

1. $2520 = a^p \times b^q \times c^r \times d^s$ 로 소인수분해될 때, $a \times p + b \times q + \frac{c}{r} + \frac{d}{s}$ 의 값을 구하여라.
(단, $a < b < c < d$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

$2520 = 2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7 = a^p \times b^q \times c^r \times d^s$ 이므로

$a = 2, b = 3, c = 5, d = 7,$

$p = 3, q = 2, r = 1, s = 1$

$$\begin{aligned}\therefore a \times p + b \times q + \frac{c}{r} + \frac{d}{s} &= 2 \times 3 + 3 \times 2 + \frac{5}{1} + \frac{7}{1} \\ &= 6 + 6 + 5 + 7 \\ &= 24\end{aligned}$$

2. 다음 수 중 어떤 자연수의 제곱이 되는 수는?

① 27

② 44

③ 2×3^2

④ $2^2 \times 3 \times 5^2$

⑤ $2^4 \times 7^2$

해설

⑤ 지수가 모두 짝수이므로 자연수의 제곱이 되는 수이다.

3. 약수의 개수가 24 개이고 두 개의 소인수로 이루어진 가장 작은 자연수 n 을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 864

해설

$$n = a^x \times b^y \rightarrow (x+1) \times (y+1) = 24$$

$$\rightarrow (x, y) = (1, 11), (2, 7), (3, 5), (5, 3), (7, 2), (11, 1)$$

따라서, 이러한 x, y 의 값을 만족하는 수 중 가장 작은 수는 $2 \times 3^{11}, 2^2 \times 3^7, 2^3 \times 3^5, 2^5 \times 3^3, 2^7 \times 3^2, 2^{11} \times 3$ 중 하나이다.

$$\therefore n = 864$$

4. a 가 자연수일 때, $f(a)$ 는 a 의 약수의 개수를 나타낸다고 정의한다.
 x 는 1 이상이고 150 이하이고, $f(x) = 3$ 일 때, x 의 값의 개수는?

① 6 개

② 5 개

③ 4 개

④ 3 개

⑤ 2 개

해설

$f(x) = 3$ 에서 약수의 개수가 3 개인 수는
(소수)² 이므로

150 이하의 수 중 소수의 제곱이 되는 수는
 $2^2, 3^2, 5^2, 7^2, 11^2$ 의 5 개

5. 분모가 24 인 기약분수 중 2 보다 크고 3 보다 작은 수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

$$\frac{48}{2} < \frac{x}{24} < \frac{72}{24}, 24 = 2^3 \times 3$$

→ x 는 48 보다 크고 72 보다 작은 수 중 2×3 과 서로소인 수이다.

$$\rightarrow x = 49, 53, 55, 59, 61, 65, 67, 71$$

∴ 분모가 24 인 기약분수 중 2 보다 크고 3 보다 작은 수의

$$\text{합} = \frac{(49 + 53 + 55 + 59 + 61 + 65 + 67 + 71)}{24} = 20$$

6. 세 자연수 a, b, c 의 최대공약수를 $[a, b, c]$ 로 정의한다. x 는 100 이하의 자연수라 할 때, $[x, 105] = k$, $k = [a, b, c]$ 이고, $[a, b] = 6$, $[b, c] = 9$, $[c, a] = 21$ 이다. 이 때, x 의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 23 개

해설

$[a, b] = 6$, $[b, c] = 9$, $[c, a] = 21$ 이므로, $[a, b, c] = 3$ 이다.

$[x, 105] = 3$ 이 되려면 x 는 3 의 인수를 가지면서 5 와 7 의 인수를 가지면 안 된다.

따라서 x 는 100 이하의 수 중 3 의 배수이면서 5 의 배수이거나 7 의 배수가 아닌 수이다.

이것은 3 의 배수의 개수를 구한 후 15 의 배수와 21 의 배수를 빼면 된다.

$$\therefore 33 - 6 - 4 = 23$$

7. 분수 $\frac{x}{y}$ 의 분모에 18, 분자에 45 를 더해도 분수의 값은 변하지 않는다.
 x, y 의 최소공배수가 70 일 때, 자연수 x, y 를 각각 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $x = 35$

▷ 정답: $y = 14$

해설

$$\frac{x}{y} = \frac{x+45}{y+18}$$

$$\rightarrow x \times (y+18) = y \times (x+45)$$

$$\rightarrow 18x = 45y \rightarrow 2x = 5y$$

$$70 = 2 \times 5 \times 7 \text{ 이므로}$$

$2x = 5y$ 를 만족하려면 $x = 35, y = 14$ 이다.

8. 동북이는 학교 운동장 한 편에 있는 농구 코트 주변에 철망을 설치하여 안전하게 농구를 하고자 한다. 철망은 가로 길이 24m, 세로 길이 64m 인 농구 코트 주변에 일정한 간격으로 기둥을 고정시키고, ‘ㄷ’자 형으로 망을 설치하고자 한다. 기둥은 처음 시작되는 지점과 끝나는 지점 그리고 모서리에는 반드시 고정시키고, 가능한 한 적게 사용하려고 한다면 모두 몇 개의 기둥이 필요하겠는가?

- ① 12 개 ② 13 개 ③ 14 개 ④ 15 개 ⑤ 16 개

해설

기둥 사이의 간격을 x 라 할 때,

$$24 = x \times \square, 64 = x \times \triangle$$

x 는 24와 64 의 최대공약수

$$24 = 2^3 \times 3, 64 = 2^6$$

$$\therefore x = 2^3 = 8 \text{ (m)}$$

기둥 사이의 간격을 8m 라 할 때

$$\text{가로 } 24 = 8 \text{ (m)} \times 3 \text{ (개)}, \text{ 세로 } 64 = 8 \text{ (m)} \times 8 \text{ (개)}$$

직사각형 모양의 운동장의 가장자리에 ‘ㄷ’자 형으로 망을 설치할 때 필요한 기둥의 수는

$$\therefore (2 \times 3) + 8 + 1 = 15 \text{ (개)}$$

9. 세 수 124, 156, 204를 어떤 수로 나누었더니 그 나머지가 모두 같았다. 어떤 수 중에서 가장 큰 수와 그 때의 나머지를 구하여라.

① 어떤 수 : 7, 나머지 : 2

② 어떤 수 : 9, 나머지 : 5

③ 어떤 수 : 12, 나머지 : 6

④ 어떤 수 : 16, 나머지 : 2

⑤ 어떤 수 : 16, 나머지 : 12

해설

어떤 수를 x , 나머지를 r 이라 하고 세 수 124, 156, 204의 몫을 각각 Q_1, Q_2, Q_3 라 하면

$124 = xQ_1 + r, 156 = xQ_2 + r, 204 = xQ_3 + r$ 이므로
각각의 수의 차는 x 로 나누어 떨어진다.

$$204 - 124 = 80, 204 - 156 = 48, 156 - 124 = 32$$

32, 48, 80의 최대공약수는 16이므로 어떤 수는 16이고 그 때의 나머지는 12이다.

10. 어떤 교차로의 신호등 A는 10초 동안 켜져 있다가 2초 동안 꺼지고, 신호등 B는 12초 동안 켜져 있다가 3초 동안 꺼지며, 신호등 C는 14초 동안 켜져 있다가 4초 동안 꺼진다. 이 세 신호등이 동시에 켜진 후 다시 처음으로 동시에 켜지기까지는 몇 초가 걸리겠는가?

① 90 초

② 180 초

③ 210 초

④ 360 초

⑤ 420 초

해설

10 + 2, 12 + 3, 14 + 4의 최소공배수는 180이므로
180초 후에 다시 처음으로 동시에 켜진다.