다항식은 $(x-1)(x-2)$, $(x-1)(x+3)$이다.
$\therefore$ (두 다항식의 합)
$=(x-1)(x-2)+(x-1)(x+3)=2x^2-x-1$

21. 이차항의 계수가 1인 두 이차다항식의 최대공약수가 $x-3$이고, 최소공배수가 x^3-2x^2-3x일 때, 두 이차다항식의 합을 구하면?

① $2x^2-5x$　② $2x^2-x-3$　③ $2x^2+x+3$
④ $2x^2-5x-3$　⑤ $2x^2+5x+3$

해설

두 식 A, B의 최대공약수가 $x-3$이고 최소공배수가 $x(x-3)(x+1)$이다.
따라서 이차항의 계수가 1인 두 다항식은
각각 $x(x-3)$, $(x-3)(x+1)$이다.
$\therefore$ 두 다항식의 합 $=2x^2-5x-3$

22. 다음 보기에서 옳은 것을 모두 고르면?

㉠ $\sqrt{-2} \cdot \sqrt{-3} = -\sqrt{-6}$

㉡ $\dfrac{\sqrt{27}}{\sqrt{-3}} = 3i$

㉢ $\sqrt{-27} - \sqrt{-3} = 2\sqrt{3}i$

㉣ $\dfrac{4}{\sqrt{-4}} = -2i$

㉤ $\sqrt{-2} \cdot \sqrt{5} = -\sqrt{10}$

㉥ $\sqrt{(-3)^2} + (\sqrt{-3})^2 = 6$

① ㉠,㉡ ② ㉢,㉣ ③ ㉠,㉣,㉤

④ ㉣,㉥ ⑤ ㉠,㉡,㉢,㉣,㉥

해설

㉠ $\sqrt{-2} \cdot \sqrt{-3} = \sqrt{2}i \times \sqrt{3}i = -\sqrt{6}$

㉡ $\dfrac{\sqrt{27}}{\sqrt{-3}} = \dfrac{3\sqrt{3}}{\sqrt{3}i} = -3i$

㉢ $\sqrt{-27} - \sqrt{-3} = 3\sqrt{3}i - \sqrt{3}i = 2\sqrt{3}i$

㉣ $\dfrac{4}{\sqrt{-4}} = \dfrac{4}{2i} = -2i$

㉤ $\sqrt{-2} \cdot \sqrt{5} = \sqrt{2}i \times \sqrt{5} = \sqrt{10}i$

㉥ $\sqrt{(-3)^2} + (\sqrt{-3})^2 = \sqrt{9} + (\sqrt{3}i)^2 = 0$

23. $x,\ y$가 양의 실수이고, $x^2 + xyi + y^2 - 5 - 2i = 0$일 때, $x + y$의 값을 구하여라.(단, $i = \sqrt{-1}$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

실수부와 허수부로 나눈다.

$(x^2 + y^2 - 5) + (xy - 2)i = 0$

$x^2 + y^2 - 5 = 0 \cdots$ ㉠

$xy - 2 = 0 \cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하면

$(x + y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy = 5 + 4 = 9$

$\therefore\ x + y = 3$ ($\because\ x,\ y$ 는 양의 실수)

24. $|x+1|+|x-2|=x+3$을 만족하는 해의 합을 구하면?

▶ **답 :**

▷ **정답 :** 4

해설

i) $x<-1$일 때,

$-x-1-x+2=x+3$

$\therefore \ x=-\frac{2}{3}$ (모순)

ii) $-1\le x<2$일 때,

$x+1-x+2=x+3$

$\therefore \ x=0$

iii) $x\ge 2$일 때,

$x+1+x-2=x+3$

$\therefore \ x=4$

25. 이차방정식 $x^2-14kx+96k=0$의 두 근의 비가 $3:4$일 때, 양수 k의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $k=2$

해설

두 근을 $3\alpha,\ 4\alpha$라고 하면
근과 계수의 관계에 의하여
$3\alpha+4\alpha=14k\cdots\cdots$ ㉠
$3\alpha\cdot 4\alpha=96k\cdots\cdots$ ㉡
㉠에서 $7\alpha=14k\ \ \therefore \alpha=2k\cdots\cdots$ ㉢
㉡에서 $12\alpha^2=96k\ \ \therefore \alpha^2=8k\cdots\cdots$ ㉣
㉢을 ㉣에 대입하면 $4k^2=8k,\ 4k(k-2)=0$
$\therefore k=0$ 또는 $k=2$
따라서 양수 k의 값은 $k=2$이다.

26. x의 이차방정식 $x^2+(a^2-a-12)x-a+3=0$ (a는 실수)의 두 실근은 절대값이 같고 부호가 반대라 한다. 다음 중 a의 값은?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

두 근을 α, β라 할 때,

$\alpha+\beta=-(a^2-a-12)=0$, $\alpha\beta=-a+3<0$

$\therefore\ a=4$

27. 이차함수 $y = x^2 - 8x + 9$ 의 최댓값 또는 최솟값을 구하여라.

▶ **답 :**

▷ **정답 :** -7

해설

$$y = x^2 - 8x + 9$$
$$= (x-4)^2 - 7$$

아래로 볼록하므로 $x = 4$ 일 때, 최솟값 -7 을 갖는다.

28. $x+y+z=0,\ 2x-y-7z=3$을 동시에 만족시키는 x, y, z에 대하여 $ax^2+by^2+cz^2=1$이 성립할 때, $a+b+c$의 값을 구하면?

① 11　② 8　③ 7　④ 6　⑤ 4

해설

(i) $x+y+z=0,\ 2x-y-7z=3$에서
$x,\ y$를 z에 대하여 나타내면
$x=2z+1,\ y=-3z-1$

(ii) $x=2z+1,\ y=-3z-1$을 $ax^2+by^2+cz^2=1$ 에 대입하여 정리하면
$(4a+9b+c)z^2+2(2a+3b)z+(a+b-1)=0$
$\therefore\ 4a+9b+c=0,\ 2a+3b=0,\ a+b-1=0$
$\therefore\ a=3,\ b=-2,\ c=6$
$\therefore\ a+b+c=7$

29. $\alpha = \dfrac{-1+\sqrt{3}i}{2}$ 일 때, $\alpha + \alpha^2 + \cdots + \alpha^{14}$ 의 값은?

① -1 ② $-\dfrac{1}{2}$ ③ 0 ④ $\dfrac{1}{2}$ ⑤ 1

해설

$\alpha = \dfrac{-1+\sqrt{3}i}{2}$ 에서 $2\alpha + 1 = \sqrt{3}i$

양변을 제곱해서 정리하면 $\alpha^2 + \alpha + 1 = 0$

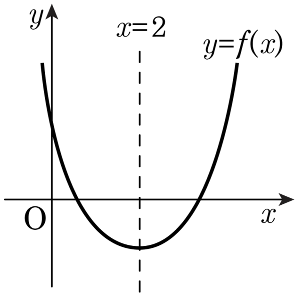
$(\alpha - 1)(\alpha^2 + \alpha + 1) = 0, \alpha^3 = 1$

$\therefore\ \alpha^{3k+1} = \alpha, \alpha^{3k+2} = \alpha^2, \alpha^{3k} = 1$

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (\alpha + \alpha^2 + 1) + (\alpha + \alpha^2 + 1) + \\ &\quad \cdots + (\alpha + \alpha^2 + 1) + \alpha + \alpha^2 \\ &= \alpha + \alpha^2 \\ &= -1\end{aligned}$$

$(\because\ \alpha^2 + \alpha + 1 = 0)$

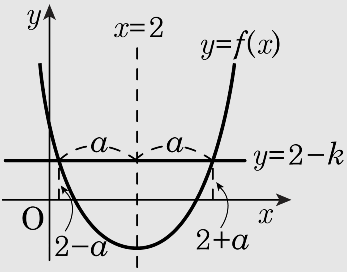
30. 이차함수 $y = f(x)$의 그래프가 아래 그림과 같을 때, x에 대한 방정식 $(f \circ f)(x) = 0$의 모든 실근의 합은? (단, $y = f(x)$의 그래프는 x축의 양의 방향과 서로 다른 두 점에서 만난다.)



① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

$f(f(x)) = 0$에서 $f(x) = t$로 놓으면
$f(t) = 0$을 만족시키는 두 실근은
$t = 2 - k$ 또는 $f = 2 + k$
$(0 < k < 2)$로 놓을 수 있다.
$\therefore f(x) = 2 - k$ 또는 $f(x) = 2 + k$



(i) $f(x) = 2 - k$를 만족시키는 x의 값은
$y = f(x)$ 의 그래프와
직선 $y = 2 - k$의 교점의 x좌표이므로
$x = 2 - \alpha$ 또는 $x = 2 + \alpha$
(ii) $f(x) = 2 + k$를 만족시키는 x의 값도
마찬가지로 생각하면 $x = 2 - \beta$ 또는 $x = 2 + \beta$
따라서 $f(f(x)) = 0$을 만족시키는 모든 실근의 합은
$(2 - \alpha) + (2 + \alpha) + (2 - \beta) + (2 + \beta) = 8$

31. 함수 $y = x^2 - q$, $y = -x^2 + q$ 의 그래프에 의하여 둘러싸인 부분에 내접하는 직사각형의 둘레의 길이의 최댓값이 21 일 때, q 의 값을 구하여라. (단, $q > 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

포물선의 축이 $x = 0$ 이므로 직사각형은 직선 $x = 0$ 에 대하여 대칭이다.
직사각형이 x 축과 만나는 점의 x 좌표를 $-t$, t 라 하면 가로의 길이는 $2t$,
세로의 길이는 $(-t^2 + q) - (t^2 - q) = -2t^2 + 2q$
이므로 직사각형의 둘레의 길이는

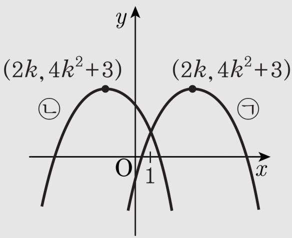
$$2(-2t^2 + 2q + 2t) = -4\left(t - \frac{1}{2}\right)^2 + 4q + 1$$ 이다.

따라서 $t = \frac{1}{2}$ 일 때, 직사각형의 둘레의 길이의 최댓값은 $4q+1 = 21$ 이므로 $q = 5$ 이다.

32. $x \geq 1$ 에 대하여 $y = -x^2 + 4kx + 3$ 이 최댓값 11 을 가질 때, 상수 k 의 값을 구하면?

① $\frac{9}{4}$ ② $\sqrt{2}$ ③ $-\sqrt{2}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{\sqrt{2}}{2}$

해설



$y = -x^2 + 4kx + 3 = -(x-2k)^2 + (4k^2 + 3)$

㉠ 경우 : $2k \geq 1 \Rightarrow k \geq \frac{1}{2}$

최대 : $4k^2 + 3 = 11$, $k^2 = 2$

$\therefore k = \sqrt{2} \left(\because k \geq \frac{1}{2}\right)$

㉡ 경우 : $2k \leq 1 \Rightarrow k \leq \frac{1}{2}$

최대 : $y = -1 + 4k + 3 = 4k + 2 = 11$

$k = \frac{4}{9}$ 인데 $k \leq \frac{1}{2}$ 이므로

$\therefore$ 해가 존재하지 않음.

$\therefore k = \sqrt{2}$

33. 함수 $f(x) = \dfrac{-4}{\sqrt{px^2 + 2x - p + 3}}$ 가 최솟값을 가질 때, 정수 p 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

분모가 항상 음수이므로 주어진 함수가 최소가 될 때는 함수 $y = px^2 + 2x - p + 3 \cdots$ ㉠ 이 최댓값을 가질 때이다.
만약 함수 y 가 음수나 0 을 최솟값으로 갖게 되면 함숫값이 존재하지 않으므로 함수 y 의 최솟값은 양수이다.
따라서 $p > 0 \cdots$ ㉡
$D = p^2 - 3p + 1 < 0 \cdots$ ㉢ 의 두 식이 모두 만족되면, ㉠이 양의 최솟값을 갖는다.

$p^2 - 3p + 1 < 0$ 에서 $\dfrac{3 - \sqrt{5}}{2} < p < \dfrac{3 + \sqrt{5}}{2}$

따라서 정수 p 의 최댓값은 2 이다.