

1. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}$ 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?

① $4 \in A$

② $3 \in A$

③ $\emptyset \subset A$

④ $8 \in A$

⑤ $\{1, 2, 4, 8\} \subset A$

해설

② $3 \notin A$ 에서 3은 A 의 원소가 아니다.

2. 다음 중 부분집합의 개수가 8 개인 것은?

- ① $\{L, O, V, E\}$
- ② $\{x \mid x \text{는 } 25 \text{의 약수}\}$
- ③ $\{x \mid x \text{는 } -2 \leq x \leq 0 \text{인 자연수}\}$
- ④ $\{x \mid x \text{는 짝수}\}$
- ⑤ $\{x \mid x \text{는 } 10 \text{보다 작은 소수}\}$

해설

- ① 16 개 ② 8 개 ③ $\emptyset$
④ 무한집합 ⑤ 16 개

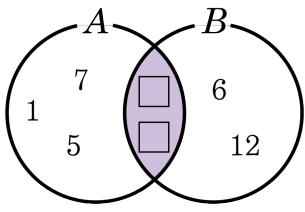
3. 집합 $A = \{1, 3, 5, 7\}$ 의 부분집합 중 원소 3을 포함하지 않는 부분집합의 개수는?

① 2 개 ② 4 개 ③ 6 개 ④ 8 개 ⑤ 10 개

해설

$2^{(3\text{을 뺀 원소의 개수})} = 2^{4-1} = 2^3 = 8(\text{개})$

4. 두 집합 $A = \{x|x \text{는 } 10 \text{ 이하의 홀수}\}, B = \{3, 6, 9, 12\}$ 를 벤 다이어그램으로 나타낼 때, $\square$ 안에 알맞은 수를 쓰시오.



▶ 답 :

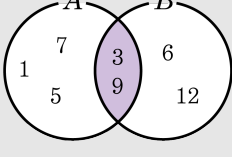
▶ 답 :

▶ 정답 : 3

▶ 정답 : 9

해설

$A = \{x|x \text{는 } 10 \text{ 이하의 홀수}\} = \{1, 3, 5, 7, 9\}, B = \{3, 6, 9, 12\}$ 를 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



5. 전체집합 $U = \{x|x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 부분집합 $A = \{3, 5, 6, 7\}$ 에 대하여 A^c 은?

① $\{3, 5, 6, 7\}$

② $\{2, 4, 6, 8\}$

③ $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

④ $\{1, 2, 4, 8, 9\}$

⑤ $\{1, 2, 4, 8, 9, 10\}$

해설

$$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$$

$$A^c = U - A = \{1, 2, 4, 8, 9, 10\}$$

6. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $(A \cup B) \cap (A \cup B^C)$ 을 간단히 하면?

① A ② U ③ $\emptyset$ ④ B ⑤ B^C

해설

$$(A \cup B) \cap (A \cup B^C) = A \cup (B \cap B^C) = A \cup \emptyset = A$$

7. 원소의 개수가 30인 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(A \cup B) = 18$ 일 때, $n(A^c \cap B^c)$ 의 값은?

① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

해설

$$n(A \cup B) = 18$$

$$n(A^c \cap B^c) = n((A \cup B)^c) = 30 - 18 = 12$$

8. 다음 문장 중 명제인 것을 모두 고르면?

① 4는 12의 약수이다.

② $x + y = 10$ 이다.

③ $|-3| = -3$

④ $x = 2$ 일 때, $x - 1 > 0$

⑤ x 는 무리수이다.

해설

① 참, ③ 거짓, ④ 참
따라서 명제는 ①, ③, ④

9. 11 이하의 자연수 중에서 3 으로 나누었을 때 나머지가 2 인 수의 집합을 A 라 할 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

① $2 \notin A$

② $5 \in A$

③ $7 \notin A$

④ $10 \in A$

⑤ $11 \notin A$

해설

① $2 \in A$

④ $10 \notin A$

⑤ $11 \in A$

10. 다음 집합을 원소나열법으로 나타낸 것은?
 $\{x|x\text{는 }10\text{이하의 홀수}\}$

① $\{1, 3\}$

② $\{1, 3, 5\}$

③ $\{1, 3, 5, 7\}$

④ $\{1, 3, 5, 7, 9\}$

⑤ $\{1, 3, 5, 7, 9, 10\}$

해설

$\{x|x\text{는 }10\text{이하의 홀수}\} = \{1, 3, 5, 7, 9\}$

11. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① $B = \{0\}$ 이면 $n(B) = 1$ 이다.
- ② $C = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{의 약수}\}$ 이면 $n(C) = 4$ 이다.
- ③ $D = \{0, 1, 2, 3\}$ 이면 $n(D) = 4$ 이다.
- ④ $E = \{x \mid x \text{는 } 9 \text{보다 작은 홀수}\}$ 이면 $n(E) = 5$ 이다.
- ⑤ $n(\emptyset) = 0$ 이다.

해설

- ④ $E = \{1, 3, 5, 7\}$ 이므로 $n(E) = 4$ 이다.

12. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

- ① $A = \emptyset$ 이면 집합 A 의 원소의 개수는 0 개 이다.
- ② 집합 A 의 원소의 개수보다 집합 B 의 원소의 개수가 많으면 $A \subset B$ 이다.
- ③ $A \subset B$ 이면 집합 B 의 원소의 개수가 집합 A 의 원소의 개수보다 많다.
- ④ $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 } 3\text{의 배수}\}$ 이면 $n(A) = 4$ 이다.
- ⑤ $n(\{1, 2, 4\}) - n(\{2, 4, 6\}) = 0$ 이다.

해설

- ② 반례: $\{1\} \not\subset \{2, 3\}$
- ③ 반례: $\{1, 2\} \subset \{1, 2\}$, $n(\{1, 2\}) = n(\{1, 2\})$
- ④ $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 } 3\text{의 배수}\}$ 이면 $n(A) = 3$ 이다.

13. 집합 $A = \{1, 2, 3, 5, 8\}$, $B = \{2, 5, 9, 10\}$, $C = \{2, 3, 5\}$ 일 때, $A \cap (B \cap C)$ 는?

① $\{2, 3\}$

② $\{2, 5\}$

③ $\{2, 3, 5\}$

④ $\{3, 5\}$

⑤ $\{3, 5, 8\}$

해설

$B \cap C = \{2, 5\}$ 이고 A와의 교집합은 $\{2, 5\}$ 이다.

14. 전체집합 U 의 두 부분집합 A 와 B 에 대하여 $A \cap B^c = A$, $n(A) = 9$, $n(B) = 14$ 일 때, $n(A \cup B)$ 의 값을 구하시오. (단, $n(X)$ 는 집합 X 의 원소의 개수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 23

해설

$A \cap B^c = A - B = A$ 이므로 A, B 는 서로소
 $n(A \cap B) = 0$, $n(A \cup B) = n(A) + n(B) = 23$

15. 두 집합 $A = \{3, a-4, 9\}$, $B = \{7, b+3, 10\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{7, 9\}$ 일 때, $a-b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

이므로

$7 \in A$ 이므로 $a-4=7 \quad \therefore a=11$

$9 \in B$ 이므로 $b+3=9 \quad \therefore b=6$

$\therefore a-b=11-6=5$

17. 미란이는 두 집합의 연산을 이용하여 새로운 집합을 만드는 탐구를 하다가 $A - B = \{2, 6\}$ 인 새로운 집합을 만든 원래의 두 집합 $A = \{2, 3, 4, b\}$, $B = \{3, a, 5, 7\}$ 을 발견하였다. 이 때, 원소 a, b 를 찾아 $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = 10$

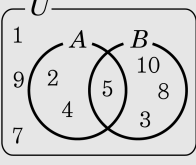
해설

$A - B \subset A$ 이고 $A - B = \{2, 6\}$ 이므로 $b = 6$ 이다. $A \cap B = \{3, 4\}$ 이므로 $a = 4$ 이다. 따라서 $a + b = 10$ 이다.

18. $U = \{x|x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여
 $A - B = \{2, 4\}, A \cap B = \{5\}, A^c \cap B^c = \{1, 6, 7, 9\}$ 일 때, 집합 B 는?
- ① $\{3, 5\}$ ② $\{5, 7\}$ ③ $\{3, 5, 8\}$
④ $\{3, 5, 10\}$ ⑤ $\{3, 5, 8, 10\}$

해설

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, $(A^c \cap B^c) = (A \cup B)^c = \{1, 6, 7, 9\}$ 이므로



따라서 $B = \{3, 5, 8, 10\}$ 이다.

19. 전체집합 $U = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}$ 의 부분집합 $A = \{2, 6\}, B = \{6, 8, 10\}, C = \{6, 10, 12\}$ 일 때, $(A \cup B) \cap C^c$ 은?

① $\{2\}$

② $\{8\}$

③ $\{2, 8\}$

④ $\{2, 8, 10\}$

⑤ $\{2, 10, 12\}$

해설

$$\begin{aligned}(A \cup B) \cap C^c &= (A \cup B) - C \\ &= \{2, 6, 8, 10\} - \{6, 10, 12\} \\ &= \{2, 8\} \text{ 이다.}\end{aligned}$$

20. 어느 학급의 학생 중 농구를 좋아하는 학생이 32 명, 야구를 좋아하는 학생이 26 명, 농구와 야구를 모두 좋아하는 학생이 9 명이다. 이 때, 농구 또는 야구를 좋아하는 학생은 몇 명인지 구하여라.

▶ 답: 명

▶ 정답 : 49명

해설

농구를 좋아하는 학생을 집합 A 라 하고, 야구를 좋아하는 학생을 집합 B 라고 하자.

농구와 야구를 동시에 좋아하는 학생, 즉 $n(A \cap B) = 9$ 이다.

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$x = 32 + 26 - 9$$

$x = 49$

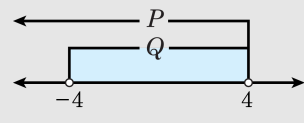
21. $x < 4$ 는 $-4 < x < 4$ 이기 위한 무슨 조건인지 구하여라.

▶ 답 : 조건

▷ 정답 : 필요조건

해설

$p : x < 4, q : -4 < x < 4$ 라고 하면



$\therefore Q \subset P$

22. $a \geq 0, b \geq 0, c \geq 0$ 이고, $a + b + c = 14$ 일 때, $\sqrt{a} + 2\sqrt{b} + 3\sqrt{c}$ 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

코시-슈바르츠의 부등식에 의하여
 $(1^2 + 2^2 + 3^2) \{ (\sqrt{a})^2 + (\sqrt{b})^2 + (\sqrt{c})^2 \}$
 $\geq (\sqrt{a} + 2\sqrt{b} + 3\sqrt{c})^2$
 $(\sqrt{a} + 2\sqrt{b} + 3\sqrt{c})^2 \leq 14(a + b + c) = 14^2$
이 때 $a \geq 0, b \geq 0, c \geq 0$ 이므로
 $0 \leq \sqrt{a} + 2\sqrt{b} + 3\sqrt{c} \leq 14$
따라서 최댓값은 14이다.

23. 다음 중 옳은 것은 모두 몇 개인가?

- ㉠ $\{0\} \subset \{0, 1\}$

㉡ $\emptyset \in \{\emptyset\}$

㉢ $1 \in \{1, 2\}$

㉣ $\emptyset \subset \{\emptyset, 0\}$

㉤ $\{a\} \subset \{a, b\}$

- ① 1 개

② 2 개

③ 3 개

④ 4 개

⑤ 5 개

해설

㉠, ㉡, ㉢, ㉣, ㉤ 모두 옳다.

24. 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 일 때, $X \subset A$, $A - X = \{1, 3, 4, 5\}$ 를 만족하는 집합 X 의 부분집합의 개수는 몇 개인가?

① 2 개 ② 4 개 ③ 8 개 ④ 16 개 ⑤ 32 개

해설

$X = \{2\}$ 이므로 X 의 부분집합의 개수는 2 개이다.

25. $a, b, c \in R$ 일 때, 조건 $a = b = c$ 의 부정을 바르게 말한 것은?

- ① a, b, c 는 모두 다르다.
- ② a, b, c 는 모두 다르지 않다.
- ③ a, b, c 중에는 같은 수가 있다.
- ④ a, b, c 중에는 0이 아닌 수가 있다.
- ⑤ a, b, c 중에는 다른 두 수가 있다.

해설

① : $a = b = c \Rightarrow a = b$ 이고, $b = c$ 이고, $c = a$ 이다.
부정 : $a \neq b$ 또는 $b \neq c$ 또는 $c \neq a \Rightarrow a, b, c$ 중에는 다른 두 수가 있다.

26. 다음 명제 중 그 역이 참인 것은?

- ① 정삼각형은 이등변삼각형이다.
- ② 4의 배수는 2의 배수이다.
- ③ $x = 2$ 이면 $x^2 = 4$ 이다.
- ④ $ab = 0$ 이면 $a^2 + b^2 = 0$ 이다.(단, a, b 는 실수)
- ⑤ a, b 가 모두 짝수이면 ab 가 짝수이다.(단, a, b 는 정수)

해설

④의 명제의 역을 생각해보면, $a = 0$ 이고 $b = 0$ 이면 $ab = 0$ 이라는 것과 같으므로 역이 참이 된다.

27. 다음은 명제 「 x, y 가 정수일 때 xy 가 짝수이면 x, y 중 적어도 하나는 짝수이다.」를 증명하는 과정이다.

주어진 명제의 결론을 부정하여 (가)이면 $x = 2m + 1, y = (나)$ (m, n 은 정수) 이라 할 수 있다. 이 때, $xy = 2(mn + m + n) + 1$ 이므로 xy 는 홀수이다. 이것은 가정에 모순이므로 주어진 명제는 참이다.

위의 과정에서 (가), (나)에 알맞은 것을 순서대로 적은 것은?

- ① x 또는 y 가 짝수, $2n$
- ② x, y 중 하나만 짝수, $2n$
- ③ x, y 중 하나만 홀수, $2n + 1$
- ④ x, y 모두 홀수, $2n + 1$
- ⑤ x, y 모두 짝수, $2n + 1$

해설

주어진 명제의 결론을 부정하여 x, y 가 모두 (가): 홀수이면 $x = 2m + 1, (나): y = 2n + 1$ (m, n 은 정수)이라 할 수 있다. 이 때, $xy = 2(2mn + m + n) + 1$ 이므로 xy 는 홀수이다. 이것은 가정에 모순이므로 주어진 명제는 참이다.

28. p 가 q 이기 위한 필요충분조건인 것을 보기에서 모두 고른 것은?(단, 모든 문자는 실수임)

보기

- ㉠ $p : x > 1, y > 1, q : x + y > 2$
- ㉡ $p : xy = 0, q : x = 0$ 또는 $y = 0$
- ㉢ $p : x < 0$ 또는 $y < 0, q : x + y < 0$

- ① ㉠
- ② ㉡
- ③ ㉡, ㉢
- ④ ㉠, ㉢
- ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

- ㉠은 충분조건
- ㉡은 필요충분조건
- ㉢은 필요조건

29. $x \leq -1$ 은 $x \leq a$ 이기 위한 필요조건이고, $x \geq b$ 는 $x \geq 3$ 이기 위한 충분조건일 때, a 의 최댓값과 b 의 최솟값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$x \leq -1$ 은 $x \leq a$ 이기 위한 필요조건이므로
「 $x \leq a$ 이면 $x \leq -1$ 이다.」가 참이어야 한다.
 $\therefore a \leq -1$
또, $x \geq b$ 는 $x \geq 3$ 이기 위한 충분조건이므로
「 $x \geq b$ 이면 $x \geq 3$ 이다.」가 참이어야 한다.
 $\therefore b \geq 3$
따라서, a 의 최댓값은 -1 , b 의 최솟값은 3 이므로
구하는 값은 $-1 + 3 = 2$ 이다.

30. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $(A - B) \cup (B - A) = U$ 이 성립하기 위한 필요충분조건은?

- ① $A = B$
- ② $B \subset A$
- ③ $A \subset B$
- ④ $A \cap B = \emptyset$
- ⑤ $A^C = B$

해설

좌변의 집합이 나타내는 부분은 A, B 의 합집합에서 교집합을 뺀 부분의 원소들을 나타낸다.
그런데, 그 부분이 전체집합이 되어야 하므로 A 와 B 의 교집합은 없으면서, A 와 B 의 합집합이 전체집합이 되는 꼴이 나타나야 한다.
따라서, 이를 만족하는 것은 ④, ⑤인데, 여기에서 ④번은 필요조건에 성립되지 않으므로 답은 ⑤번이 된다.

31. 네 조건 p, q, r, s 에 대하여 p 는 r 이기 위한 충분조건, q 는 r 이기 위한 충분조건, s 는 r 이기 위한 필요조건, q 는 s 이기 위한 필요조건이다. 이 때, q 는 p 이기 위한 무슨 조건인지 구하여라.

▶ 답: 조건

▷ 정답 : 필요조건

해설

$$P \subset R \subset S \subset Q \therefore P \subset Q \text{ 이므로 } P \subset Q$$

$$\therefore q \text{ 는 } p \text{ 이기 위한 필요조건}$$

32. 모든 실수 x, y 에 대하여 $x^2 + 2axy + by^2 \geq 0$ 이 성립하기 위한 실수 a, b 의 조건은?

① $a \leq b^2$

② $b^2 \leq a$

③ $a^2 \leq b$

④ $b \leq a^2$

⑤ $b \leq 4a^2$

해설

$x^2 + 2axy + by^2 \geq 0$ 에서 양변을 y^2 으로 나누면

$$\left(\frac{x}{y}\right)^2 + 2a\left(\frac{x}{y}\right) + b \geq 0$$

모든 실수 x, y 에 대해 성립하려면

$$\frac{D}{4} = a^2 - b \leq 0$$

$$\therefore a^2 \leq b$$

33. 자연수를 원소로 가지는 집합 S 가 조건 ' $x \in S$ 이면 $(4 - x) \in S$ 이다.' 를 만족한다. 이 때, 집합 S 의 개수는?

- ① 3 개 ② 4 개 ③ 5 개 ④ 6 개 ⑤ 7 개

해설

집합 S 의 원소는 자연수이어야 하므로 x 가 자연수이어야 한다. 또한, 조건 ' $x \in S$ 이면 $(4 - x) \in S$ '로부터 x 가 S 의 원소이면 $(4 - x)$ 도 S 의 원소이므로 $(4 - x)$ 도 자연수이다. $1 \in S$ 이면 $(4 - 1) \in S$, 즉 $3 \in S$, $2 \in S$ 이면 $(4 - 2) \in S$, 즉 $2 \in S$, $3 \in S$ 이면 $(4 - 3) \in S$, 즉 $1 \in S$ 이므로 1과 3은 동시에 S 의 원소이거나 S 의 원소가 아니어야 한다.

한편, 2는 혼자서 S 의 원소이거나 S 의 원소가 아닐 수 있다. 따라서 두 집합 $S_1 = \{2\}$, $S_2 = \{1, 3\}$ 의 원소들을 동시에 갖거나 갖지 않는 모든 집합들을 보면 S_1 만을 가질 때에는 $\{2\}$, S_2 만을 가질 때에는 $\{1, 3\}$, S_1 , S_2 를 모두 가질 때에는 $\{1, 2, 3\}$ 이다. 따라서 3개이다.

34. 두 집합 $A = \{2, 3, a, 7, b, 13, c\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } d \text{ 이하의 소수}\}$ 에 대하여 $A = B$ 일 때, 다음 중 $a + b + c + d$ 의 값으로 옳은 것을 모두 고르면?

- ① 48 ② 49 ③ 50 ④ 51 ⑤ 52

해설

집합 A 의 원소의 개수가 7개이므로
집합 $A = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17\}$
i) $d = 17$, ii) $d = 18$ 인 두 가지 경우가 있으므로
 $5 + 11 + 17 + 17 = 50$, $5 + 11 + 17 + 18 = 51$ 이다.

35. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 27 \text{ 의 약수}\}$ 일 때, 다음을 만족하는 집합 B 의 개수를 구하여라.

보기

$\{1\} \subset B \subset A, n(B) = 3$

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 3 개

해설

$A = \{1, 3, 9, 27\}$
집합 B 는 원소 1을 포함한 집합 A 의 부분집합 중 원소의 개수가 3개인 집합이므로
 $\{1, 3, 9\}, \{1, 3, 27\}, \{1, 9, 27\}$ 의 3개이다.

36. 두 집합 A, B 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?

① $A \cup B = B \cup A$

② $B \subset A$ 이면 $A \cap B = B$

③ $A \cap A = \emptyset$

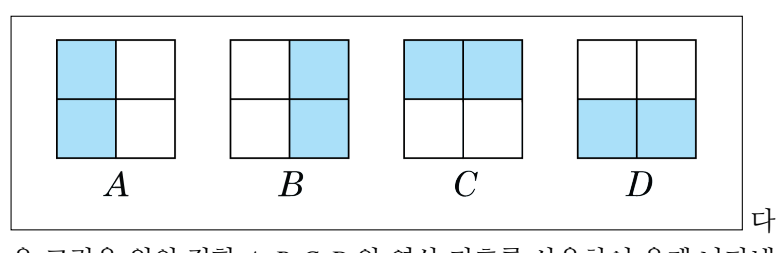
④ $B \cap \emptyset = \emptyset$

⑤ $A \subset (A \cup B)$

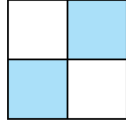
해설

③ $A \cap A = A$

37. 다음 그림은 각각의 집합을 도형으로 나타낸 것이다.



음 그림을 위의 집합 A, B, C, D 와 연산 기호를 사용하여 옳게 나타낸 것은?



- ① $(A - B) \cup (B - A)$ ② $(A \cup B) - (B \cap C)$
③ $(B - C) \cup (C - B)$ ④ $(A \cup C) - (A \cap C)$
⑤ $(B - C) \cup (C - B)$

해설

주어진 벤 다이어그램의 색칠한 부분은 ④ $(A \cup C) - (A \cap C)$ 이다.

38. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 다음 보기 중 옳지 않은 것을 모두 골라라.

보기

- ㉠ $B \subset A$ 이면 $n(B) < n(A)$ 이다.
- ㉡ $(A - B) \cup (B - A) = (A \cup B) - (A \cap B)$
- ㉢ $A = \{\emptyset\}$ 이면 $n(A) = 0$ 이다.
- ㉣ U^c 은 모든 집합의 부분집합이다.
- ㉤ $A - B = B - A$ 이면 $(A \cup B) \subset B$ 이다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉢

해설

- ㉠ $B \subset A$ 이면 $n(B) \leq n(A)$ 이다.
- ㉢ $A = \{\emptyset\}$ 이면 $n(A) = 1$ 이다.
- ㉣ $U^c = \emptyset$ 은 모든 집합의 부분집합이다.
- ㉤ $A - B = B - A$ 이면 $A = B$ 이므로 $(A \cup B) \subset B$ 이다.

39. 두 집합 A, B 가 다음과 같을 때, $(A - B) \cup X = X$, $(A \cup B) \cap X = X$ 를 만족하는 집합 X 의 개수는?

$A = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}, B = \{x \mid x \text{는 } 5 \text{이하의 홀수}\}$

- ① 2 개 ② 4 개 ③ 6 개 ④ 8 개 ⑤ 10 개

해설

$(A - B) \cap X = X$ 이므로 $(A - B) \subset X$
 $(A \cup B) \cap X = X$ 이므로 $X \subset (A \cup B)$
 $\{2, 4, 8\} \subset X \subset \{1, 2, 3, 4, 5, 8\}$
집합 X 는 집합 $A \cup B$ 의 부분집합 중 원소 2, 4, 8을 반드시 포함하는 집합이다.
 $\therefore 2^{6-3} = 2^3 = 8(\text{개})$

40. $a^2 + b^2 = 2$, $x^2 + y^2 = 2$ 일 때, $ax + by$ 의 최댓값과 $ab + xy$ 의 최댓값의 합은?(단, 문자는 모두 실수이다.)

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

i) $(a^2 + b^2)(x^2 + y^2) \geq (ax + by)^2$

$\therefore -2 \leq ax + by \leq 2$

ii) $\frac{a^2 + b^2}{2} \geq \sqrt{a^2 b^2}, \quad 1 \geq |ab|$

$\therefore -1 \leq ab \leq 1$

$\frac{x^2 + y^2}{2} \geq \sqrt{x^2 y^2}, \quad 1 \geq |xy|$

$\therefore -1 \leq xy \leq 1$

$\therefore -2 \leq ab + xy \leq 2$

i), ii)에서, 최댓값의 합은 4