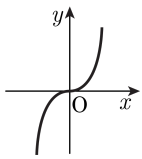
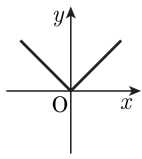


1. 다음 중 함수의 그래프가 아닌 것은?

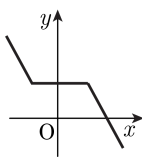
①



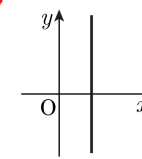
②



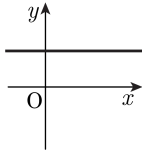
③



④



⑤



해설

함수가 되기 위한 2가지 조건

(i) 정의역에 있는 모든 원소가 빠짐없이 공역에 있는 원소에 대응되어야 한다.

(ii) 정의역에 있는 각각의 원소가 공역의 오직 하나의 원소에 대응되어야 한다.

④ : x 의 한 값 x_1 에 y 의 값이 무수히 많이 대응되고 있으므로 함수가 될 수 없다.

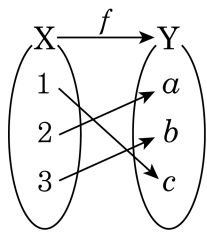
2. 다음 중 항등함수를 찾으면?

- ① $f(x) = x$ ② $f(x) = x + 1$ ③ $f(x) = x - 1$
④ $f(x) = x^2$ ⑤ $f(x) = x^2 + 1$

해설

항등함수는 $f(x) = x$ 또는 $y = x$ 이다.

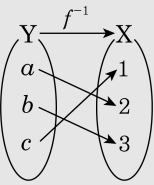
3. 두 집합 $X = \{1, 2, 3\}$, $Y = \{a, b, c\}$ 에 대하여 함수 $f : X \rightarrow Y$ 가 그림과 같이 주어질 때, $f^{-1}(a) + f^{-1}(c)$ 의 값은 얼마인가?



- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

역함수 f^{-1} 는 그림과 같으므로



$f^{-1}(a) + f^{-1}(c) = 2 + 1 = 3$

4. 함수 $f(x) = 2x - 5$ 의 역함수를 $y = f^{-1}(x)$ 라 할 때, $f^{-1}(-3)$ 의 값은 얼마인가?

① -3

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 3

해설

$f(x) = y = 2x - 5$ 에서 x 와 y 를 바꾸면 $x = 2y - 5$

$x = 2y - 5$ 를 y 에 대하여 정리하면

$$y = \frac{1}{2}(x + 5)$$

$$\therefore f^{-1}(x) = \frac{1}{2}(x + 5)$$

$$\therefore f^{-1}(-3) = 1$$

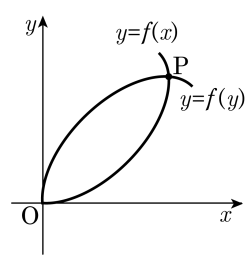
|다른풀이| $f^{-1}(-3) = a$ 로 놓으면

$$f(a) = -3 \text{ 에서 } f(a) = 2a - 5 = -3, 2a = 2$$

$$\therefore a = f^{-1}(-3) = 1$$

5. 다음 그림과 같은 두 곡선 $y = f(x)$ 와 $x = f(y)$ 의 교점 P 가 될 수 있는 점은 무엇인가?

- ① $\left(\frac{1}{2}, 1\right)$ ② $\left(1, \frac{3}{2}\right)$
 ③ $(1, 2)$ ④ $(2, 2)$
 ⑤ $(2, 3)$



해설

$y = f(x)$ 와 $x = f(y)$ 는 서로 역함수의 관계이므로 두 그래프의 교점 P 는 함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 직선 $y = x$ 의 교점과 같다. 따라서 점 P 는 직선 $x = y$ 위의 점이므로 $(2, 2)$ 이다.

6. 다음 식을 계산하면?

$$\frac{x^3-1}{x^4+x^2+1} \times \frac{x^3+1}{x^4-1}$$

- ① x

② x^2

③ $\frac{1}{x}$

④ $\frac{1}{x^2}$

⑤ $\frac{1}{x^2+1}$

해설

$$\begin{aligned} &\frac{x^3-1}{x^4+x^2+1} \times \frac{x^3+1}{x^4-1} \\ &= \frac{(x-1)(x^2+x+1)}{(x^2-x+1)(x^2+x+1)} \\ &\quad \times \frac{(x+1)(x^2-x+1)}{(x^2+1)(x+1)(x-1)} \\ &= \frac{1}{x^2+1} \end{aligned}$$

7. 분수함수 $y = \frac{3x-1}{x+1}$ 의 점근선을 $x = a$, $y = b$ 라고 할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$y = \frac{3x-1}{x+1} = \frac{-4}{x+1} + 3 \text{ 에서}$$

점근선은 $x = -1$, $y = 3$

$$a = -1, b = 3$$

$$a + b = 2$$

8. $\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$ 을 계산하면 $a+b\sqrt{c}$ 가 된다. 이때, $a+b+c$ 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$$\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} = \frac{(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})} = 5-2\sqrt{6}$$

$$a=5, b=-2, c=6$$

$$\therefore a+b+c=9$$

9. $X = \{x \mid x \text{는 } 10\text{이하의 자연수}\}$, $Y = \{y \mid y \text{는 정수}\}$ 일 때, 함수 $f : X \rightarrow Y$ 가 $f(x) = (x \text{의 양의 약수의 갯수})$ 로 정의할 때, 함수 f 의 치역의 원소의 개수는?

- ① 3개 ② 4개 ③ 5개 ④ 6개 ⑤ 7개

해설

$$\begin{aligned} f(1) &= 1, f(2) = f(3) = f(5) = f(7) = 2, \\ f(4) &= f(9) = 3 \\ f(6) &= f(8) = f(10) = 4 \\ \therefore f(X) &= \{1, 2, 3, 4\} \end{aligned}$$

10. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수

$$f(x) = \begin{cases} x & (x \leq 1) \\ ax + b & (x > 1) \end{cases} \text{가 일대일대응이 되도록 하는 두 상수 } a, b$$

의 값으로 적당한 것은 무엇인가?

- ① $a = 1, b = -1$ ② $a = 1, b = 1$ ③ $a = 2, b = -1$
④ $a = 2, b = 0$ ⑤ $a = -1, b = 2$

해설

f 가 일대일대응이 되려면

$y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같아야 한다.

즉, 직선 $y = ax + b$ 가

점 $(1, 1)$ 을 지나야 하므로

$$a + b = 1 \quad \cdots \textcircled{1}$$

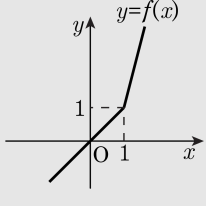
또, 직선 $y = x$ 의 기울기가 양이므로 직선

$y = ax + b$ 의 기울기도 양이어야 한다.

$$\therefore a > 0 \quad \cdots \textcircled{2}$$

따라서 주어진 보기 중 ①, ②을

모두 만족시키는 것은 ③이다.



11. 집합 $A = \{0, 1, 2\}$ 에 대하여 A 에서 A 에로의 함수 중 상수함수의 개수는?

- ① 3 ② 6 ③ 9 ④ 12 ⑤ 15

해설

상수함수의 개수는 공역의 원소의 개수와 같다.

X

0

1

2

Y

0

1

2

X

0

1

2

Y

0

1

2

X

0

1

2

Y

0

1

2

그러므로 구하는 상수함수의 개수는 3 개이다.

12. $f(x) = ax + b$ ($a \neq 0$), $g(x) = x + c$ 라 할 때, $(f \circ g)(x) = 2x - 3$, $f^{-1}(3) = -2$ 가 성립한다. 상수 a, b, c 의 값을 차례대로 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 2$

▷ 정답 : $b = 7$

▷ 정답 : $c = -5$

해설

$$(f \circ g)(x) = f(x + c) = a(x + c) + b = ax + ac + b$$

$$\therefore a = 2 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$ac + b = -3 \cdots \textcircled{㉡}$$

$$f^{-1}(3) = -2 \text{이므로, } f(-2) = 3$$

$$\therefore -2a + b = 3 \cdots \textcircled{㉢}$$

㉠, ㉡, ㉢을 연립하여 풀면

$$\therefore a = 2, b = 7, c = -5$$

13. 함수 $f(x) = |4x + a| + b$ 는 $x = 3$ 일 때, 최솟값 -2 를 가진다. 이때, 상수 a, b 의 값에 대하여 $b - a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$f(x) = |4x + a| + b = \left| 4 \left(x + \frac{a}{4} \right) \right| + b$ 의 그래프는

$y = |4x|$ 의 그래프를

x 축의 방향으로 $-\frac{a}{4}$ 만큼, y 축의 방향

으로 b 만큼 평행이동한것이므로 다음

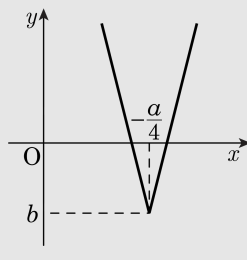
그림과 같다.

따라서 $x = -\frac{a}{4}$ 일 때

최솟값 b 를 가지므로 $-\frac{a}{4} = 3, b = -2$

따라서 $a = -12, b = -2$ 이므로

$\therefore b - a = 10$



14. 함수 $f(x) = ||x - 1| - a|$ 에서 $f(2) = 4$ 를 만족시키는 양의 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$f(2) = 4$ 이므로

$f(2) = ||2 - 1| - a| = 4 \rightarrow |1 - a| = 4$

따라서 $a = -3, 5$ 이므로 양수 $a = 5$

15. 분수식 $\frac{1}{x(x+1)} + \frac{1}{(x+1)(x+2)}$ 을 간단히 하면?

① $\frac{2}{x(x+1)}$

② $\frac{1}{x(x+2)}$

③ $\frac{1}{x(x+1)}$

④ $\frac{2}{x(x+2)}$

⑤ $\frac{3}{x(x+2)}$

해설

$$\begin{aligned}\frac{1}{x(x+1)} &= \frac{1}{(x+1)-x} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} \right) \\ &= \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} \\ \frac{1}{(x+1)(x+2)} &= \frac{1}{(x+2)-(x+1)} \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2} \right) \\ &= \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2} \\ \therefore (\text{준식}) &= \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2} \\ &= \frac{1}{x} - \frac{1}{x+2} = \frac{2}{x(x+2)}\end{aligned}$$

16. 분수식 $\frac{x+1+\frac{1}{x-1}}{x-1-\frac{1}{x-1}}$ 을 간단히 한 식은?

- ① $\frac{x}{x+2}$ ② $\frac{x}{x-2}$ ③ $\frac{x}{x+1}$ ④ $\frac{x}{x-1}$ ⑤ $\frac{2x}{x-1}$

해설

$$\begin{aligned} \text{(준 식)} &= \frac{\frac{x^2-1+1}{x-1}}{\frac{x^2-2x+1-1}{x-1}} = \frac{x^2}{x(x-2)} \\ &= \frac{x}{x-2} \end{aligned}$$

17. $x : y = 4 : 3$ 일 때, $\frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}$ 의 값은?

① $\frac{7}{25}$

② $\frac{9}{25}$

③ $\frac{11}{25}$

④ $\frac{13}{25}$

⑤ $\frac{16}{25}$

해설

$x : y = 4 : 3$ 에서 $x = 4k$, $y = 3k(k \neq 0)$ 라고 하면

$$\therefore (\text{준식}) = \frac{16k^2 - 9k^2}{16k^2 + 9k^2} = \frac{7}{25}$$

18. 함수 $y = -\frac{1}{x} + 1$ 의 역함수를 바르게 구한 것은?

- ① $y = \frac{1}{1-x}$ ② $y = \frac{1}{1+x}$ ③ $y = \frac{x}{1-x}$
④ $y = \frac{1+x}{x}$ ⑤ $y = \frac{x}{1+x}$

해설

$$y = -\frac{1}{x} + 1 \text{ 에서 } \frac{1}{x} = 1 - y$$

$$1 = (1 - y)x, x = \frac{1}{1 - y}$$

$$\therefore y = \frac{1}{1 - x}$$

19. $-1 < x < 1$ 일 때, $\sqrt{x^2 - 2x + 1} + \sqrt{x^2 + 2x + 1}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= \sqrt{(x-1)^2} + \sqrt{(x+1)^2} \\ &= |x-1| + |x+1| = -(x-1) + (x+1) = 2\end{aligned}$$

20. $y = \sqrt{4x-12} + 5$ 의 그래프는 함수 $y = 2\sqrt{x}$ 의 그래프를 x 축으로 a, y 축으로 b 만큼 평행이동한 것이다. $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$y = 2\sqrt{x-3} + 5$ 이므로,
이것은 $y = 2\sqrt{x}$ 의 그래프를
 x 축 방향으로 3만큼,
 y 축 방향으로 5만큼 평행이동한
그래프의 함수이다.
즉, $a = 3, b = 5$
 $\therefore a + b = 8$

21. $1 \leq x \leq 5$ 에서 함수 $y = -\sqrt{3x+1} + 4$ 의 최댓값을 a , 최솟값을 b 라 할 때, $a-b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$y = -\sqrt{3x+1} + 4 = -\sqrt{3\left(x + \frac{1}{3}\right)} + 4$$

주어진 함수의 그래프는 $y = -\sqrt{3x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 $-\frac{1}{3}$ 만큼, y 축의 방향으로 4 만큼 평행이동한 것이므로 x 의 값이 증가할 때, y 의 값은 감소한다.

$x = 1$ 일 때, 최댓값 $a = -\sqrt{3+1} + 4 = 2$

$x = 5$ 일 때, 최솟값 $b = -\sqrt{15+1} + 4 = 0$

$\therefore a - b = 2 - 0 = 2$

22. $x > 2$ 에서 정의된 두 함수 $f(x), g(x)$ 가

$f(x) = \sqrt{x-2} + 2, g(x) = \frac{1}{x-2} + 2$ 일 때, $(f \circ g)(3) + (g \circ f)(3)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$(f \circ g)(3) = f(g(3)) = f(3) = 3$$

$$(g \circ f)(3) = g(f(3)) = g(3) = 3$$

$$\therefore (f \circ g)(3) + (g \circ f)(3) = 6$$

23. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$ 가 $f(x) = \begin{cases} 2x-3 & (x \text{가 짝수일 때}) \\ -x+5 & (x \text{가 홀수일 때}) \end{cases}$ 일 때, $(f \circ f)(3)$ 의 값은?

① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$$\begin{aligned}(f \circ f)(3) &= f(f(3)) = f(-3+5) \\ &= f(2) = 2 \cdot 2 - 3 = 1\end{aligned}$$

24. x, y, z 가 양의 실수이고, $\frac{x(y+z)}{15} = \frac{y(z+x)}{13} = \frac{z(x+y)}{18}$ 일 때,
 $x:y:z$ 를 구하면?

① $1:2:4$

② $3:4:5$

③ $5:4:8$

④ $4:7:9$

⑤ $4:7:5$

해설

$$\frac{x(y+z)}{15} = \frac{y(z+x)}{13} = \frac{z(x+y)}{18} = k$$

$$xy + xz = 15k, \quad yz + yx = 13k, \quad zx + zy = 18k$$

$$\text{변변끼리의 합은 } 2(xy + yz + zx) = 46k$$

$$\therefore xy + yz + zx = 23k$$

$$yz = 8k, \quad zx = 10k, \quad xy = 5k$$

$$\text{변변끼리 곱하면 } (xyz)^2 = 400k^3, \quad xyz > 0$$

$$\therefore xyz = 20k\sqrt{k}$$

$$x = \frac{5}{2}\sqrt{k}, \quad y = 2\sqrt{k}, \quad z = 4\sqrt{k}$$

$$\therefore x:y:z = 5:4:8$$

25. $\sqrt{12-6\sqrt{3}}$ 의 정수 부분을 a , 소수 부분을 b 라 할 때, $a+\frac{1}{b}$ 의 값은?

- ① $1+\sqrt{3}$
- ② $2+\sqrt{3}$
- ③ $2+2\sqrt{3}$
- ④ $3+\sqrt{3}$
- ⑤ $3+2\sqrt{3}$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{12-6\sqrt{3}} &= \sqrt{12-2\sqrt{9\times 3}} \\ &= 3-\sqrt{3}=1.\times\dots\end{aligned}$$

$$a=1,\ b=2-\sqrt{3}$$

$$\begin{aligned}a+\frac{1}{b} &= 1+\frac{1}{2-\sqrt{3}} \\ &= 1+2+\sqrt{3}=3+\sqrt{3}\end{aligned}$$

26. $x = \sqrt{10 + 8\sqrt{3 + \sqrt{8}}}$ 일 때 $x^2 - 8x$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -14

해설

$$\begin{aligned}x &= \sqrt{10 + 8\sqrt{3 + \sqrt{8}}} \\&= \sqrt{10 + 8\sqrt{(2+1) + 2\sqrt{2} \cdot 1}} \\&= \sqrt{10 + 8(\sqrt{2} + 1)} = \sqrt{18 + 8\sqrt{2}} \\&= \sqrt{18 + 2\sqrt{32}} = \sqrt{(16+2) + 2\sqrt{16 \cdot 2}} \\&= \sqrt{16} + \sqrt{2} = 4 + \sqrt{2} \\\therefore x - 4 &= \sqrt{2} \\\text{양변을 제곱하면 } (x-4)^2 &= (\sqrt{2})^2 \\x^2 - 8x + 16 &= 2 \\\therefore x^2 - 8x &= -14\end{aligned}$$

27. $(1 + \sqrt{2})x = \sqrt{3 - 2\sqrt{2}}$, $(1 - \sqrt{2})y = \sqrt{3 + 2\sqrt{2}}$ 일 때, $x^2 + xy + y^2$ 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 33

해설

$$(1 + \sqrt{2})x = \sqrt{3 - 2\sqrt{2}} = \sqrt{(\sqrt{2} - 1)^2} = \sqrt{2} - 1$$

$$\therefore x = \frac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{2} + 1} = 3 - 2\sqrt{2}$$

$$(1 - \sqrt{2})y = \sqrt{3 + 2\sqrt{2}} = \sqrt{(\sqrt{2} + 1)^2} = \sqrt{2} + 1$$

$$\therefore y = \frac{\sqrt{2} + 1}{-\sqrt{2} + 1} = -3 - 2\sqrt{2}$$

$$\therefore x + y = -4\sqrt{2}, xy = -1$$

$$\begin{aligned} x^2 + xy + y^2 &= (x + y)^2 - xy \\ &= (-4\sqrt{2})^2 - (-1) = 33 \end{aligned}$$

28. x, y 가 유리수이고, 등식 $x^2 + \sqrt{3}y^2 - 2x + 2\sqrt{3}y - 3 - 3\sqrt{3} = 0$ 이 성립할 때, 순서쌍 (x, y) 의 개수는?

- ① 2 개 ② 4 개 ③ 6 개 ④ 8 개 ⑤ 10 개

해설

주어진 등식을 $\sqrt{3}$ 에 대하여 정리하면
 $(x^2 - 2x - 3) + (y^2 + 2y - 3)\sqrt{3} = 0$
여기서, $x^2 - 2x - 3, y^2 + 2y - 3$ 이 모두 유리수이고 $\sqrt{3}$ 이 무리수이므로
 $x^2 - 2x - 3 = 0$ 이고, $y^2 + 2y - 3 = 0$
즉, $(x - 3)(x + 1) = 0$ 이고 $(y + 3)(y - 1) = 0$
 $\therefore x = 3$ 또는 $x = -1$ 이고 $y = -3$ 또는 $y = 1$
따라서, 구하는 x, y 의 쌍은
 $(x, y) = (3, 1), (3, -3), (-1, 1), (-1, -3)$

29. 정의역이 $\{x \mid x \leq 3\}$, 치역이 $\{y \mid y \geq 4\}$ 인 무리함수 $f(x) = \sqrt{a(x-p)} + q$ 에 대하여 $f(1) = 6$ 일 때, $a + p + q$ 의 값을 구하면?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

정의역은 $\{x \mid a(x-p) \geq 0\} = \{x \mid x \leq 3\}$ 이므로 $a < 0$, $p = 3$

치역은 $\{y \mid y \geq 4\}$ 이므로 $q = 4$

$\therefore f(x) = \sqrt{a(x-3)} + 4$

이때, $f(1) = 6$ 이므로

$\sqrt{-2a} + 4 = 6$, $\sqrt{-2a} = 2$, $-2a = 4$

$\therefore a = -2$

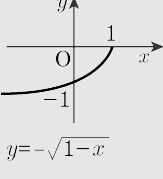
$\therefore a + p + q = -2 + 3 + 4 = 5$

30. 다음 함수 중 그 그래프가 제 1, 3, 4 사분면을 지나는 것은?

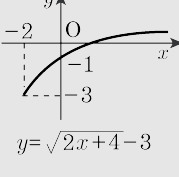
- ① $y = -\sqrt{1-x}$
- ② $y = \sqrt{2x+4}-3$
- ③ $y = -\sqrt{2x+3}+3$
- ④ $y = \sqrt{1-4x}+5$
- ⑤ $y = -\sqrt{6-2x}-1$

해설

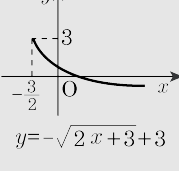
① 제 3, 4 사분면을 지난다.



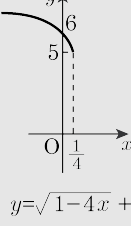
② 제 1, 3, 4 사분면을 지난다.



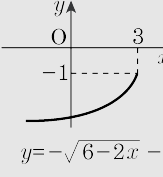
③ 제 1, 2, 4 사분면을 지난다.



④ 제 1, 2 사분면을 지난다.



⑤ 제 3, 4 사분면을 지난다.



따라서 그래프가 제 1, 3, 4 사분면을 지나는 것은 ②이다.

31. $y = -\sqrt{4-2x} + 1$ 의 그래프에 대한 다음 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① 정의역은 $\{x \mid x \leq 2\}$ 이다.
- ② 치역은 $\{y \mid y \leq 1\}$ 이다.
- ③ 평행이동하면 $y = -\sqrt{2x}$ 와 겹쳐진다.
- ④ 그래프는 제 2사분면을 지나지 않는다.
- ⑤ 이 그래프는 x 축과 점 $\left(\frac{3}{2}, 0\right)$ 에서 만난다.

해설

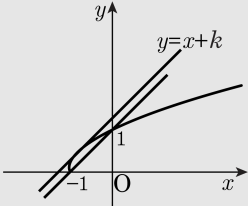
- ③ 평행이동하면 $y = -\sqrt{-2x}$ 와 겹쳐진다.
 - ④, ⑤ 꼭지점이 $(2, 1)$ 이고 $\left(\frac{3}{2}, 0\right)$ 을 지난다.
- $\therefore 1, 3, 4$, 분면을 지난다.

32. 두 집합 $A = \{(x, y) \mid y = \sqrt{x+1}\}$, $B = \{(x, y) \mid y = x + k\}$ 에서 $n(A \cap B) = 2$ 일 때, 상수 k 의 값의 범위를 구하면?

- ① $k < 1$
- ② $k > \frac{5}{4}$
- ③ $1 < k < 5$
- ④ $1 \leq k < \frac{5}{4}$
- ⑤ $1 \leq k \leq \frac{5}{4}$

해설

$n(A \cap B) = 2$ 는 $y = \sqrt{x+1}$ 과 $y = x+k$ 의 그래프가 서로 다른 두 점에서 만나는 것을 의미한다.
(i) 두 그래프가 접할 때,
 $\sqrt{x+1} = x+k$
 $x+1 = x^2 + 2kx + k^2 (x \geq -1)$
 $x^2 + (2k-1)x + k^2 - 1 = 0 (x \geq -1)$
이차방정식의 판별식을 D 라 하면
 $D = (2k-1)^2 - 4(k^2 - 1) = 0$
 $-4k + 5 = 0$
 $\therefore k = \frac{5}{4}$
(ii) 직선 $y = x+k$ 가 점 $(-1, 0)$ 을 지날 때
 $0 = -1 + k \therefore k = 1$
(i), (ii)에 의하여
 $\therefore 1 \leq k < \frac{5}{4}$



33. $f\left(\frac{2x-1}{3}\right) = 4-2x$ 일 때, $(f \circ f)(2)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$\frac{2x-1}{3} = t$ 로 놓으면

$2x-1 = 3t$ 이므로 $x = \frac{3t+1}{2}$

$f(t) = 4 - 2 \cdot \frac{3t+1}{2} = -3t + 3$

$\therefore (f \circ f)(2) = f(f(2)) = f(-3) = 12$

34. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x) = x + 2$ 에 대하여
 $f^n(x) = (\underbrace{f \circ f \circ \cdots \circ f}_n)(x)$ (x 은 자연수) 라 할 때, $f^{2007}(1)$ 의 값은?
(단, 밑줄 그은부분의 f 갯수는 n 개)

- ① 2007 ② 2008 ③ 2009 ④ 4015 ⑤ 4016

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= x + 2 \\ f^2(x) &= (f \circ f)(x) = f(f(x)) = (x + 2) + 2 = x + 4 \\ f^3(x) &= (f \circ f^2)(x) = f(f^2(x)) = (x + 4) + 2 = x + 6 \\ f^4(x) &= (f \circ f^3)(x) = f(f^3(x)) = (x + 6) + 2 = x + 8 \\ &\vdots \\ f^n(x) &= x + 2n \\ \therefore f^{2007}(1) &= 1 + 2 \times 2007 = 4015 \end{aligned}$$

35. 다음 그림은 두 함수 $y = f(x)$, $y = g(x)$ 의 그래프를 나타낸 것이다. 함수 $h(x) = (f^{-1} \circ g \circ f)(x)$ 일 때, $h(c)$ 의 값은?

- ①

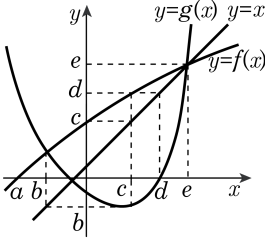
a
- ②

b
- ③

c
- ④

d
- ⑤

e



해설

$$\begin{aligned} h(c) &= (f^{-1} \circ g \circ f)(c) = f^{-1}(g(f(c))) \\ &= f^{-1}(g(d)) = f^{-1}(0) \\ f^{-1}(0) &= k \text{라 하면 } f(k) = 0 \\ \therefore k &= a \\ \text{따라서 } h(c) &= a \end{aligned}$$

36. 함수 $f(x)$ 가 임의의 실수 x 에 대하여 다음의 조건을 만족시킬 때, $f(2012)$ 의 값과 같은 것은?

I. $f(-x) = f(x)$
II. $f(x) = f(10 - x)$

- ① $f(0)$ ② $f(1)$ ③ $f(2)$ ④ $f(3)$ ⑤ $f(4)$

해설

$f(-x) = f(x) \Leftrightarrow y = f(x)$ 는 y 축에 대칭이고,
 $f(x) = f(10 - x) \Leftrightarrow y = f(x)$ 는
 $x = 5$ 에 대칭이다.
따라서 함수 $y = f(x)$ 는 주기가 10이고,
 $2012 = 201 \times 10 + 2$ 이므로
 $f(2012) = f(201 \times 10 + 2) = f(2)$

37. $\frac{2}{x} - z = 1$, $y - \frac{1}{z} = 1$ 일 때, xyz 의 값은?

① -2

② -1

③ 4

④ 3

⑤ 2

해설

$$\frac{2}{x} - z = 1 \Rightarrow x = \frac{2}{z+1}$$

$$y - \frac{1}{z} = 1 \Rightarrow y = \frac{z+1}{z}$$

$$\therefore xyz = \frac{2}{z+1} \times \frac{z+1}{z} \times z = 2$$

38. 어느 해 A대 입시에서 전체 지원자 중 550명이 합격했다. 지원자의 남녀의 비가 8 : 5, 합격자의 남녀의 비가 7 : 4, 불합격자의 남녀의 비가 3 : 2라 할 때, 총 지원자의 수를 구하면?

- ① 1200
- ② 1250
- ③ 1300
- ④ 1350
- ⑤ 1400

해설

문제의 조건을 비례상수를 이용하여 다음과 같이 표로 만들어 보자.

	지원자의 수	합격자의 수	불합격자의 수
남	$8k$	$7s$	$3t$
여	$5k$	$4s$	$2t$

이때, $8k = 7s + 3t$, $5k = 4s + 2t$ 이고,

두 식에서 $k = 2s$

한편, $7s + 4s = 11s = 550$

$\therefore s = 50$

따라서, 총 지원자의 수는 $8k + 5k = 13k = 26s = 26 \times 50 = 1300$ (명)

39. 함수 $f_1(x) = \frac{2x+3}{-x-1}$ 에 대하여 $f_{n+1} = f_1 \circ f_n (n = 1, 2, 3, \dots)$ 이라 할 때, $f_{100}(1)$ 의 값은?

- ① -1
- ② $-\frac{5}{2}$
- ③ $-\frac{4}{3}$
- ④ 1
- ⑤ 2

해설

$$f_1(x) = \frac{2x+3}{-x-1} \text{ 에서 } f_1(1) = -\frac{5}{2}$$
$$f_2(1) = (f_1 \circ f_1)(1) = f_1\left(-\frac{5}{2}\right)$$
$$= \frac{-\frac{10}{2}+3}{\frac{5}{2}-1} = -\frac{4}{3}$$
$$f_3(1) = (f_1 \circ f_2)(1) = f_1\left(-\frac{4}{3}\right) = \frac{-\frac{8}{3}+3}{\frac{4}{3}-1} = 1$$
$$f_4(1) = (f_1 \circ f_3)(1) = f_1(1) = -\frac{5}{2}$$
$$\therefore f_4 = f_1, f_5 = f_2, f_6 = f_3, \dots$$
$$\therefore f_{3n+1} = f_1, f_{3n+2} = f_2, f_{3n} = f_3$$
$$100 = 3 \times 33 + 1 \text{ 이므로}$$
$$\therefore f_{100}(1) = f_1(1) = -\frac{5}{2}$$

40. $y = \sqrt{x+2}$ 와 $x = \sqrt{y+2}$ 의 교점의 좌표를 $P(a, b)$ 라 할 때, $a+b$ 의 값을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ $\frac{7}{5}$

해설

두 곡선은 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이므로
두 곡선의 교점은 $y = \sqrt{x+2}$ 와 $y = x$ 와의
교점이다.

$$\sqrt{x+2} = x \text{ 에서 } x^2 = x+2$$

$$\therefore x^2 - x - 2 = 0$$

$$(x-2)(x+1) = 0 \text{ 에서}$$

$$x = -1 \text{ 또는 } x = 2$$

$$\therefore P(a, b) = P(2, 2)$$

($\therefore P(a, b)$ 는 제 1 사분면에 존재한다.)