1. 두 점A(2, 3), B(4, 1) 에서 같은 거리에 있는 x 축 위의 점P 에 대하여 원점 O 에서 점P 까지의 거리는?

① 1　　② $\sqrt{2}$　　③ $\sqrt{3}$　　④ $\dfrac{3}{4}$　　⑤ 2

해설

x 축 위의 점P 의 좌표를 $P(a, 0)$ 이라 하면 $\overline{\mathrm{PA}} = \overline{\mathrm{PB}}$ 이므로

$\overline{\mathrm{PA}}^2 = \overline{\mathrm{PB}}^2$

$(2-a)^2 + (3-0)^2 = (4-a)^2 + (1-0)^2$

$a^2 - 4a + 13 = a^2 - 8a + 17,\ 4a = 4,\ a = 1 \therefore\ \overline{\mathrm{OP}} = 1$

2. 두 점 A$(-4,\ -3)$, B$(11,\ 9)$ 에 대하여 선분 AB 를 $1:2$ 로 내분하는 점의 좌표는?

① $(1, 1)$　② $\left(\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right)$　③ $(3, 3)$

④ $\left(\frac{7}{5}, \frac{5}{2}\right)$　⑤ $(6, 5)$

해설

$\overline{\mathrm{AB}}$ 를 $1:2$ 로 내분하는 점을 (x, y) 라 하면

$$x = \frac{11-8}{1+2} = 1,\ y = \frac{9-6}{1+2} = 1$$

$\therefore\ (1,\ 1)$

3. 기울기가 2 이고, y 절편이 -3 인 직선의 방정식은?

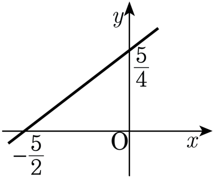
① $y = 2x + 3$ ② $y = 2x - 3$ ③ $y = 3x + 2$

④ $y = 3x - 2$ ⑤ $y = \frac{2}{3}x$

해설

기울기가 m 이고, y 절편이 b 인 직선의 방정식은 $y = mx + b$ 이므로 $y = 2x - 3$

4. 다음 도형이 나타내는 방정식을 찾으면?



① $2x-4y+5=0$

② $-\frac{5}{2}x+\frac{5}{4}y=0$

③ $2x+4x+5=0$

④ $\frac{5}{2}x+\frac{5}{4}y=0$

⑤ $4x-2y-5=0$

해설

기울기$=\dfrac{(y\text{ 증가량})}{(x\text{ 증가량})}=\dfrac{\frac{5}{4}-0}{0-\left(-\frac{5}{2}\right)}=\dfrac{1}{2}$

$y=\frac{1}{2}x+\frac{5}{4}$

$\therefore\ 2x-4y+5=0$

5. 다음 보기 중 직선 $y = -2x + 5$ 와 수직인 직선을 모두 고르면?

보기

㉠ $4x - 2y = 3$ ㉡ $x - 2y = 1$

㉢ $y = \frac{1}{2}x + 3$ ㉣ $y = -2x - 5$

① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉢ ③ ㉡, ㉢

④ ㉠, ㉡, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣

해설

직선 $y = -2x + 5$ 와 서로 수직이려면
기울기의 곱이 -1 이어야 한다.
따라서, 기울기가 $\frac{1}{2}$ 인 것은 ㉡, ㉢이다.

6. 점 $(3,-3)$와 직선 $x-y-4=0$ 사이의 거리를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{2}$

해설

$$d=\frac{|3\times 1+(-3)\times(-1)+(-4)|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}}=\sqrt{2}$$

7. 세 점 P(1, 0), Q(0, -1), R(2, 2)을 지나는 원의 방정식은 $x^2+y^2+ax+by+c=0$이다. 이때, $a+c$의 값은?

① -1 ② -2 ③ -3 ④ 2 ⑤ 3

해설

P, Q, R의 좌표를 원의 방정식에 각각 대입하면

$$\begin{cases} 1+a+c=0 & \cdots ㉠ \\ 1-b+c=0 & \cdots ㉡ \\ 2a+2b+c+8=0 & \cdots ㉢ \end{cases}$$

$\therefore$ ㉠에서 $a+c=-1$

8. 다음 점 $(-3, 4)$를 원점에 대하여 대칭이동한 점의 좌표를 구하면?

① $(3, -4)$ ② $(-4, 4)$ ③ $(4, -3)$

④ $(-4, 2)$ ⑤ $(-5, 0)$

해설

원점대칭은 x , y부호를 각각 반대로 해주면 된다.

9. 좌표평면 위의 점 $A(3, -2)$, $B(4, 5)$, $C(-1, 3)$을 세 꼭짓점으로 하는 평행사변형 ABCD의 나머지 꼭짓점 D의 좌표를 $(x,\ y)$라 할 때 $x+y$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

□ABCD는 평행사변형이므로
대각선 AC의 중점과 대각선 BD의 중점이 일치한다.
점 D의 좌표를 (x, y)라고 하면

$$\left(\frac{3+(-1)}{2}, \frac{-2+3}{2}\right) = \left(\frac{4+x}{2}, \frac{5+y}{2}\right)$$

$\therefore\ x = -2,\ y = -4$

따라서 점 D의 좌표는 $(-2, -4)$

10. 일차함수 $\sqrt{3}x - y = 1$ 의 기울기와 y 절편, x 축의 양의 방향과 이루는 각의 크기를 차례대로 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 : $\underline{\ {}^{\circ}}$

▷ 정답 : 기울기 $\sqrt{3}$

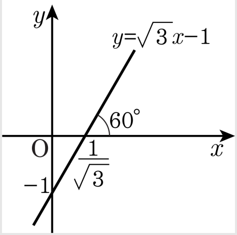
▷ 정답 : y절편 -1

▷ 정답 : $60\,\underline{{}^{\circ}}$

해설

$y = \sqrt{3}x - 1$ 에서

기울기 $\sqrt{3}$, y 절편 -1, x 축의 양의 방향과 이루는 각 60°



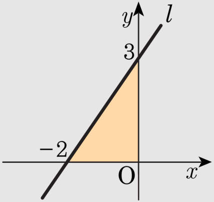
11. 직선 $3x-2y+6=0$이 x 축 및 y축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$3x-2y+6=0$을 그래프에 도시해보면,



$\therefore$ 빗금 친 부분의 넓이 : $\frac{1}{2}\times2\times3=3$

12. 세 점 $\mathrm{A}(1,\ 4)$, $\mathrm{B}(-1,\ 2)$, $\mathrm{C}(4,\ a)$가 일직선위에 있을 때, 상수 a의 값을 구하면?

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

세 점이 일직선 위에 있으면 기울기가 일치한다.

$$\frac{2-4}{-1-1} = \frac{a-2}{4-(-1)}$$

$\Rightarrow \quad \therefore\ a = 7$

13. $ac < 0,\ bc > 0$ 일 때, 일차함수 $ax + by + c = 0$ 이 나타내는 직선이 지나지 않는 사분면을 구하여라.

▶ 답 : ________사분면

▷ 정답 : 제 2사분면

해설

$b \neq 0$ 이므로,

$y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b} \cdots$ ㉠

$ac < 0,\ bc > 0$ 에서 $ac \cdot bc < 0$

$\therefore\ abc^2 < 0$ 즉, $ab < 0$

$ab < 0$ 에서 기울기 $-\frac{a}{b} > 0$

$bc > 0$ 에서 y 절편 $-\frac{c}{b} < 0$

따라서 ㉠은 제 2 사분면을 지나지 않는다.

14. 두 직선 $ax+by+c=0$, $cx+ay+b=0$이 일치할 때, 이 직선과 평행하며, 점 $(2,\ 1)$을 지나는 직선의 방정식은?

① $x-y=1$　　② $2x+y=5$　　③ $2x-y=3$

④ $x+2y=5$　　⑤ $x+y=3$

해설

$ax+by+c=0 \Rightarrow$

$y=-\dfrac{a}{b}x-\dfrac{c}{b}\cdots$ ㉠

$cx+ay+b=0 \Rightarrow$

$y=-\dfrac{c}{a}x-\dfrac{b}{a}\cdots$ ㉡

㉠, ㉡이 일치하므로 $-\dfrac{a}{b}=-\dfrac{c}{a},\ -\dfrac{c}{b}=-\dfrac{b}{a}$

$a^2=bc,\ b^2=ac$

$\therefore c=\dfrac{a^2}{b},\ c=\dfrac{b^2}{a}$

$\therefore \dfrac{a^2}{b}=\dfrac{b^2}{a}$

$\therefore a^3=b^3 \Rightarrow (a-b)(a^2+ab+b^2)=0$

$\therefore a=b\ (\because a^2+ab+b^2\neq 0\ )$

$\therefore c=\dfrac{a^2}{b}=\dfrac{a^2}{a}=a$

$\therefore a=b=c$

$\therefore$ ㉠ : $x+y+1=0,\ y=-x-1$

$\therefore$ 구하는 직선의 기울기 : -1

$\therefore$ 구하는 직선 : $y-1=(-1)(x-2)$

$\Rightarrow x+y-3=0$

15. 두 직선 $2x-y-3=0$, $x+y-3=0$ 의 교점을 지나고 $(0,0)$ 을 지나는 직선의 방정식을 $ax+by=0$ 이라 할 때, $a-b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$(2x-y-3)+k(x+y-3)=0$ 으로 나타낼 수 있다.
이 때, $(0,\ 0)$ 을 지나므로
$(-3)+k(-3)=0 \quad \therefore\ k=-1$
$(2x-y-3)+(-1)(x+y-3)=0$ 을 정리하면
$\therefore\ x-2y=0$
$a=1,\ b=-2 \quad \therefore\ a-b=1-(-2)=3$

16. 다음 세 점을 꼭짓점으로 하는 삼각형의 넓이를 구하여라.

$$(0,0),\ (2,6),\ (6,3)$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$\frac{1}{2}|2 \cdot 3 - 6 \cdot 6| = 15$

17. 두 점 $A(-3,\ 4)$, $B(1,\ -2)$ 를 지름의 양끝으로 하는 원의 방정식을 구하면?

① $(x+1)^2+(y-1)^2=13$
② $(x-1)^2+(y+1)^2=13$
③ $(x-1)^2+(y+1)^2=10$
④ $(x+1)^2+(y-1)^2=10$
⑤ $(x+1)^2+(y-1)^2=9$

해설

$A(-3,\ 4)$, $B(1,\ -2)$가 지름의 양 끝점이므로
$\overline{AB}$ 의 중점이 원의 중심 $O(-1,\ 1)$ 이고,

$$\frac{1}{2}\overline{AB}=\overline{OA}=\overline{OB}=r$$

반지름 $r=\overline{OA}=\sqrt{(-3+1)^2+(4-1)^2}$

$$=\sqrt{4+9}=\sqrt{13}$$

$\therefore$ 원의 방정식은 $(x+1)^2+(y-1)^2=13$

18. 이차방정식 $x^2 - ay^2 - 4x + 2y + k = 0$ 이 원을 나타낼 때 두 괄호에 들어갈 알맞은 값의 합을 구하여라.

$a = (\qquad\qquad), k < (\qquad\qquad)$

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

원의 방정식이 되기 위해서는 x^2 의 계수와 y^2 의 계수가 같아야 하므로 $a = -1$

또한, 준식을 표준형으로 나타내면,

$x^2 - 4x + y^2 + 2y + k = 0$ 에서

$(x-2)^2 + (y+1)^2 = 5 - k$

여기서, $5 - k > 0$ 이어야 하므로 $k < 5$

19. 점 $(2,\ 1)$ 을 지나고 x 축, y 축에 동시에 접하는 원의 방정식의 반지름의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

원이 점 $(2,\ 1)$ 을 지나고 x 축, y 축에 접하면
제 1 사분면에 위치하므로 반지름이 r 이면
중심이 $(r,\ r)$ 이다.
$(x-r)^2+(y-r)^2=r^2$ 이고
또한 $(2,\ 1)$ 을 지나므로
$(2-r)^2+(1-r)^2=r^2$,
$(r-1)(r-5)=0$
$\therefore\ r=1$ 또는 5
$\therefore\ (x-1)^2+(y-1)^2=1$ 또는 $(x-5)^2+(y-5)^2=5^2$
$\therefore 1+5=6$

20. 두 원 $x^2+y^2+2x-6y+8=0$, $x^2+y^2-4y=0$ 의 공통현의 방정식은?

① $x-5y+4=0$
② $4x-3y+4=0$
③ $3x-3y+4=0$
④ $x-y+4=0$
⑤ $2x-y+1=0$

해설

두 원의 공통현의 방정식은

$x^2+y^2+2x-6y+8-\left(x^2+y^2-4y\right)=0$

$2x-2y+8=0$

$\therefore x-y+4=0$

21. 직선 $3x+y-5=0$을 x축 방향으로 1만큼, y축 방향으로 n만큼 평행이동하면 직선 $3x+y-1=0$이 된다. 이 때, n의 값을 구하여라.

▶ **답 :**

▷ **정답 :** -7

해설

x축 방향으로 1, y축 방향으로 n만큼 평행이동하므로
직선 $3x+y-5=0$에 x 대신 $x-1$, y 대신 $y-n$을 대입하면
$3(x-1)+(y-n)-5=0$
$3x+y-n-8=0 \quad \cdots\cdots$ ㉠
㉠이 $3x+y-1=0$과 일치하므로 $-n-8=-1$ $\therefore\ n=-7$

22. 직선 $y = 2x$ 에 대하여 점 $\mathrm{P}(a, b)$ 와 대칭인 점을 Q 라 한다. Q 를 x 축의 양의 방향으로 1만큼 평행이동시킨 점을 R 라고 하면, R과 P 는 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이 된다고 한다. 이 때, $2a - 4b$ 의 값은?

① 0　　② 1　　③ 2　　④ 3　　⑤ 4

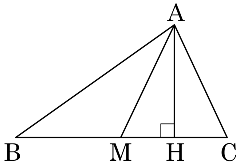
해설

R과 $\mathrm{P}(a, b)$ 는 직선 $y = x$ 에 대하여
대칭이므로 $\mathrm{R}(b, a)$ 이고
Q 는 R 을 x 축으로 -1 만큼 이동한 것이므로
$\mathrm{Q}(b-1, a)$ 이다.
또, P 와 Q 는 $y = 2x$ 에 대하여 대칭이므로
$\left(\dfrac{a+b-1}{2}, \dfrac{a+b}{2}\right)$ 는 $y = 2x$ 위의 점이고 $\overline{\mathrm{PQ}}$와 $y = 2x$는 수직이다. $\therefore$ (선분 $\overline{\mathrm{PQ}}$ 의 기울기)$= \dfrac{b-a}{a-b+1} = -\dfrac{1}{2} \cdots$ ① 이고,

$\dfrac{a+b}{2} = 2\left(\dfrac{a+b-1}{2}\right) \cdots$ ②

①에서 $a - b = 1$
②에서 $a + b = 2$
$\therefore\ a = \dfrac{3}{2},\ b = \dfrac{1}{2}$, $2a - 4b = 3 - 2 = 1$

23. 다음은 예각삼각형 ABC에서 변 BC의 중점을 M이라 할 때, $\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = 2(\overline{BM}^2 + \overline{AM}^2)$이 성립함을 보인 것이다.



점 A에서 선분 BC에 내린 수선의 발을 H라하자.
직각삼각형 ABH에서

$$\begin{aligned}\overline{AB}^2 &= \overline{BH}^2 + \overline{AH}^2 \\ &= \boxed{(가)}^2 + \overline{AH}^2 \\ &= \overline{BM}^2 + 2\overline{BM}\cdot\overline{MH} + \boxed{(나)}^2 \cdots ㉠\end{aligned}$$

직각삼각형 AHC 에서

$$\begin{aligned}\overline{AC}^2 &= \overline{CH}^2 + \overline{AH}^2 \\ &= \boxed{(다)}^2 + \overline{AH}^2 \\ &= \overline{CM}^2 - 2\overline{CM}\cdot\overline{MH} + \boxed{(라)}^2 \cdots ㉡\end{aligned}$$

㉠, ㉡에서 $\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = 2(\overline{BM}^2 + \overline{AM}^2)$이다.

(가), (나), (다)에 알맞은 것은?

① (가) $\overline{BC} + \overline{CH}$ (나) $\overline{AM}$ (다) $\overline{BH} - \overline{BM}$

② (가) $\overline{BC} + \overline{CH}$ (나) $\overline{AH}$ (다) $\overline{BH} - \overline{BM}$

③ (가) $\overline{BM} + \overline{MH}$ (나) $\overline{AM}$ (다) $\overline{BH} - \overline{BM}$

④ (가) $\overline{BM} + \overline{MH}$ (나) $\overline{AH}$ (다) $\overline{CM} - \overline{MH}$

⑤ (가) $\overline{BM} + \overline{MH}$ (나) $\overline{AM}$ (다) $\overline{CM} - \overline{MH}$

해설

생략

24. 두 점 $(a,\ a+1)$과 $(a+1,\ a+2)$를 지나는 직선이 x축, y축과 만나는 점을 각각 A, B라 하자. 이 때 삼각형 OAB의 넓이는? (단, O는 원점이다.)

① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ $\frac{1}{2}a$ ⑤ a

해설

두 점 $(a, a+1)$ 과 $(a+1, a+2)$를 지나는 직선의 기울기를 m이라 하면

$$m = \frac{(a+2)-(a+1)}{(a+1)-a} = 1$$

따라서, 두 점을 지나는 직선의 방정식은

$y-(a+1) = (x-a)$이다.

즉, $y = x+1$이다.

이 때, 두 점 A, B의 좌표는 $A(-1,0), B(0,1)$이므로

삼각형 OAB의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 1 \times 1 = \frac{1}{2}$

25. 두 직선 $2x-3y+3=0$, $2x-3y-10=0$사이의 거리는?

① $\frac{\sqrt{13}}{13}$ ② 1 ③ $\sqrt{13}$

④ 13 ⑤ $13\sqrt{13}$

해설

두 직선이 평행하므로 한 직선 위의 임의의 점에서
다른 직선에 이르는 거리는 항상 일정하다.
$2x-3y+3=0$ 위의 임의의 한 점 $(0,\ 1)$에서
직선 $2x-3y-10=0$에 이르는 거리는

$$\frac{|-3-10|}{\sqrt{2^2+(-3)^2}}=\frac{13}{\sqrt{13}}=\sqrt{13}$$

26. 원 $x^2+y^2+2ax-4ay+20a-25=0$ 의 넓이가 최소일 때, 이 원의 중심의 좌표가 (p, q) 이다. 이 때 $p-q$ 의 값은?

① -6　　② -4　　③ -2　　④ 2　　⑤ 4

해설

$x^2+y^2+2ax-4ay+20a-25=0$ 을
표준형으로 고치면
$(x+a)^2+(y-2a)^2=5a^2-20a+25$
이 원의 넓이는
$\pi(5a^2-20a+25)=5\pi(a-2)^2+5\pi$
따라서 $a=2$ 일 때 넓이가 최소.
중심은 $(-2, 4)$
$\therefore p=-2,\ q=4$
$\therefore p-q=-6$

27. 원 $(x-2a)^2+y^2=4a^2$ 과 직선 $y=x+2$ 가 만나지 않을 때, 상수 a 의 범위를 구하면?

① $1-\sqrt{2}<a<1+\sqrt{2}$
② $2-\sqrt{2}<a<2+\sqrt{2}$
③ $3-\sqrt{2}<a<3+\sqrt{2}$
④ $4-\sqrt{2}<a<4+\sqrt{2}$
⑤ $5-\sqrt{2}<a<5+\sqrt{2}$

해설

$(x-2a)^2+y^2=4a^2 \cdots\cdots$ ㉠

$y=x+2 \cdots\cdots$ ㉡

에서 ㉡을 ㉠에 대입하여 정리하면

$2x^2+4(1-a)x+4=0$

$\therefore x^2+2(1-a)x+2=0$

이 이차방정식의 판별식을 D 라고 하면

$\frac{D}{4}=(1-a)^2-2=a^2-2a-1$

㉠, ㉡이 많나지 않으려면

$\frac{D}{4}=a^2-2a-1<0$

$\therefore 1-\sqrt{2}<a<1+\sqrt{2}$

(다른해설) 원의 중심 $(2a,0)$ 에서

직선 $x-y+2=0$ 에 이르는 거리를 d 라고 하면

$$d=\frac{|2a-0+2|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}}=\frac{|2a+2|}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}|a+1|$$

원과 직선이 만나지 않으려면

$\sqrt{2}|a+1|=|2a|$

양변을 제곱하여 정리하면

$a^2-2a-1<0 \qquad \therefore 1-\sqrt{2}<a<1+\sqrt{2}$

28. 중심이 C(1, 2)이고, 직선 L : $x+2y=0$에 접하는 원의 반지름을 r이라 할 때 r^2은 얼마인지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

중심에서 접선까지의 거리가 원의 반지름과 같으므로

반지름은 $\dfrac{|1+4|}{\sqrt{1^2+2^2}} = \dfrac{5}{\sqrt{5}} = \sqrt{5}$

∴ 구하는 원의 방정식은

$(x-1)^2+(y-2)^2=5$ 이므로

$\therefore\ r^2=5$

29. 직선 $3x+4y+a=0$ 이 원 $x^2+y^2=4$ 와 서로 다른 두 점에서 만나도록 하는 정수 a 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : ______ 개

▷ 정답 : 19 개

해설

직선이 원과 서로 다른 두 점에서 만나려면
원의 중심에서 직선까지의 거리(d) 보다
원의 반지름 (r) 이 크다.

$$d=\frac{|3\times 0+4\times 0+a|}{\sqrt{3^2+4^2}}=\frac{|a|}{5}<2=r$$

$\frac{|a|}{5}<2$, $|a|<10$, $-10<a<10$

$a=-9,\ -8,\ -7,\ -6,\ \cdots,\ 6,\ 7,\ 8,\ 9$ $\therefore$ 19 개

30. 반지름의 길이가 2 이고, 중심이 $(4,\ 4)$ 인 원이 있다. 원점 O 와 중심을 잇는 선분이 원과 만나는 점을 $(a,\ b)$ 라고 할 때, a 의 값은?

① 3　② $4-\sqrt{2}$　③ $1+\sqrt{2}$

④ $2+\sqrt{2}$　⑤ $3-\sqrt{2}$

해설

원의 방정식을 구해보면

$(x-4)^2+(y-4)^2=2^2 \cdots$ ①

원점과 $(4,\ 4)$ 를 잇는 선분의 방정식 :

$y=x \cdots$ ②

①, ② 를 연립하면,

$x=4\pm\sqrt{2},\ y=4\pm\sqrt{2}$

$\therefore (a,b)=(4-\sqrt{2},\ 4-\sqrt{2})$

$(\because\ 0<a<4,\ 0<b<4)$

31. 원 $x^2+(y-5)^2=4$가 원 $(x-5)^2+y^2=9$의 외부에 있을 때, 두 원 사이의 최단거리는?

① 2 ② 3 ③ 5

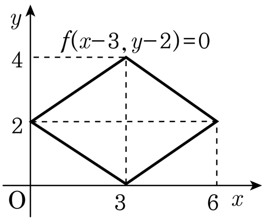
④ $5\sqrt{2}-5$ ⑤ $5\sqrt{2}-13$

해설

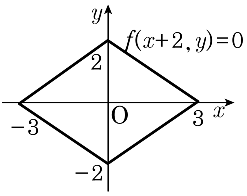
두 원의 중심의 좌표가 각각 $(0,5)$, $(5,0)$이므로 중심거리는 $\sqrt{5^2+(-5)^2}=5\sqrt{2}$

두 원의 반지름은 각각 2, 3이므로 두 원의 최단거리는 $5\sqrt{2}-2-3=5\sqrt{2}-5$

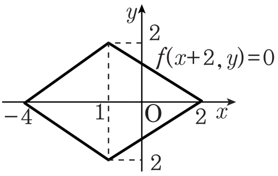
32. 방정식 $f(x-3, y-2) = 0$ 이 나타내는 도형이 다음 그림과 같을 때 방정식 $f(x+2, y) = 0$ 이 나타내는 도형을 좌표평면 위에 바르게 나타낸 것은?



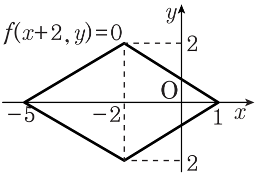
①



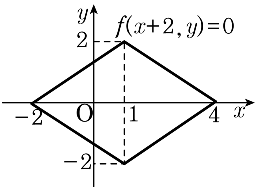
②



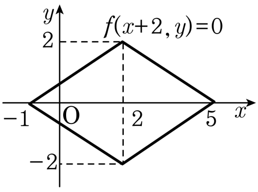
③



④

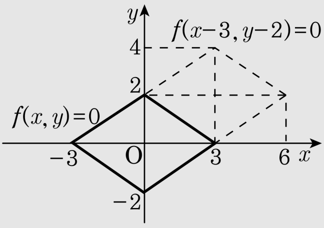


⑤

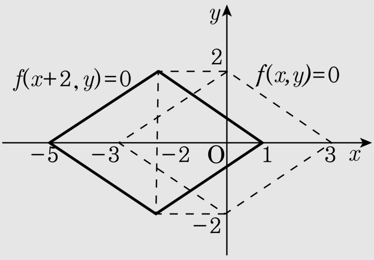


해설

주어진 $f(x-3, y-2) = 0$ 의 그래프를
x 축의 방향으로 -3 만큼, y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동하면
다음 그림과 같이 $f(x, y) = 0$ 의 그래프를 얻을 수 있다.



$f(x+2, y) = 0$ 은 $f(x, y) = 0$ 을
x 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동한 것이다.



33. 직선 $y = x + 2$ 위의 점 P는 두 점 $\mathrm{A}(-2, 0)$, $\mathrm{B}(4, -2)$로부터 같은 거리에 있다고 할 때, 점 P의 좌표는?

① $(-1, 1)$　② $(0, 2)$　③ $(1, 3)$
④ $(2, 4)$　⑤ $(3, 5)$

해설

P가 $y = x + 2$ 위에 있으므로 $\mathrm{P}(a,\ a+2)$라고 놓을 수 있다.
$\overline{\mathrm{PA}} = \overline{\mathrm{PB}}$이므로

$$\sqrt{(a+2)^2 + (a+2)^2} = \sqrt{(a-4)^2 + (a+4)^2}$$

$$2(a+2)^2 = (a-4)^2 + (a+4)^2$$

$$8a = 24$$

$$\therefore\ a = 3$$

$$\therefore\ \mathrm{P}(3,\ 5)$$

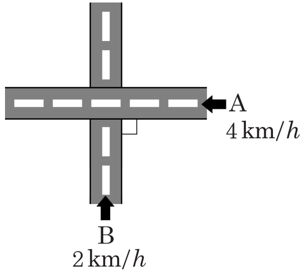
34. 좌표평면 위에 두 점 $\mathrm{A}(a, b)$, $\mathrm{B}(-2,\ 2)$가 있다. 이 0때, $\sqrt{a^2+b^2}+\sqrt{(a+2)^2+(b-2)^2}$의 최솟값은?

① 1　② $\sqrt{2}$　③ 2　④ $2\sqrt{2}$　⑤ 3

해설

원점을 $\mathrm{O}(0,\ 0)$이라 하면
$\sqrt{a^2+b^2}+\sqrt{(a+2)^2+(b-2)^2}$
$=\overline{\mathrm{OA}}+\overline{\mathrm{AB}}$이므로
이 값이 최소가 되는 것은 세 점 O, A, B가 일직선 위에 있을 때이다.
따라서 $\overline{\mathrm{OA}}+\overline{\mathrm{AB}}$의 최소값은
$\overline{\mathrm{OB}}=\sqrt{(-2)^2+2^2}=2\sqrt{2}$

35. 그림과 같이 수직으로 만나는 도로가 있다. 교차점에서 A는 동쪽으로 6 km, B는 남쪽으로 4 km지점에 있다. 지금 A는 시속 4 km의 속도로 서쪽으로, B는 시속 2 km의 속도로 북쪽을 향하여 동시에 출발했을 때 A, B 사이의 거리가 가장 짧을 때는 출발 후 몇 시간 후인가?



① 1 시간 후 ② 1.2 시간 후 ③ 1.4 시간 후
④ 1.6 시간 후 ⑤ 2 시간 후

해설

동서를 x 축, 남북을 y 축으로 잡으면
최초의 A, B 의 위치는 A(6, 0) , B(0, −4) 이고
t 시간 후의 A, B 의 좌표는
$A(6-4t,\ 0)$, $B(0, -4+2t)$ 이다.
따라서 t 시간 후의 $\overline{AB}$ 의 거리는 s 는

$$s = \sqrt{(6-4t)^2+(-4+2t)^2}$$
$$= \sqrt{20t^2-64t+52}$$
$$= \sqrt{20\left(t^2-\frac{64}{20}t\right)+52}$$
$$= \sqrt{20\left(t-\frac{8}{5}\right)^2+\frac{4}{5}}$$ 이므로

$t=\frac{8}{5}$ 일 때 최소가 된다.

∴ 출발 후 1.6 시간 후이다.

36. 다음 도형의 방정식이 나타내는 세 도형이 서로 만나 삼각형을 이루고, 이 삼각형이 x 축에 아래쪽좌표평면에 놓이는 부분이 없을 때, a 의 값의 범위를 구하면? (단,$a > 0,\ a \neq 1$)

$y = ax,\quad y = -ax,\quad y = x + a$

① $a > \frac{1}{3}$ ② $a > \frac{2}{3}$ ③ $a > \frac{1}{2}$ ④ $a > 1$ ⑤ $a > \frac{3}{2}$

해설

세 직선의 방정식의 교점을 각각구하면,

$$\Rightarrow \quad (0,0),\ \left(-\frac{a}{a+1}, \frac{a^2}{a+1}\right), \left(\frac{a}{a-1}, \frac{a^2}{a-1}\right)$$

x 축 아래로 놓이는 부분이 없으려면,

교점의 y 좌표가 0 보다 크거나 같아야 한다.

$a+1>0,\ \ a-1>0 \quad \Rightarrow \quad a>1$

37. 좌표평면 위의 점 A$(-1,\ 0)$ 을 지나는 직선 l 이 있다. 점 B$(0,\ 2)$ 에서 직선 l 에 이르는 거리가 $\sqrt{5}$ 일 때, 직선 l 의 기울기는?

① $-\frac{1}{2}$　② $-\frac{1}{3}$　③ $\frac{1}{3}$　④ $\frac{1}{2}$　⑤ 1

해설

직선 l 의 기울기를 m 이라 하면 $y = m(x+1)$

$\therefore\ mx - y + m = 0$

점 B$(0,\ 2)$ 에서

직선 l 까지의 거리는 $\dfrac{|-2+m|}{\sqrt{m^2+1}} = \sqrt{5}$

양변을 제곱하여 정리하면

$4m^2 + 4m + 1 = 0$

$(2m+1)^2 = 0$

$\therefore\ m = -\dfrac{1}{2}$

38. 두 원 $x^2+y^2=1$, $x^2+(y-3)^2=4$ 의 공통접선의 방정식이 $y=mx+n$ 일 때, m^2+n^2 의 값은?(단, $m\neq 0$)

① 15 ② 16 ③ 17 ④ 18 ⑤ 19

해설

원 $x^2+y^2=1$ 의 중심 $(0,\ 0)$ 에서
직선 $y=mx+n$,
즉 $mx-y+n=0$ 에 이르는 거리가 1이므로

$$\frac{|n|}{\sqrt{m^2+(-1)^2}}=1$$

$\therefore\ m^2=n^2-1\ \cdots$ ㉠
원 $x^2+(y-3)^2=4$ 의 중심 $(0,\ 3)$ 에서
직선 $mx-y+n=0$ 에 이르는 거리가 2이므로

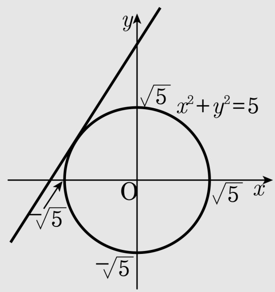
$$\frac{|-3+n|}{\sqrt{m^2+(-1)^2}}=2$$

$\therefore\ n^2-6n+9=4m^2+4\ \cdots$ ㉡
㉠ 을 ㉡ 에 대입하면,
$n^2-6n+9=4(n^2-1)+4,\ 3n^2+6n-9=0$
$n^2+2n-3=0,\ (n+3)(n-1)=0$
$\therefore\ n=-3$ 또는 $n=1$
이 때, $n=1$ 이면 $m=0$ 이 되므로 $n=-3$
$n=-3$ 을 ㉠ 에 대입하면 $m^2=8$
$\therefore\ m^2+n^2=8+9=17$

39. 직선 $y = 2x + 8$ 을 x 축의 방향으로 m 만큼 평행이동한 직선 l_1 과 y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동한 직선 l_2 가 모두 원 $x^2 + y^2 = 5$ 와 제2 사분면에서 접한다. 이 때, $m + n$ 의 값은?

① $-\frac{3}{2}$ ② $-\frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{5}{2}$

해설



직선 $y = 2x + 8$ 을 평행이동하면 원 $x^2 + y^2 = 5$ 와 접하므로 접선의 기울기는 2 이다.

원 $x^2 + y^2 = 5$ 와 제2 사분면에서 접하고 기울기가 2 인 접선의 방정식은

$y = 2x + \sqrt{5} \cdot \sqrt{1 + 2^2}$

즉, $y = 2x + 5$ 이고,

이것이 두 직선 l_1, l_2 와 일치한다.

이때, 직선 $y = 2x + 8$ 을 x 축의 방향으로 m 만큼 평행이동한 직선의 방정식은

$y = 2(x - m) + 8 \quad \therefore l_1 : y = 2x - 2m + 8$

이것이 직선 $y = 2x + 5$ 와 일치하므로

$-2m + 8 = 5 \quad \therefore m = \frac{3}{2}$

또한, 직선 $y = 2x + 8$ 을 y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동한 직선의 방정식은

$y - n = 2x + 8 \quad \therefore l_2 : y = 2x + 8 + n$

이것이 직선 $y = 2x + 5$ 와 일치하므로

$8 + n = 5 \quad \therefore n = -3$

$\therefore m + n = \frac{3}{2} - 3 = -\frac{3}{2}$

40. 직선 $x-3y+1=0$ 을 x 축에 대하여 대칭이동한 후 직선 $y=-x$ 에 대하여 대칭이동한 직선이 원 $(x-m)^2+(y-n)^2=5$ 의 넓이를 이등분할 때, $3m+n$ 의 값은?

① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

해설

$x-3y+1=0$ 의 x 축 대칭 $(y \to -y)$

$\to \quad x+3y+1=0$

$x+3y+1=0$ 의 $y=-x$ 축 대칭 $(x \to -y,\ y \to -x)$

$\to \quad -y-3x+1=0, \quad y=-3x+1$

이 직선이 $(x-m)^2+(y-m)^2=5$ 의 넓이를

이등분하므로 $(m,\ n)$ 을 지난다.

$\therefore \ 3m+n=1$