

1. 다음 두 다항식  $A$ ,  $B$ 에 대하여  $A - B$ 를 구하면?

$$A = 2y^2 + x^2 - 3xy, \quad B = -4x^2 - 2xy + 5y^2$$

①  $5x^2 - 2xy + 3y^2$

②  $5x^2 - xy - 3y^2$

③  $5x^2 + xy + 3y^2$

④  $5x^2 + 2xy - 3y^2$

⑤  $5x^2 + 3xy + 3y^2$

해설

동류항끼리 계산해 준다.

$$\begin{aligned} A - B &= (2y^2 + x^2 - 3xy) - (-4x^2 - 2xy + 5y^2) \\ &= 5x^2 - xy - 3y^2 \end{aligned}$$

2. 다항식  $f(x) = 3x^3 - 7x^2 + 5x + 2$ 를  $3x - 1$ 로 나눌 때의 몫과 나머지를 구하면?

① 몫 :  $x^2 - 2x + 1$ , 나머지 : 3

② 몫 :  $x^2 - 2x + 1$ , 나머지 : 2

③ 몫 :  $x^2 + 2x + 1$ , 나머지 : 3

④ 몫 :  $x^2 + 2x + 1$ , 나머지 : 2

⑤ 몫 :  $x^2 + 2x + 1$ , 나머지 : 1

해설

직접나누는 방법과 조립제법을 이용하여 구하는 방법이 있다.

$$f(x) = (3x - 1)(x^2 - 2x + 1) + 3$$

$\therefore$  몫 :  $x^2 - 2x + 1$ , 나머지 : 3

3. 등식  $ax^2 - (2a + c)x - 1 = (b - 2)x^2 + (b + c)x - c$ 가  $x$ 의 값에 관계없이 항상 성립할 때,  $a + b + c$ 의 값은?

- ①  $\frac{1}{3}$       ②  $\frac{2}{3}$       ③  $-\frac{7}{3}$       ④  $-\frac{11}{3}$       ⑤  $-\frac{1}{3}$

해설

주어진 식에서 동류항의 계수를 비교하면

$$a = b - 2, -(2a + c) = b + c, 1 = c$$

$$a - b = -2, -2a - b = 2$$

두 식을 연립하여 풀면

$$a = -\frac{4}{3}, b = \frac{2}{3}$$

$$a + b + c = -\frac{4}{3} + \frac{2}{3} + 1 = \frac{1}{3}$$

4.  $x$ 의 값에 관계없이 등식  $x^2 + 13x - 18 = a(x+2)(x-3) + bx(x+2) + cx(x-3)$ 이 항상 성립할 때, 상수  $a, b, c$ 의 합  $a + b + c$ 의 값을 구하면?

① 1                      ② 3                      ③ 6                      ④ 9                      ⑤ 12

해설

준식에

$x = 0$ 을 대입하면  $-18 = -6a$ 에서  $a = 3$

$x = 3$ 을 대입하면  $30 = 15b$ 에서  $b = 2$

$x = -2$ 을 대입하면  $-40 = 10c$ 에서  $c = -4$

$\therefore a + b + c = 3 + 2 + (-4) = 1$



5. 임의의 실수  $x, y$ 에 대하여,  $(x+y)a^2 + (x-y)b = 4x+y$ 가 성립할 때,  $a^2 + b^2$ 의 값은?

- ①  $\frac{13}{4}$       ②  $\frac{15}{4}$       ③  $\frac{17}{4}$       ④  $\frac{19}{4}$       ⑤  $\frac{21}{4}$

해설

$$(a^2 + b)x + (a^2 - b)y = 4x + y$$

$$a^2 + b = 4 \cdots \textcircled{1}, a^2 - b = 1 \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{에서 } a^2 = \frac{5}{2}, b = \frac{3}{2}$$

$$\therefore a^2 + b^2 = \frac{19}{4}$$

6. 다항식  $f(x) = 3x^3 - 4x^2 + 2x - k$  가  $x - 2$  를 인수로 가질 때,  $k$  의 값은?

① 8

② 10

③ 12

④ 16

⑤ 20

해설

$$f(2) = 24 - 16 + 4 - k = 0$$

$$\therefore k = 12$$

7.  $3(4x + 5\pi) = P$  일 때,  $6(8x + 10\pi)$  는?

①  $2P$

②  $4P$

③  $6P$

④  $8P$

⑤  $18P$

해설

$$6(8x + 10\pi) = 6 \cdot 2(4x + 5\pi) = 4 \cdot 3(4x + 5\pi) = 4P$$

8.  $x^3 + x^2 - 8x - 12$ 를 인수분해하면  $(x - 3)$   이다. 이 때, □안에 알맞은 식은?

- ①  $(x + 2)^2$
- ②  $(x - 2)^2$
- ③  $(x + 1)^2$
- ④  $(x - 3)^2$
- ⑤  $(x + 3)^2$

해설

조립제법을 이용한다.

|    |   |    |    |     |
|----|---|----|----|-----|
| 3  | 1 | 1  | -8 | -12 |
|    |   | 3  | 12 | 12  |
| -2 | 1 | 4  | 4  | 0   |
|    |   | -2 | -4 |     |
| -2 | 1 | 2  | 0  |     |
|    |   | -2 |    |     |
|    | 1 | 0  |    |     |

$x^3 + x^2 - 8x - 12 = (x - 3)(x + 2)^2$

$\therefore \square = (x + 2)^2$



9.  $x$  에 대한 다항식  $A = 2x^3 + 5x^2 + 4$  를 다항식  $B$  로 나눌 때, 몫이  $2x + 1$  이고, 나머지가  $-6x + 2$  이다. 이 때, 다항식  $B$  를 구하면?

- ①  $x^2 + 2x + 2$       ②  $x^2 + x + 2$       ③  $x^2 - x + 2$   
④  $x^2 - 2x + 2$       ⑤  $x^2 - 3x + 2$

해설

$$\begin{aligned} A &= B(2x + 1) - 6x + 2 \text{ 에서} \\ B(2x + 1) &= 2x^3 + 5x^2 + 6x + 2 \\ \therefore B &= (2x^3 + 5x^2 + 6x + 2) \div (2x + 1) \\ &= x^2 + 2x + 2 \end{aligned}$$

10.  $(x^3 + ax + 2)(x^2 + bx + 2)$ 를 전개했을 때,  $x^2$ 과  $x^3$ 의 계수를 모두 0이 되게 하는 상수  $a, b$ 에 대하여  $a + b$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 1

④ 2

⑤  $\frac{3}{2}$

해설

$$\begin{aligned} & (x^3 + ax + 2)(x^2 + bx + 2) \\ &= x^5 + bx^4 + (a + 2)x^3 + (ab + 2)x^2 + (2a + 2b)x + 4 \\ & (x^2 \text{의 계수}) = (x^3 \text{의 계수}) = 0 \text{ 이므로} \\ & ab + 2 = 0, \quad a + 2 = 0 \\ & \text{따라서 } a = -2, \quad b = 1 \\ & \therefore a + b = -1 \end{aligned}$$

11.  $\frac{x+1}{3} = y-2$ 를 만족하는 모든 실수  $x, y$ 에 대하여, 항상  $ax+by=7$

이 성립할 때,  $a, b$ 의 값을 구하여라. ( $a, b$ 는 상수)

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 :  $a = -1$

▷ 정답 :  $b = 3$

해설

$$\frac{x+1}{3} = y-2, \quad x+1 = 3(y-2)$$

$$x-3y = -7$$

$$-x+3y = 7 \Leftrightarrow ax+by = 7$$

$$\therefore a = -1, \quad b = 3$$

12. 다음 등식이  $k$ 의 값에 관계없이 항상 성립할 때,  $xy$ 의 값을 구하여라.

$$(2k + 3)x + (3k - 1)y + 5k - 9 = 0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

$k$ 에 대하여 내림차순으로 정리하면  
 $(2x + 3y + 5)k + (3x - y - 9) = 0$   
이것은  $k$ 에 대한 항등식이므로  
 $2x + 3y + 5 = 0$   
 $3x - y - 9 = 0$   
연립방정식을 풀면  $x = 2, y = -3$   
 $\therefore xy = 2 \times (-3) = -6$



13.  $a, b$ 는 정수이고,  $ax^3 + bx^2 + 1$ 이  $x^2 - x - 1$ 로 나누어 떨어질 때,  $b$ 의 값은?

① -2      ② -1      ③ 0      ④ 1      ⑤ 2

해설

전개했을 때 양변의 최고차항과 상수항이 같아야 하므로

$$ax^3 + bx^2 + 1$$

$$= (x^2 - x - 1)(ax - 1)$$

$$= ax^3 - (1+a)x^2 + (1-a)x + 1$$

양변의 계수를 비교하면

$$-(1+a) = b, 1-a = 0$$

$$\therefore a = 1, b = -2$$

14.  $f(x) = x^2 - ax + 1$  이  $x - 1$ 로 나누어 떨어질 때 상수  $a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $a = 2$

해설

$$f(1) = 1^2 - a \cdot 1 + 1 = 0$$

$$\therefore a = 2$$

15.  $f(x) = 3x^3 + px^2 + qx + 12$  가  $x + 2$  로도 나누어떨어지고,  $x - 1$  로도 나누어떨어질 때,  $\frac{q}{p}$  의 값은?

① 9      ② 4      ③ -9      ④ -3      ⑤ -12

해설

$$f(-2) = -24 + 4p - 2q + 12 = 0$$

$$f(1) = 3 + p + q + 12 = 0$$

$$p = -3, q = -12, \frac{q}{p} = \frac{-12}{-3} = 4$$

16. 다항식  $f(x) = 3x^3 + ax^2 + bx + 12$ 가  $x - 2$ 로 나누어 떨어지고 또,  $x - 3$ 으로도 나누어 떨어지도록 상수  $a + b$ 의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $-5$

해설

$f(x)$ 가  $x - 2$ 로 나누어 떨어지려면

$$f(2) = 24 + 4a + 2b + 12 = 0$$

$$\therefore 4a + 2b + 36 = 0 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

또,  $f(x)$ 가  $x - 3$ 으로 나누어 떨어지려면

$$f(3) = 81 + 9a + 3b + 12 = 0$$

$$\therefore 9a + 3b + 93 = 0 \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}$ ,  $\textcircled{2}$ 을 연립하여 풀면  $a = -13$ ,  $b = 8$



17. 등식  $3x^2 + 2x + 1 = a(x - 1)^2 + b(x - 1) + c$  이  $x$  에 관한 항등식일 때, 상수  $b$  의 값은?

- ① 3
- ② -4
- ③ 2
- ④ 8
- ⑤ 6

해설

$3x^2 + 2x + 1 = a(x - 1)^2 + b(x - 1) + c$   
 $= (x - 1) \{ a(x - 1) + b \} + c$

|   |  |   |   |   |     |
|---|--|---|---|---|-----|
| 1 |  | 3 | 2 | 1 |     |
|   |  |   | 3 | 5 |     |
| 1 |  | 3 | 5 | 6 | ← c |
|   |  |   | 3 |   |     |
|   |  | 3 | 8 |   | ← c |
|   |  | ↑ |   |   |     |
|   |  | a |   |   |     |

해설

$x = 1$  을 대입하면  $c = 6$   
 $3x^2 + 2x + 1 = a(x - 1)^2 + b(x - 1) + 6$   
 $\rightarrow 3x^2 + 2x - 5 = a(x - 1)^2 + b(x - 1)$   
 $\rightarrow (x - 1)(3x + 5) = a(x - 1)^2 + b(x - 1)$   
 $\rightarrow$  양변을  $x - 1$  로 나누면  
 $3x + 5 = a(x - 1) + b = ax - a + b$   
 $\therefore a = 3, b = 8$   
※ 준식의 우변을 모두 전개해서 계수비교하여 구할 수도 있다.

18.  $(a - b + c)(a + b - c)$ 를 전개한 식은?

①  $a^2 + b^2 + c^2 - 2bc$

②  $a^2 - b^2 + c^2 - 2bc$

③  $a^2 - b^2 - c^2 + 2bc$

④  $a^2 + b^2 - c^2 - 2bc$

⑤  $a^2 + b^2 + c^2 + 2bc$

해설

$$\begin{aligned} & (a - b + c)(a + b - c) \\ &= \{a - (b - c)\}\{a + (b - c)\} \\ &= a^2 - (b - c)^2 \\ &= a^2 - b^2 - c^2 + 2bc \end{aligned}$$

19.  $x^4 + 3x^2 + 4 = (x^2 + x + 2)(x^2 + ax + b)$  일 때, 상수  $a, b$  의 곱을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $-2$

해설

$$\begin{aligned}(\text{좌 변}) &= (x^2 + 2)^2 - x^2 \\&= (x^2 + x + 2)(x^2 - x + 2) \\ \therefore a &= -1, b = 2 \\ \therefore ab &= -1 \times 2 = -2\end{aligned}$$

20.  $x^2 - 2x - y^2 + 2y$ 를 인수분해 하였더니  $(x + ay)(x - by + c)$ 가 된다고 할 때,  $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $-4$

해설

$$\begin{aligned} & x^2 - 2x - y^2 + 2y \\ &= (x^2 - y^2) - 2(x - y) \\ &= (x + y - 2)(x - y) \\ &= (x + ay)(x - by + c) \end{aligned}$$

계수를 비교하면

$$a = -1, b = -1, c = -2$$
$$\therefore a + b + c = -1 - 1 - 2 = -4$$



21.  $(a+1)(a^2-a+1) = a^3+1$ 을 이용하여  $\frac{1999^3+1}{1998 \times 1999+1}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2000

해설

$a = 1999$ 라 하면

$$1998 \times 1999 + 1 = (a-1)a + 1 = a^2 - a + 1$$

$$\begin{aligned}\therefore \frac{1999^3+1}{1998 \times 1999+1} &= \frac{a^3+1}{a^2-a+1} \\ &= \frac{(a+1)(a^2-a+1)}{a^2-a+1} \\ &= a+1 = 2000\end{aligned}$$

22. 두 다항식  $x^2 - 4x + 3a + b$ 와  $x^2 + bx - 6$ 의 최대공약수가  $x - 2$ 일 때,  $a + b$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 8

해설

$$f(x) = x^2 - 4x + 3a + b,$$

$$g(x) = x^2 + bx - 6 \text{ 이라 하면}$$

$f(x)$ 와  $g(x)$ 는 모두  $x - 2$ 로 나누어떨어지므로

$$f(2) = g(2) = 0 \text{ 에서}$$

$$f(2) = 4 - 8 + 3a + b = 0, g(2) = 4 + 2b - 6 = 0$$

$$\therefore a = 1, b = 1 \therefore a + b = 2$$

23. 두 다항식  $A = a + 2b$ ,  $B = 2a + 3b$ 일 때,  $2A + B$ 를 구하는 과정에서 사용된 연산법칙 중 옳지 않은 것을 골라라.

$$\begin{aligned} 2A + B &= 2(a + 2b) + (2a + 3b) \\ &= (2a + 4b) + (2a + 3b) \quad \textcircled{㉠} \text{ 분배법칙} \\ &= 2a + (4b + 2a) + 3b \quad \textcircled{㉡} \text{ 결합법칙} \\ &= 2a + (2a + 4b) + 3b \quad \textcircled{㉢} \text{ 교환법칙} \\ &= (2a + 2a) + (4b + 3b) \quad \textcircled{㉣} \text{ 교환법칙} \\ &= (2 + 2)a + (4 + 3)b \quad \textcircled{㉤} \text{ 분배법칙} \\ &= 4a + 7b \end{aligned}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

해설

㉢  $2a + (2a + 4b) + 3b = (2a + 2a) + (4b + 3b)$ : 결합법칙

24. 다음 식을 전개한 것 중 옳은 것을 고르면?

- ①  $(x - y - z)^2 = x^2 - y^2 - z^2 - 2xy + 2yz - 2zx$
- ②  $(3x - 2y)^3 = 27x^3 - 54x^2y + 18xy^2 - 8y^3$
- ③  $(x + y)(x - y)(x^2 + xy - y^2)(x^2 - xy + y^2) = x^9 - y^9$
- ④  $(x^2 - 2xy + 2y^2)(x^2 + 2xy + 2y^2) = x^4 + 4y^4$
- ⑤  $(x + y - 1)(x^2 + y^2 - xy + 2x + 2y + 1) = x^3 + y^3 - 3xy - 1$

해설

- ①  $(x - y - z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 - 2xy + 2yz - 2zx$
- ②  $(3x - 2y)^3 = 27x^3 - 54x^2y + 36xy^2 - 8y^3$
- ③  $(x + y)(x - y)(x^2 + xy + y^2)(x^2 - xy + y^2) = x^6 - y^6$
- ⑤  $(x + y - 1)(x^2 + y^2 - xy + x + y + 1) = x^3 + y^3 - 3xy - 1$



25.  $(-2x^3 + x^2 + ax + b)^2$ 의 전개식에서  $x^3$ 의 계수가  $-8$ 일 때,  $a - 2b$ 의 값은?

①  $-6$

②  $-4$

③  $-2$

④  $0$

⑤  $2$

해설

전개할 때 삼차항은 일차항과 이차항의 곱, 삼차항과 상수항의 곱이 각각 2개씩 나온다.

$$(-2x^3 \times b) \times 2 + (x^2 \times ax) \times 2 = (-4b + 2a)x^3$$

$$2a - 4b = -8$$

$$\therefore a - 2b = -4$$

26. 직육면체 모양의 상자가 있다. 이 상자의 겹넓이는 52이고, 모서리의 길이의 합은 36이다. 이 상자의 대각선의 길이는?

① 5      ②  $\sqrt{29}$       ③  $\sqrt{33}$       ④ 6      ⑤  $\sqrt{42}$

해설

세 모서리의 길이를  $a, b, c$  라 하면

$$2(ab + bc + ca) = 52$$

$$4(a + b + c) = 36 \rightarrow a + b + c = 9$$

(직육면체 대각선의 길이)

$$= \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

$$= \sqrt{(a + b + c)^2 - 2(ab + bc + ca)}$$

$$= \sqrt{81 - 52} = \sqrt{29}$$

27. 임의의 실수  $x$ 에 대하여 등식  $2x^3 - 3x^2 - x + 1 = a(x-1)^3 + b(x-1)^2 + c(x-1) + d$ 가 성립할 때,  $a + b + c + d$ 의 값은? (단,  $a, b, c, d$ 는 상수)

- ① -3
- ② -1
- ③ 0
- ④ 3
- ⑤ 5

해설

계수의 합  $a + b + c + d$ 를 구할 때는 우변의 문자부분을 모두 1이 되게 하는  $x$  값을 양변에 대입하면 간단하게 그 값을 구할 수 있다.

이 문제에서는  $x = 2$ 를 양변에 대입하면

$$16 - 12 - 2 + 1 = a + b + c + d$$

$$\therefore a + b + c + d = 3$$

해설

$a, b, c, d$ 의 값을 각각 구하기 위해서는 아래와 같이 조립제법을 사용할 수 있다.

$$a(x-1)^3 + b(x-1)^2 + c(x-1) + d$$

$$= (x-1)[(x-1)\{a(x-1) + b\} + c] + d$$

즉,  $x-1$ 로 연속으로 나눌 때 나오는 나머지가 순서대로  $d, c, b$ 가 되고 마지막 몫이  $a$ 이다.

|   |  |   |    |    |    |     |
|---|--|---|----|----|----|-----|
| 1 |  | 2 | -3 | -1 | 1  |     |
|   |  | 2 | -1 | -2 |    |     |
| 1 |  | 2 | -1 | -2 | -1 | ← d |
|   |  | 2 | 1  |    |    |     |
| 1 |  | 2 | 1  | -1 | ←  | c   |
|   |  | 2 |    |    |    |     |
|   |  | 2 | 3  | ←  | b  |     |
|   |  | ↑ |    |    |    |     |
|   |  | a |    |    |    |     |

$$\therefore a + b + c + d = 3$$

28.  $x = 1001$  일 때,  $\frac{x^6 - x^4 + x^2 - 1}{x^5 + x^4 + x + 1}$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1000

해설

$$\begin{aligned}\frac{x^6 - x^4 + x^2 - 1}{x^5 + x^4 + x + 1} &= \frac{(x^4 + 1)(x^2 - 1)}{(x^4 + 1)(x + 1)} \\ &= x - 1 \\ &= 1001 - 1 \\ &= 1000\end{aligned}$$



29. 두 다항식  $f(x)$ ,  $g(x)$ 가 다음 두 조건을 만족한다.

$$\begin{aligned} \text{ㄱ)} \quad & f(x) + g(x) = 2x^2 - 2x - 4 \\ \text{ㄴ)} \quad & f(x) \text{와 } g(x) \text{의 최소공배수는 } x^3 - 7x + 6 \end{aligned}$$

이 때,  $f(x)$ 와  $g(x)$ 의 최대공약수를  $G(x)$ 라 할 때,  $G(2)$ 의 값은?

- ① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

두 다항식  $f(x)$ 와  $g(x)$ 의 최소공배수는  
 $L(x) = (x-1)(x^2+x-6)$   
 $\qquad = (x-1)(x-2)(x+3) \cdots \textcircled{\text{㉠}}$   
또, 두 다항식  $f(x)$ 와  $g(x)$ 의 최대공약수가  $G(x)$ 이므로  
 $f(x) = G(x)A(x)$ ,  $g(x) = G(x)B(x)$   
( $A(x)$ ,  $B(x)$ 는 서로소)라 하면  
 $f(x) + g(x) = G(x)A(x) + G(x)B(x)$   
 $\qquad \qquad \qquad = G(x)\textcolor{red}{A(x) + B(x)}$ 이므로  
 $f(x) + g(x)$ 는  $G(x)$ 를 인수로 갖는다.  
 $f(x) + g(x) = 2x^2 - 2x - 4 = 2(x^2 - x - 2)$   
 $\qquad \qquad \qquad = 2(x-2)(x+1) \cdots \textcircled{\text{㉡}}$   
 $\textcircled{\text{㉠}}$ ,  $\textcircled{\text{㉡}}$ 에서  $G(x) = x-2$   
 $\therefore G(2) = 0$

30.  $x^2+ax-9$ 와  $x^2+bx+c$ 의 합은  $2x^2-4x-6$ , 최소공배수는  $x^3-x^2-9x+9$ 이다.  $a-b+c$ 의 값을 구하여라. (단,  $a, b, c$ 는 상수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$A = x^2 + ax - 9 = Gp$   
 $B = x^2 + bx + c = Gq$ 라 하면  
 $A + B = (p + q)G = 2x^2 - 4x - 6 = 2(x + 1)(x - 3)$   
 $L = pqG = x^3 - x^2 - 9x + 9 = x^2(x - 1) - 9(x - 1)$   
 $= (x - 1)(x^2 - 9) = (x - 1)(x + 3)(x - 3)$   
따라서,  $G = x - 3, p = x + 3, q = x - 1$ 이다.  
 $\therefore A = (x + 3)(x - 3) = x^2 - 9$   
 $B = (x - 1)(x - 3) = x^2 - 4x + 3$   
 $\therefore a = 0, b = -4, c = 3$   
 $\therefore a - b + c = 7$

31. 최고차항의 계수가 1인 두 다항식의 곱이  $x^3 - x^2 - 8x + 12$  이고, 최대공약수가  $x - 2$  일 때, 두 다항식의 합을 구하면?

- ①  $x^2 + 2x + 6$       ②  $x^2 + 2x - 8$       ③  $x^2 + 4x - 8$   
④  $x^2 + 4x + 8$       ⑤  $x^2 + 4x - 5$

해설

최대공약수가  $x - 2$ 이므로  
구하는 두 다항식을  $a(x - 2)$ ,  $b(x - 2)$  (단,  $a$ ,  $b$ 는 서로 소인 다항식)로 놓을 수 있다.  
그런데, 두 다항식의 곱이  $x^3 - x^2 - 8x + 12$  이므로  
 $a(x - 2)b(x - 2) = x^3 - x^2 - 8x + 12$   
 $\therefore ab(x - 2)^2 = (x - 2)^2(x + 3)$   
 $\therefore ab = x + 3$   
 $\therefore a = 1, b = x + 3$  또는  $a = x + 3, b = 1$   
따라서 두 다항식은  $x - 2$ ,  $(x - 2)(x + 3)$  이다.  
 $\therefore x - 2 + x^2 + x - 6 = x^2 + 2x - 8$

32. 자연수  $a, b$ 의 최대공약수를  $(a, b)$ 로 나타낼 때, 다음과 같은 성질이 알려져 있다.

$a$ 를  $b$ 로 나누었을 때 몫을  $q$ , 나머지를  $r$ 라고 하면  $a = bq + r$  ( $0 \leq r < b$ )이고,  
이 때,  $(a, b) = (b, r)$ 가 성립한다.

다음은 위의 성질을 이용하여 1996 과 240 의 최대공약수를 구하는 과정이다. (가), (나)에 알맞은 것은?

$(1996, 240) = (240, (가)) = ((가), 12) = (12, (나)) = (나)$

- ① (가)= 74, (나)= 2
- ② (가)= 72, (나)= 6
- ③ (가)= 78, (나)= 2
- ④ (가)= 76, (나)= 6
- ⑤ (가)= 76, (나)= 4

해설

$1996 = 240 \cdot 8 + 76, 240 = 76 \cdot 3 + 12$   
 $76 = 12 \cdot 6 + 4$  이므로  
 $(1996, 240) = (240, 76) = (76, 12) = (12, 4) = 4$



33.  $(x-1)(x-3)(x-5)(x-7)+a$ 가 이차식의 완전제곱이 되도록  $a$ 의 값을 정하면?

① 4                      ② 8                      ③ 12                      ④ 15                      ⑤ 16

해설

(준식)  $= (x^2 - 8x + 7)(x^2 - 8x + 15) + a$   
여기서,  $x^2 - 8x + 7 = X$ 로 놓으면  
(준식)  $= X(X + 8) + a$   
 $= X^2 + 8X + a = (X + 4)^2 + a - 16$   
따라서  $a = 16$

34.  $99 \times 101 \times (100^2 + 100 + 1) \times (100^2 - 100 + 1)$  을 계산하면?

- ①  $100^6 - 1$                       ②  $100^6 + 1$                       ③  $100^9 - 1$   
④  $100^9 + 1$                       ⑤ 1

해설

$$\begin{aligned} 100 &= a \text{로 치환 하면} \\ (\text{준식}) &= (a-1)(a+1)(a^2+a+1)(a^2-a+1) \\ &= (a^3-1)(a^3+1) \\ &= a^6-1 \\ &= 100^6-1 \end{aligned}$$

35.  $x - \frac{1}{x} = 1$  일 때,  $x^5 + \frac{1}{x^5}$  의 값은 ?

①  $\pm 6\sqrt{5}$

②  $\pm 5\sqrt{5}$

③  $\pm 3\sqrt{5}$

④  $\pm 2\sqrt{5}$

⑤  $\pm \sqrt{5}$

해설

$$x^5 + \frac{1}{x^5} = \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) \left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right) - \left(x + \frac{1}{x}\right) \text{에서}$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 2 = 3 \text{에서}$$

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 = 5$$

$$\therefore x + \frac{1}{x} = \pm \sqrt{5}$$

$$\begin{aligned} x^3 + \frac{1}{x^3} &= \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3\left(x + \frac{1}{x}\right) \\ &= \pm 5\sqrt{5} - 3(\pm \sqrt{5}) = \pm 2\sqrt{5} \end{aligned}$$

$$\therefore x^5 + \frac{1}{x^5} = 3(\pm 2\sqrt{5}) - (\pm \sqrt{5}) = \pm 5\sqrt{5}$$

36.  $x^{30}$ 을  $x-3$ 으로 나누었을 때의 몫을  $Q(x)$ , 나머지를  $R$ 이라 할 때,  $Q(x)$ 의 상수항을 포함한 모든 계수들의 합을 구하면?

- ①  $3^{30} + 1$                       ②  $3^{30} - 1$                       ③  $\frac{1}{2}(3^{30} - 1)$   
④  $\frac{1}{3}(3^{30} - 1)$                       ⑤ 0

해설

$$x^{30} = (x-3)Q(x) + R$$

양변에  $x=3$ 을 대입 하면,  $3^{30} = R$

$$x^{30} = (x-3)Q(x) + 3^{30}$$

양변에  $x=1$ 을 대입하면,  $1 = -2Q(1) + 3^{30}$

$$\therefore Q(1) = \frac{1}{2}(3^{30} - 1)$$

※ 다항식에서 상수항을 포함한 모든 계수의 합은 문자대신 1을 대입한 값과 같다.



37. 두 다항식  $Q(x)$ 와  $R(x)$ 에 대하여  $x^7 - 2 = (x^3 + x)Q(x) + R(x)$ 가 성립할 때,  $Q(1)$ 의 값은? (단  $R(x)$ 의 차수는 이차 이하이다.)

- ① 1                      ② 2                      ③ 4                      ④ 8                      ⑤ 16

해설

$R(x) = ax^2 + bx + c$  ( $a, b, c$ 는 실수)라 하면

$$x^7 - 2 = x(x^2 + 1)Q(x) + ax^2 + bx + c$$

양변에  $x = 0$ 을 대입하면  $-2 = c$

$$x^7 - 2 = x(x^2 + 1)Q(x) + ax^2 + bx - 2 \cdots \textcircled{1}$$

①의 양변에  $x = i$ 을 대입하면

$$-i - 2 = -a + bi - 2$$

$$a = 0, b = -1 \text{ 이므로 } R(x) = -x - 2$$

$$\therefore x^7 - 2 = (x^3 + x)Q(x) - x - 2$$

양변에  $x = 1$ 을 대입하면

$$-1 = 2Q(1) - 3 \text{ 이므로}$$

$$\therefore Q(1) = 1$$

38. 다항식  $f(x)$ 를  $x^2 + x + 1$ 로 나누면  $3x + 2$ 가 남고, 그 몫을  $x - 1$ 로 나누면 2가 남는다. 이 다항식  $f(x)$ 를  $x^3 - 1$ 로 나눈 나머지를  $R(x)$ 라 할 때,  $\frac{1}{2}R(2)$ 의 값을 구하면?

① 41      ② 31      ③ 21      ④ 11      ⑤ 1

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= (x^2 + x + 1)Q(x) + 3x + 2 \\ &= (x^2 + x + 1)((x - 1)p(x) + 2) + 3x + 2 \\ &= (x^3 - 1)p(x) + 2x^2 + 5x + 4 \\ \therefore R(x) &= 2x^2 + 5x + 4 \\ \therefore \frac{1}{2}R(2) &= 11 \end{aligned}$$

39. 세 양수  $a, b, c$ 가  $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$ 를 만족시킬 때  $a, b, c$ 를 세 변으로 하는 삼각형의 넓이는  $\frac{\sqrt{3}}{4}$ 이라고 한다. 이 때,  $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$   
 $= (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca) = 0$ 에서  
 $a > 0, b > 0, c > 0$ 이므로  $a + b + c \neq 0$   
 $\therefore a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca = 0$   
 $\therefore \frac{1}{2}\{(a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2\} = 0$   
 $\therefore a = b = c$  ( $\because a, b, c$ 는 실수)  
따라서  $a, b, c$ 를 세 변으로 하는 삼각형은 정삼각형이고 그  
넓이가  $\frac{\sqrt{3}}{4}$ 이므로  $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2 = \frac{\sqrt{3}}{4}$ ,  
 $a^2 = 1$   
 $\therefore a = b = c = 1$   
 $\therefore a + b + c = 3$

40.  $a(a+1)=1$  일 때,  $\frac{a^6-1}{a^4-a^2}$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$\begin{aligned}\frac{a^6-1}{a^4-a^2} &= \frac{(a^3+1)(a^3-1)}{a^2(a^2-1)} \\ &= \frac{(a+1)(a^2-a+1)(a-1)(a^2+a+1)}{a^2(a+1)(a-1)} \\ &= \frac{(a^2-a+1)(a^2+a+1)}{a^2} \leftarrow a^2=1-a \text{ 대입} \\ &= \frac{2(1-a) \times 2}{1-a} = 4\end{aligned}$$