1. 세 점 $A(-1,-1)$, $B(1,-5)$, $C(3,1)$을 꼭짓점으로 하는 $\triangle ABC$ 어떤 삼각형인가?

① 이등변삼각형이다.

② 정삼각형이다.

③ $\angle A$ 가 직각인 직각이등변삼각형이다.

④ $\angle B$ 가 직각인 직각이등변삼각형이다.

⑤ 예각삼각형이다

해설

두 점 사이의 거리를 모두 구해본다.

$\overline{AB} = \sqrt{4+16} = 2\sqrt{5}$

$\overline{AC} = \sqrt{16+4} = 2\sqrt{5}$

$\overline{BC} = \sqrt{4+36} = 2\sqrt{10}$

$\triangle ABC$는 $\angle A$가 직각인 직각이등변삼각형

2. $\overline{\mathrm{BC}}$의 중점이 M인 $\triangle\mathrm{ABC}$가 있다. $\overline{\mathrm{AB}}=5$, $\overline{\mathrm{AC}}=3$, $\overline{\mathrm{AM}}=2$일 때, $\overline{\mathrm{BC}}$의 길이를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $2\sqrt{13}$

해설

중선정리를 이용하면

$\overline{\mathrm{AB}}^2+\overline{\mathrm{AC}}^2=2\left(\overline{\mathrm{AM}}^2+\overline{\mathrm{BM}}^2\right)$이므로

$5^2+3^2=2(\overline{\mathrm{BM}}^2+2^2)$

$\therefore\ \overline{\mathrm{BM}}^2=13$

$\overline{\mathrm{BC}}=2\overline{\mathrm{BM}}=2\sqrt{13}$

3. 평행한 두 직선 $3x-5y+2=0$, $3x-5y-1=0$ 사이의 거리는?

① $\dfrac{2\sqrt{17}}{17}$ ② $\dfrac{3\sqrt{17}}{17}$ ③ $\dfrac{\sqrt{34}}{34}$
④ $\dfrac{2\sqrt{34}}{34}$ ⑤ $\dfrac{3\sqrt{34}}{34}$

해설

$3x-5y+2=0$ 위의 점 $\left(0,\ \dfrac{2}{5}\right)$에서

$3x-5y-1=0$ 까지의 거리

$$\frac{\left|3\cdot 0-5\cdot\frac{2}{5}-1\right|}{\sqrt{9+25}}=\frac{3}{\sqrt{34}}=\frac{3\sqrt{34}}{34}$$

4. 다항식 x^3-2를 x^2-2로 나눈 나머지는?

① 2 ② -2 ③ $-2x-2$

④ $2x+2$ ⑤ $2x-2$

해설

$$\frac{x^3-2}{x^2-2}=\frac{x^3-2x+2x-2}{x^2-2}=x+\frac{2x-2}{x^2-2}$$

$\therefore$ 몫은 x, 나머지는 $2x-2$

5. 다항식 x^3+ax-8을 x^2+4x+b로 나눌 때, 나머지가 $3x+4$가 되도록 상수 $a+b$의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -7

해설

x^3+ax-8을 x^2+4x+b로 직접나눈 나머지는

$(a-b+16)x+4b-8$

$(a-b+16)x+4b-8=3x+4 \cdots\cdots ㉠$

㉠이 x에 대한 항등식이므로,

$a-b+16=3,\ 4b-8=4$

$\therefore\ a=-10,\ b=3$

$\therefore\ a+b=-7$

해설

$x^3+ax-8=(x^2+4x+b)(x+p)+3x+4$의 양변의 계수를 비교하여 $a=-10,\ b=3,\ p=-4$를 구해도 된다.

6. 부등식 $2(x-1) \leq 5x+1 < 3(x+1)+1$ 을 만족시키는 x 의 값 중 가장 큰 정수와 가장 작은 정수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$\begin{cases} 2(x-1) \leq 5x+1 \\ 5x+1 < 3(x+1)+1 \end{cases} \rightarrow$$

$$\begin{cases} 2x-5x \leq 1+2 \\ 5x-3x < 3+1-1 \end{cases} \rightarrow$$

$$\begin{cases} x \geq -1 \\ x < \dfrac{3}{2} \end{cases}$$

$$-1 \leq x < \frac{3}{2}$$

가장 큰 정수 : 1

가장 작은 정수 : -1

$\therefore\ 1+(-1)=0$

7. 모든 실수 x에 대하여 x^2+ax+a가 -3보다 항상 크기 위한 상수 a의 값의 범위는?

① $-4<a<3$　② $-2<a<4$　③ $-2<a<6$

④ $2<a<4$　⑤ $2<a<6$

해설

$x^2+ax+a>-3$, $x^2+ax+(a+3)>0$
모든 실수 x에 대하여 성립하려면
이차방정식 $x^2+ax+(a+3)=0$의 판별식을
D라 할 때,
$D<0$이어야 하므로
$D=a^2-4(a+3)<0$
$a^2-4a-12<0$, $(a-6)(a+2)<0$
$\therefore -2<a<6$

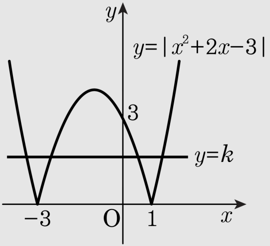
8. x에 대한 방정식 $|x^2+2x-3|=k$가 양의 근 2개와 음의 근 2개를 갖도록 하는 상수 k의 값의 범위는?

① $k \geq 3$ ② $k > 4$ ③ $3 \leq k < 4$

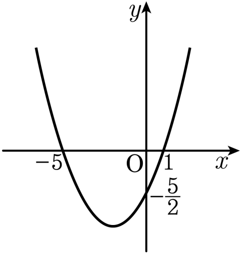
④ $0 < k < 3$ ⑤ $0 < k < 4$

해설

방정식 $|x^2+2x-3|=k$의 근은
두 함수 $y=|x^2+2x-3|$, $y=k$의
그래프의 교점의 x좌표와 같다.
따라서 그림에서 교점의 x좌표가 양수 2개,
음수 2개가 되려면 $0<k<3$



9. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이 이차함수의 최솟값은?



① 3 ② 4 ③ $\frac{2}{5}$

④ $-\frac{3}{5}$ ⑤ $-\frac{9}{2}$

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 의 x 절편이 1, -5 이므로 $y = a(x-1)(x+5)$

점 $\left(0, -\frac{5}{2}\right)$ 를 지나므로 $-\frac{5}{2} = a(0-1)(0+5)$, $a = \frac{1}{2}$

$$\begin{aligned} \therefore y &= \frac{1}{2}(x-1)(x+5) \\ &= \frac{1}{2}x^2 + 2x - \frac{5}{2} \\ &= \frac{1}{2}(x+2)^2 - \frac{9}{2} \end{aligned}$$

따라서 $x = -2$ 일 때, 최솟값은 $-\frac{9}{2}$

10. x의 3차방정식 $x^3-(3k+1)x+3k=0$이 중근을 갖도록 하는 실수 k의 값들의 합은?

① $\frac{7}{12}$　② $\frac{7}{5}$　③ $\frac{7}{4}$　④ $\frac{7}{3}$　⑤ $\frac{7}{2}$

해설

주어진 식의 좌변을 인수분해하면

$(x-1)(x^2+x-3k)=0$

$\therefore\ x=1$ 또는 $x^2+x-3k=0$

여기에서 $x^2+x-3k=0$이 중근을 가질 때는 $D=1+12k=0$

$\therefore\ k=-\frac{1}{12}$

또, $x^2+x-3k=0$이 $x=1$이라는 근을 가져도 그 근은 중근이 되므로

$1+1-3k=0$

$\therefore\ k=\frac{2}{3}$

$\therefore\ -\frac{1}{12}+\frac{2}{3}=\frac{-1+8}{12}=\frac{7}{12}$